

Министерство общего и профессионального образования
Российской Федерации
Волгоградский государственный технический университет
Кафедра теоретической механики

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Копированная работа №1 для студентов-заочников
Объем, содержание и методические указания

I семестр

С1, С2, С4

Копировать

УДК 631.391

Теоретическая механика. Контрольная работа №1 для студентов-зачетников. Объем, содержание и методические указания.
/Составили В.В.Жога, А.Н.Попов, А.Е.Русakovский, А.Г.Щукина.
Волгоград. гос. техн. ун-т, Волгоград, 1997. -39 с.

В методических указаниях изложены требования, предъявляемые к оформлению контрольных работ по теоретической механике и даются объем и содержание контрольной работы №1 по разделу "Статика", изучаемому студентами в третьем учебном семестре. Контрольная работа содержит череду задач, к каждой из которых дается рекомендуемый порядок решения и пример расчета.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Волгоградского государственного технического университета

Рецензент Кондаков В.Д.

©
Волгоградский государственный
технический университет, 1997

При изучении курса теоретической механики студенты выполняют 4 контрольные работы. В третьем семестре следует выполнить контрольные работы №1 (задачи 01, 02, 03, 04) и №2 (задачи 01, 02, 03, 04). В четвертом семестре следует выполнить контрольные работы №3 (задачи 01, 02, 03, 04) и №4 (задачи 05, 06, 07, 08).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной учебной тетради. На обложке указывается номер контрольной работы, название дисциплины, номер учебной группы, фамилия и инициалы студента, шифр и домашний адрес. Например:

Контрольная работа №1
по теоретической механике
студента гр. АТБ-231 Иванова А.И. Шифр 966834.
Домашний адрес:
Волгоградская обл., г. Котово, ул. Суворова, д. 23, кв. 6.

✓ На первой странице указывается номер варианта и название выполненных задач. Страницы тетради должны иметь поля шириной 2,5 - 3 см для замечаний рецензента.

Решение каждой задачи следует начинать с четкой схемы, указывающей название задачи (например, №2), записывающей полностью ее условие. Рисунки выполняются карандашом с соблюдением масштаба и с применением чертёжных инструментов. Для изображения векторов жёлательно использовать цветные фломастеры. Решение задачи должно сопровождаться необходимыми пояснениями. Результаты расчета сначала даются в виде формул, затем приводятся подстановка исходных данных и только после этого приводится результат с обязательным указанием размерности. Например:

$$R = F - P \cdot \cos 30^\circ = 25 - 20 \cdot 0,866 = 7,68 \text{ кН.}$$

Достаточная точность расчетов - два знака после запятой.

Контрольная работа, выполненная с отступлениями от перечисленных требований или содержащая ошибки в расчетах, не будет зачтена рецензентом. К контрольной работе, выданной на повторную проверку, необходимо приложить незачетную работу.

Студенты-зачетники, проживающие в Волгограде, могут не высылать работу по почте, а передать ее секретари заочного факультета и тем же получить ее после проверки рецензентом. Срок проверки контрольной работы - не более 10 дней. Зачтенные контрольные ра-

оты остаются на руках у студента. Их следует предъявить преподавателю при сдаче экзамена (зачета). Преподаватель имеет право задавать любые вопросы по содержанию контрольной работы.

В каждой задаче имеется 30 пронумерованных рисунков и таблица с исходными данными, состоящая из 30 пронумерованных строк. Студент выбирает номер строки и номер рисунка в таблице, соответствующий номеру своего варианта.

Номер варианта контрольной работы студент определяет самостоятельно по двум последним цифрам своего шифра согласно таблице 1.

Так, например, если шифр студента 96859, то номер варианта находится на пересечении строки 5 и столбца 9 таблицы 1. В данном случае студент выполняет 29-й вариант контрольной работы.

Т а б л и ц а 1

П р е д л о ж е н и я	П о с л е д н я я ц и ф р а									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
3	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
5	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
6	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
8	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
9	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9

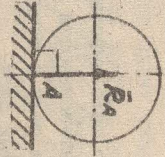
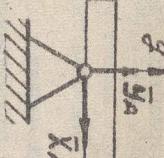
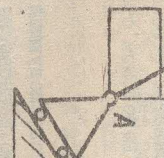
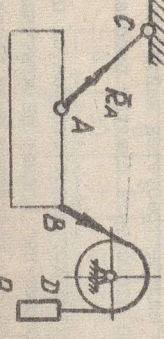
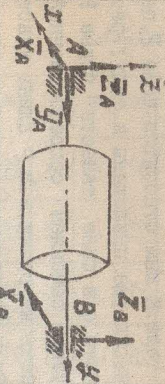
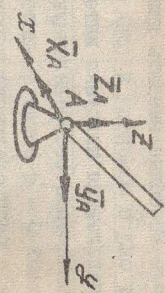
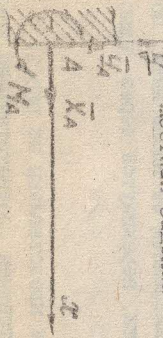
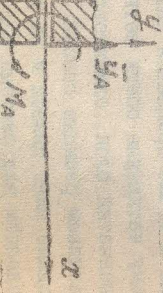
З а д а ч а 1

Определить реакции опор тела АВ. На это тело действует сила F , равномерно распределенная нагрузка интенсивности q и пара сил с моментом M . Груз веса P присоединен к телу в точке C с помощью нити, перекинутой через одноступенчатый блок.

Расчетные схемы представлены на рис. 2 - 4, где линейные размеры даны в метрах. Активная нагрузка указана в таблице 2. Вес тела АВ не учитывать. Обрезок DE (в тех вариантах, где он обозначен) считать невесомым стержнем.

У К А З А Н И Я

1. Выбираем тело, равновесие которого будем рассматривать. В задаче имеются три тела: груз P , одноступенчатый блок и тело АВ, имеющее форму пластины или состоящее из нескольких жестко соединенных стержней. Поскольку в задаче требуется найти реакции опор тела АВ, равновесие именно этого тела следует рассматривать.
2. Выбираем систему координат. Система координат выбирается по усмотрению студента и ее расположение не влияет на конечный результат. Однако желательно, чтобы оси координат были параллельны (перпендикулярны) наибольшему числу приложенных к телу сил.
3. Прикладываем к телу АВ активные силы. Активными называются силы, способные вызвать движение тела. К ним относятся сила F , пара сил с моментом M (они фактически уже приложены к телу), распределенная нагрузка интенсивности q и сила тяжести груза P . Равномерно распределенную нагрузку заменяем сосредоточенной силой $Q = q \cdot b$, где q - интенсивность нагрузки, а b - длина участка с распределенной нагрузкой. Силу Q приложим посредине участка b . Силу тяжести груза P прикладываем непосредственно к телу АВ в точке крепления нити и направляем ее вдоль нити, поскольку натяжение обеих ветвей нити, перекинутой через одноступенчатый блок, одинаково.
5. Показываем реакции связей.
6. Основные виды связей и их реакции представлены на рис. 1.
6. Определяем вид системы сил и составляем соответствующие уравнения равновесия. В данной задаче рассматривается произвольная

Ллпкпн плпскпст		Ллпкпн повкрпхпст	
			
Плпскпй непплвпкпнпй шарпнр 		Плпскпй плпвпкпнпй шарпнр 	
Срерпжпнь (АС), нпть (ВД) 		Впступ (А, В) 	
Рлзпльноп-уплпсеппй полпплпнпк (А) рлзпльнопй полпплпнпк (В) 		Сферпческпй шарпнр 	
Лесепкпй злелелкп 		Скользящлй злелелкп 	

Рпс. 1. Осппвные впды связей и их релкцпн

Плпсклй спстемл сил, равновеспсе которой харлктерпзуют трп уравненпн: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_A = 0$. Первые две уравненпн — суммл проекцпй всех сил спстемл на впбранные ось координат. Третье уравненпне — суммл моментов всех сил спстемл относительно какой-лпбо точки, напрпмер, А. Этл точку желлтельно впбрлть так, чтооы в ней пересекллось оы как можно больше сил, действующих на тело. В тех случлпях, кооде сложно опрелелить плечо сил, этл силу улдооно прелелстлвнть ее проекцпями на ось x и y , вхлдлщпми в первые две уравненпн, и вчпсллть моменты от каждой из нпх.

7. Решаем составленные уравненпн равновеспн и находпм неизвестные релкцпн связей. Релультлтет релшенпн может пмелть отрицлтельное знлченпне. Это не явллется ошпбкой релслетл и уклзывает на то, что дейстелтельное нлпрлвленпне найденной релкцпн протпвоположно впбрлнному.

Тлблпцл 2

Номер варпелнтл	F кН		Q кН/м	M кНм	Номер варпелнтл	F кН		Q кН/м	M кНм
	F	P				F	P		
1	10	30	1,8	25	16	12	25	2,0	20
2	15	25	2,0	20	17	10	20	2,2	25
3	12	35	1,5	30	18	16	30	1,8	35
4	16	40	1,6	15	19	18	35	1,5	15
5	20	10	2,2	35	20	12	40	1,6	25
6	12	20	2,5	15	21	20	20	2,4	20
7	15	25	1,6	18	22	25	10	2,0	10
8	20	35	2,0	10	23	30	15	1,5	12
9	18	10	1,8	12	24	25	20	1,8	15
10	16	15	2,2	15	25	10	25	2,0	25
11	30	20	2,4	18	26	12	30	2,4	35
12	12	25	2,8	20	27	15	35	1,5	30
13	16	35	3,0	24	28	18	40	3,0	25
14	25	40	2,5	28	29	20	25	2,8	35
15	28	35	1,8	18	30	15	35	2,2	20

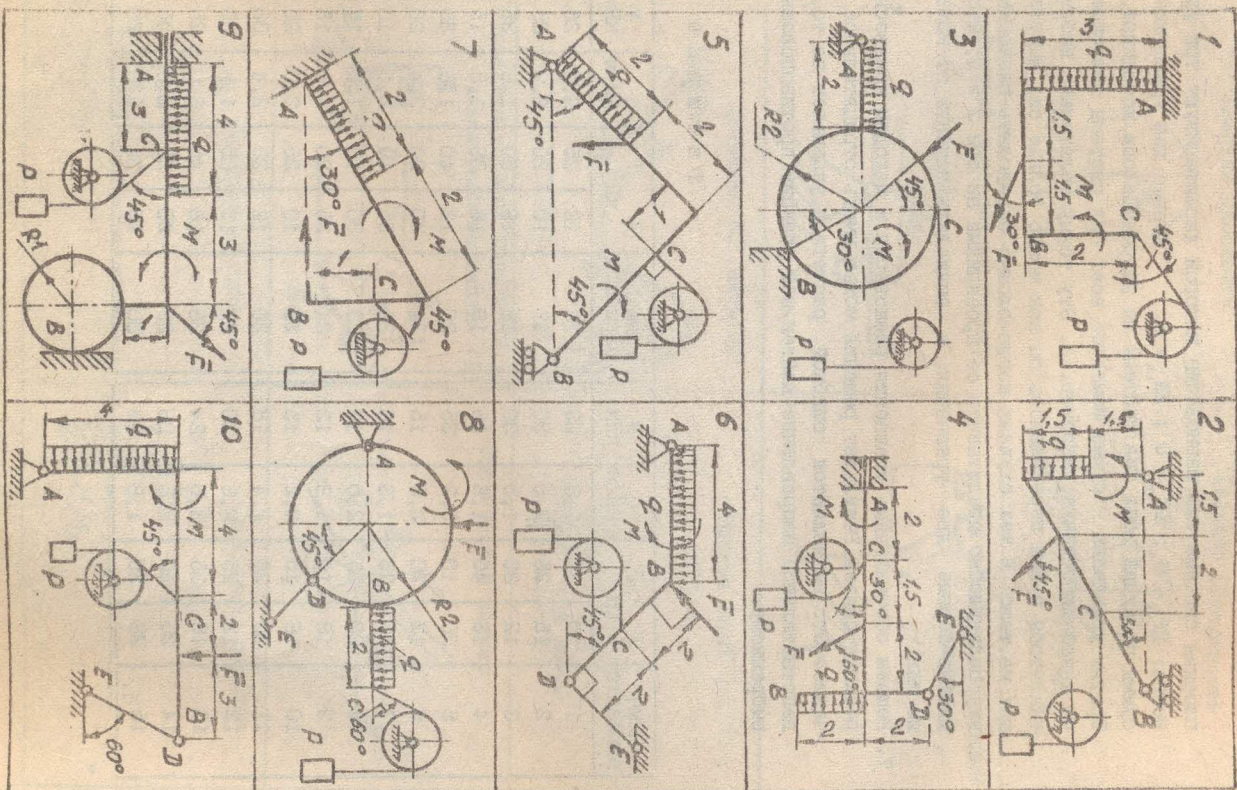


Рис. 2

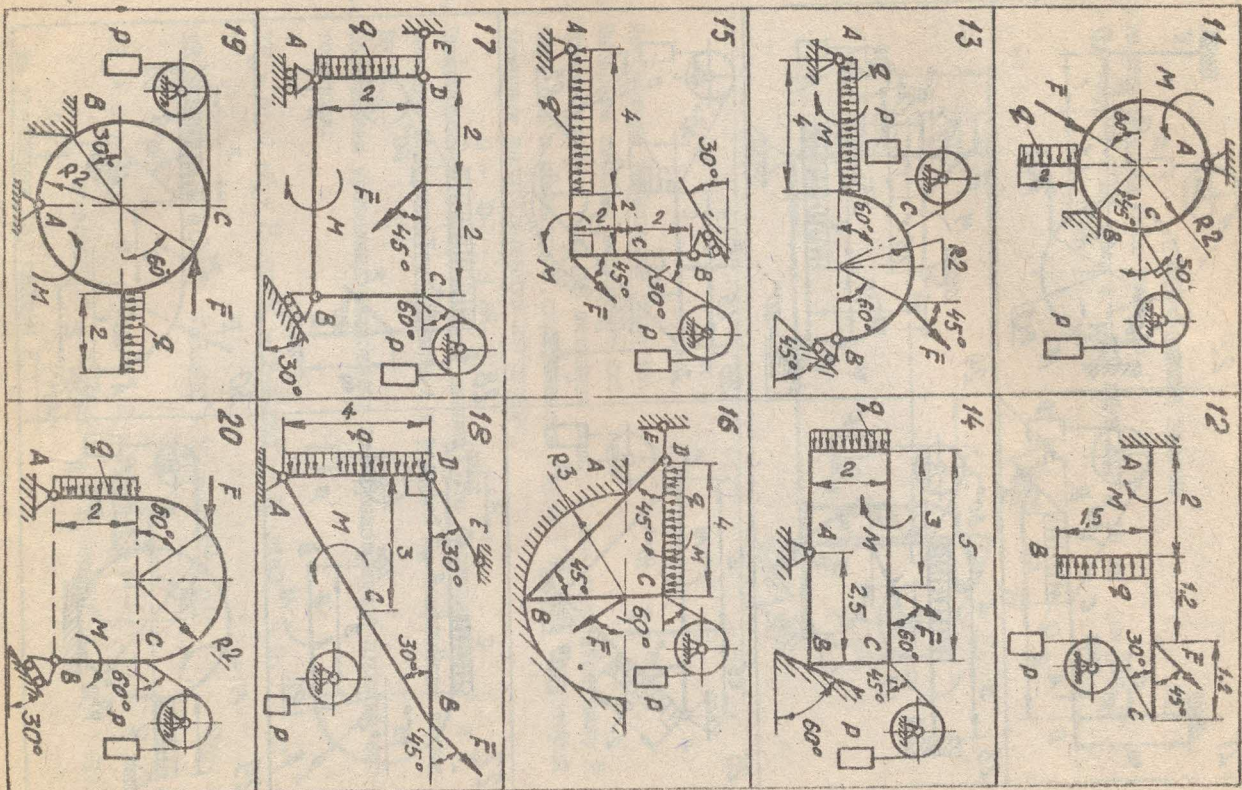


Рис. 3

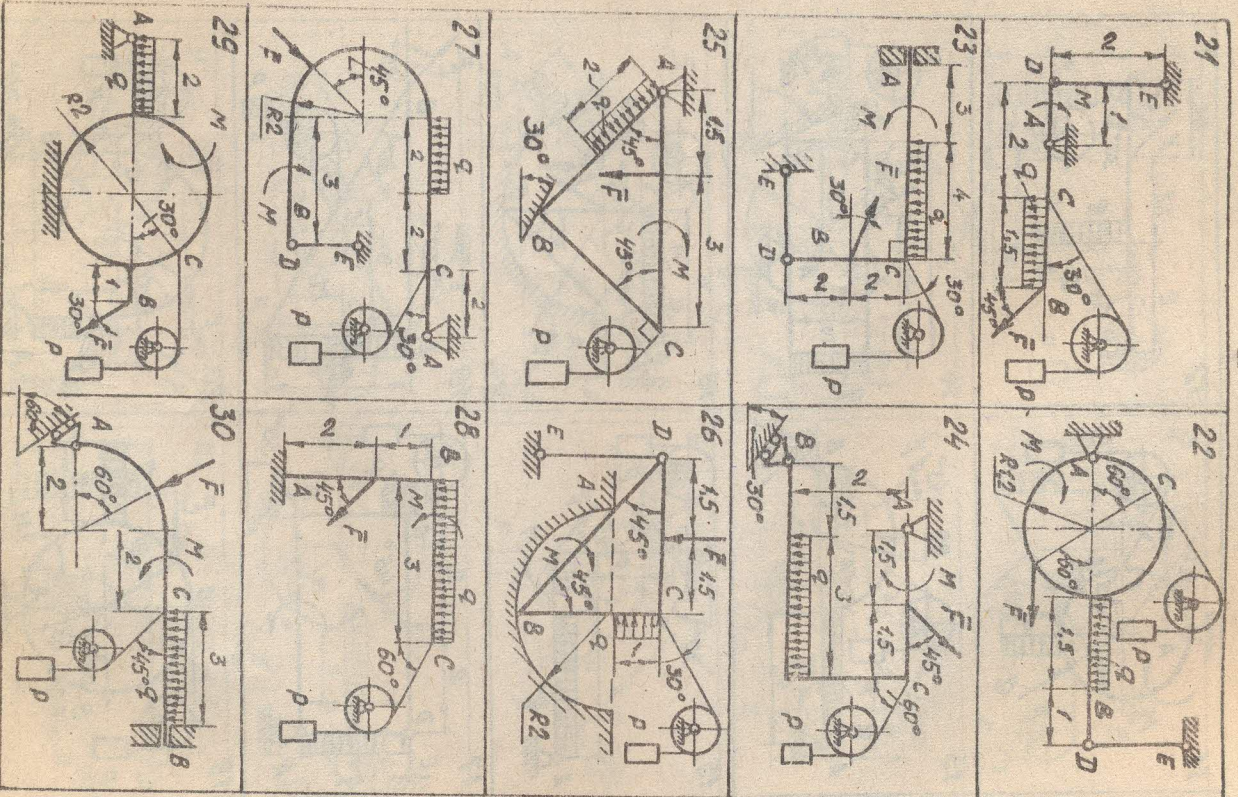


Рис. 4

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Определить реакции опор тела АВ.

$F = 10 \text{ кН}$, $M = 25 \text{ кНм}$, $q = 2,0 \text{ кН/м}$, $P = 15 \text{ кН}$ (см. рис. 5)

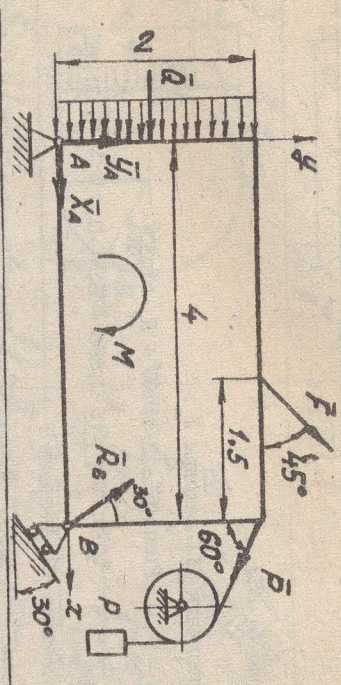


Рис. 5

1. Рассмотрим равновесие тела АВ.
2. Выбираем систему координат XAY .
3. Прикладываем к телу АВ активные силы. К ним относятся сила F , пара сил с моментом M , сила тяжести груза P и сила Q , которой заменяем распределенную нагрузку.

$$Q = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН.}$$

4. Прикладываем к телу реакции связей. Это составляющие X_A и Y_A реакции неподвижного шарнира А и реакция R_B подвижного шарнира В.
5. Составляем уравнения равновесия для произвольной плоской системы сил:

$$\sum F_x = 0; Q + X_A + F \cdot \cos 45^\circ + P \cdot \sin 60^\circ - R_B \cdot \sin 30^\circ = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0; Y_A + F \cdot \sin 45^\circ - P \cdot \cos 60^\circ + R_B \cdot \cos 30^\circ = 0, \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0; -Q \cdot 1 - M - F \cdot \cos 45^\circ \cdot 2 + F \cdot \sin 45^\circ \cdot (4 - 1,5) - P \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 - P \cdot \cos 60^\circ \cdot 4 + R_B \cdot \cos 30^\circ \cdot 4 = 0. \quad (3)$$

Из уравнения (3) найдем R_B :

$$R_b = \frac{Q \cdot 1 + M + P \cdot \cos 45^\circ \cdot 2 - P \cdot \sin 45^\circ \cdot 2,5 + P \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 + P \cdot \cos 60^\circ \cdot 4}{4 \cdot \cos 30^\circ}$$

$$= \frac{4 + 25 + 10 \cdot 0,707 \cdot 2 - 10 \cdot 0,707 \cdot 2,5 + 15 \cdot 0,866 \cdot 2 + 15 \cdot 0,5 \cdot 4}{4 \cdot 0,866}$$

$$R_b = 23,51 \text{ кН.}$$

Из уравнения (1) находим X_A :

$$X_A = -Q \cdot \cos 45^\circ - P \cdot \sin 60^\circ + R_b \cdot \sin 30^\circ = -4 - 10 \cdot 0,707 - 15 \cdot 0,866 + 23,51 \cdot 0,5 = -12,31 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2) находим Y_A :

$$Y_A = -P \cdot \sin 45^\circ + P \cdot \cos 60^\circ - R_b \cdot \cos 30^\circ = -10 \cdot 0,707 + 15 \cdot 0,5 - 23,51 \cdot 0,866;$$

$$Y_A = -19,93 \text{ кН.}$$

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{(-12,31)^2 + (-19,93)^2} = 23,43 \text{ кН.}$$

Задача С2

Определить реакции внешних и внутренних связей составной конструкции, состоящей из двух тел. Расчетные схемы представлены на рис. 6 - 8. Для линейные размеры указаны в метрах. Активная нагрузка дана в таблице 3. Отрезок DE (в тех вариантах, где он обозначен) представляет собой прямоугольный невесомый стержень. Во всех вариантах внутренняя связь обозначена точкой С. На составные конструкции действуют силы P и Q , распределенная нагрузка

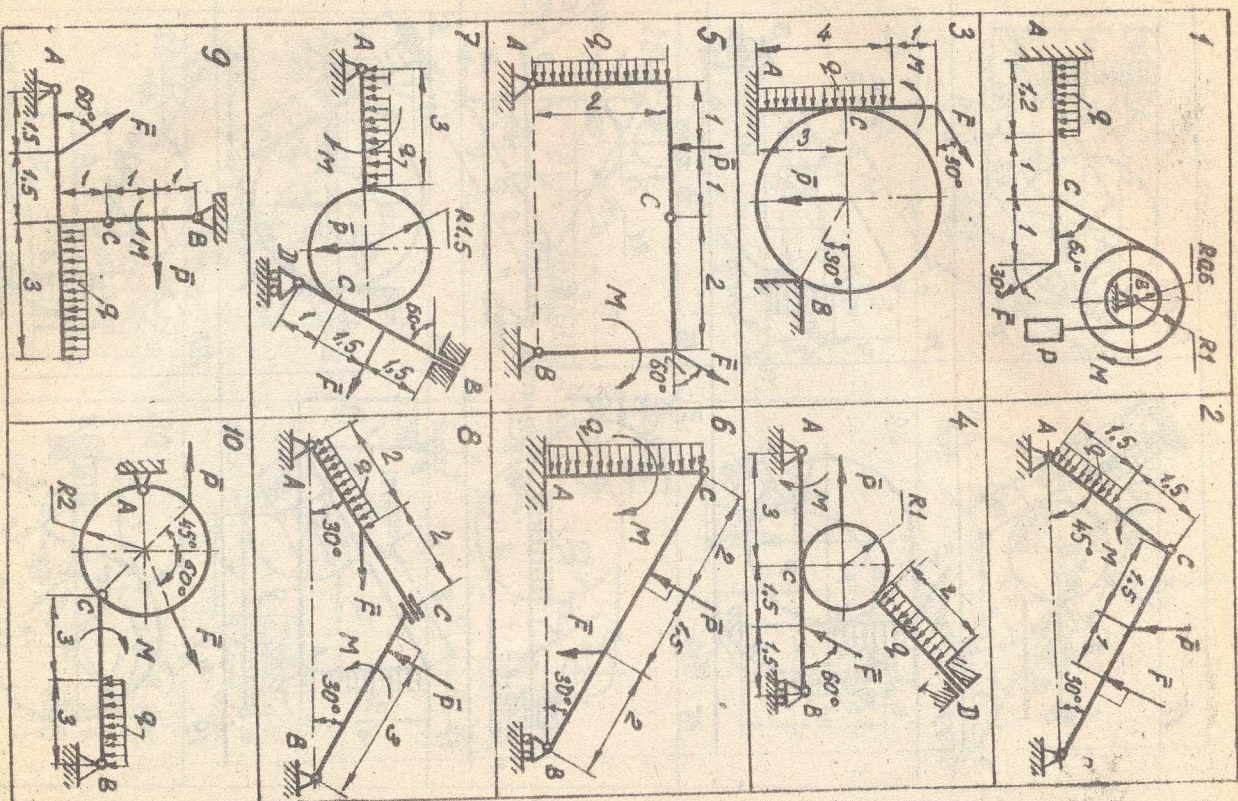
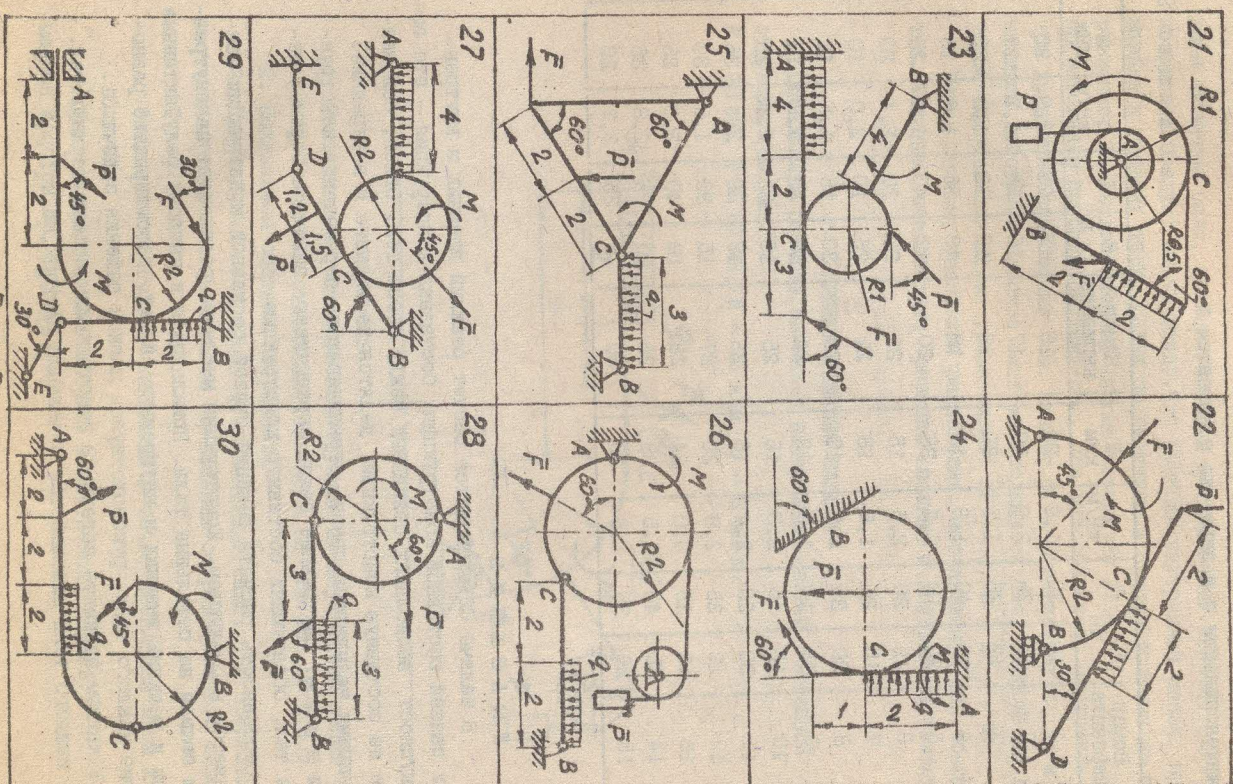
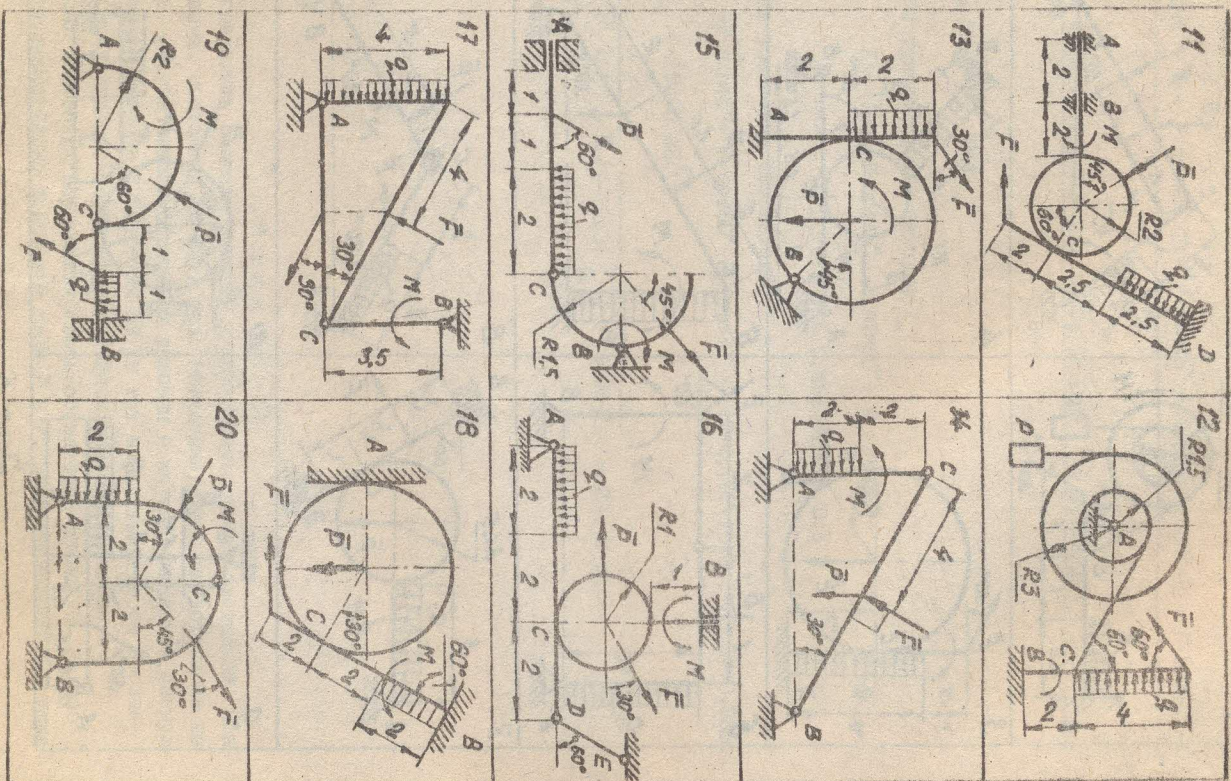


Рис. 6



Duc. 7

DUC. 8

Интенсивности q и пара сил с моментом M .

Т а б л и ц а 3

Номер варианта	F кН	P кН	q кН/м	M кНм	Номер варианта	F кН	P кН	q кН/м	M кНм
1	10	30	1,8	25	16	12	25	2,0	20
2	15	25	2,0	20	17	10	20	2,2	25
3	12	35	1,5	30	18	16	30	1,8	35
4	16	40	1,6	15	19	18	35	1,5	15
5	20	10	2,2	35	20	12	40	1,6	25
6	12	20	2,5	15	21	20	20	2,4	20
7	15	25	1,6	18	22	25	10	2,0	10
8	20	35	2,0	10	23	30	15	1,5	12
9	18	10	1,8	12	24	25	20	1,8	15
10	16	15	2,2	15	25	10	25	2,0	25
11	30	20	2,4	18	26	12	30	2,4	35
12	12	25	2,8	20	27	15	35	1,5	30
13	16	35	3,0	24	28	18	40	3,0	25
14	25	40	2,5	28	29	20	25	2,8	35
15	28	35	1,8	18	30	15	35	2,2	20

У К А З А Н И Я

В задании С2 проводится расчет реакций внешних и внутренних связей составной конструкции. Составная конструкция — это совокупность нескольких связанных между собой тел. Связи, наложенные на составную конструкцию, делятся на внешние и внутренние. Внешними называются связи, ограничивающие перемещение конструкции в целом. Внутренние связи ограничивают взаимное перемещение тел, образующих составную конструкцию.

Особенность расчета реакций связей составной конструкции заключается в следующем. Конструкцию мысленно расчленяют по внутренним связям на отдельные тела. Прикладывая к каждому телу внешние силы и реакции внешних и внутренних связей, рассматривают равновесие каждого тела, руководствуясь планом решения задания С1.

В каждом варианте задания С2 конструкция состоит из двух тел. Для каждого тела выполняется отдельный рисунок, на котором показан

всем активные силы, реакции внешних и внутренних связей, систему координат. Следует иметь в виду, что реакции внутренней связи, приложенные к каждому телу, равны по величине и противоположны по направлению. На каждом рисунке (кроме вариантов 3, 18 и 24) мы будем прикладывать плоскую систему сил, для которой нужно составить три уравнения равновесия (см. задание С1). В вариантах 3, 18 и 24 на диск действует плоская система сходящихся сил, равновесие которой описывается двумя уравнениями: $\sum F_x = 0$ и $\sum F_y = 0$.

Решая систему уравнений равновесия, составленную для обоих тел, находим неизвестные реакции внешних и внутренних связей.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Определить реакции внешних и внутренних связей составной конструкции (см. рис. 9).

$F = 20$ кН, $P = 10$ кН, $M = 25$ кНм, $q = 5$ кН/м.

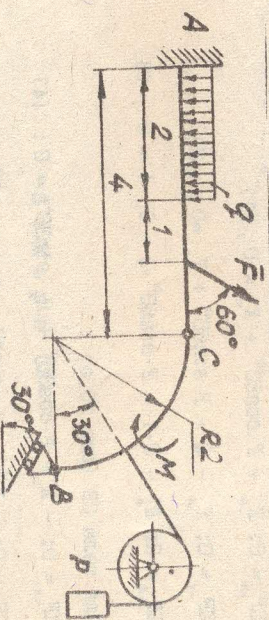


Рис. 9

1. Разделяем составную конструкцию по внутренней связи (шарнир C) на два отдельных тела AC и CB (см. рис. 10 а, б).
 2. Показываем систему координат.
 3. Прикладываем к каждому телу активные силы. Р — предельную нагрузку интенсивности q заменим сосредоточенной силой $Q = qL = 5 \cdot 2 = 10$ кН.
- Силу тяжести груза G приложим в точке крепления нити к телу CB.
4. Показываем реакции внешних и внутренних связей:
 $X_A, Y_A, M_A, R_B, X_C, Y_C$.

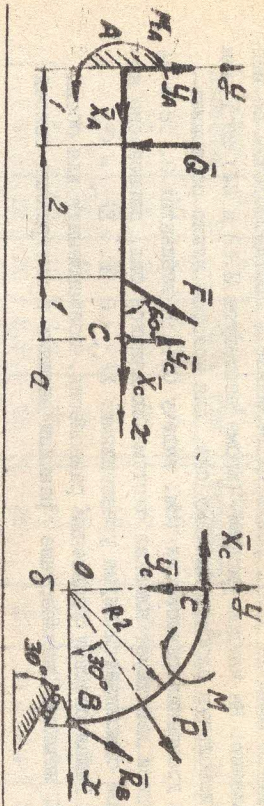


Рис.10 а,б

б. Составим уравнения равновесия.

Для тела AC (рис.10,а) :

$$\sum F_x = 0; X_A + F \cdot \cos 60^\circ + X_C = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0; Y_A - Q + F \cdot \sin 60^\circ + Y_C = 0; \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0; M_A - Q \cdot 1 + F \cdot \sin 60^\circ \cdot 3 + Y_C \cdot 4 = 0. \quad (3)$$

Для тела CB (рис.10,б) :

$$\sum F_x = 0; -X_C + F \cdot \cos 30^\circ + R_B \cdot \sin 30^\circ = 0; \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0; -Y_C + F \cdot \sin 30^\circ + R_B \cdot \cos 30^\circ = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_C = 0; -M + F \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 + R_B \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 + R_B \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) найдем R_B :

$$R_B = \frac{M - F \cdot \cos 30^\circ \cdot 2}{2 \cdot \sin 30^\circ + 2 \cdot \cos 30^\circ} = \frac{25 - 10 \cdot 0,866 \cdot 2}{2 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,866} = 2,81 \text{ кН.}$$

Из уравнения (5) найдем Y_C :

$$Y_C = F \cdot \sin 30^\circ + R_B \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot 0,5 + 2,81 \cdot 0,866 = 7,43 \text{ кН.}$$

Из уравнения (4) найдем X_C :

$$X_C = F \cdot \cos 30^\circ + R_B \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot 0,866 + 2,81 \cdot 0,5 = 10,07 \text{ кН.}$$

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = \sqrt{10,07^2 + 7,43^2} = 12,51 \text{ кН.}$$

Из уравнения (3) найдем M_A :

$$M_A = Q \cdot 1 - F \cdot \sin 60^\circ - Y_C \cdot 4 = 10 - 20 \cdot 0,866 - 7,43 \cdot 4 = -71,68 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2) найдем Y_A :

$$Y_A = Q - F \cdot \sin 60^\circ - Y_C = 10 - 20 \cdot 0,866 - 7,43 = -14,75 \text{ кН.}$$

Из уравнения (1) найдем X_A :

$$X_A = F \cdot \cos 60^\circ - X_C = 20 \cdot 0,5 - 10,07 = -20,07 \text{ кН.}$$

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{(-20,07)^2 + (-14,75)^2} = 24,95 \text{ кН.}$$

Задача 33

Механическая система находится в равновесии под действием сил $\vec{P}$ и $\vec{F}$. Трусы и катки установлены на шероховатых поверхностях. Определить, учитывая силы трения сцепления и качения, величины, указанные в колонке "Найти" таблицы 4.

$F_{\min}$, $F_{\max}$ - минимальное и максимальное значения силы F , при которых система находится в равновесии;

R_A , R_B , R_C - реакции связей соответствующих точек;

f - несомоходимый коэффициент трения сцепления, при котором отсутствует скольжение тел качения.

Расчетные схемы для различных вариантов представлены на рис.11, 12, 13, а необходимые исходные данные - в таблице 4. Звено 33 (в тех вариантах, где оно имеется) - произвольный несомоходимый стержень.

Из уравнения (6) найдем F :

$$F = \frac{N \cdot 1,5 - F_c \cdot 0,3}{2 \cdot 0,0845^\circ - 8 \sin 45^\circ} = \frac{100 \cdot 1,5 - 10 \cdot 0,3}{2 \cdot 0,707 + 0,707} = 69,3 \text{ кН.}$$

Из уравнения (5) найдем Y_B :

$$Y_B = F_c - F \cdot 3 \sin 45^\circ = 10 - 69,3 \cdot 0,707 = -39 \text{ кН.}$$

Из уравнения (4) найдем X_B :

$$X_B = -N + F \cdot 0,0845^\circ = -100 + 69,3 \cdot 0,707 = -51 \text{ кН.}$$

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{100^2 + 30^2} = 104,4 \text{ кН.}$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{(-51)^2 + (-39)^2} = 64,2 \text{ кН.}$$

Ответ:

$$R_A = 104,4 \text{ кН, } R_B = 64,2 \text{ кН; } F_{\text{min}} = F = 69,3 \text{ кН.}$$

Задача 34

Однородная прямоугольная плита веса $P = 10 \text{ кН}$ удерживается в равновесии с помощью сферического шарнира A , радиального подшипника B и стержня CD . На плиту действуют силы F и Q и пара сил с моментом M , расположенная в плоскости плиты.

Определить реакции связей, наложенных на плиту.

Расчетные схемы и активная нагрузка для различных вариантов представлены на рис. 20, 21, 22 и в таблице 6. Пунктирная линия, проведенная в точке приложения силы, и обозначения на рисунке угол находится в одной плоскости. В тех вариантах, где угол, под которым приложена сила, не обозначен, считать эту силу параллельной одной из координатных осей.

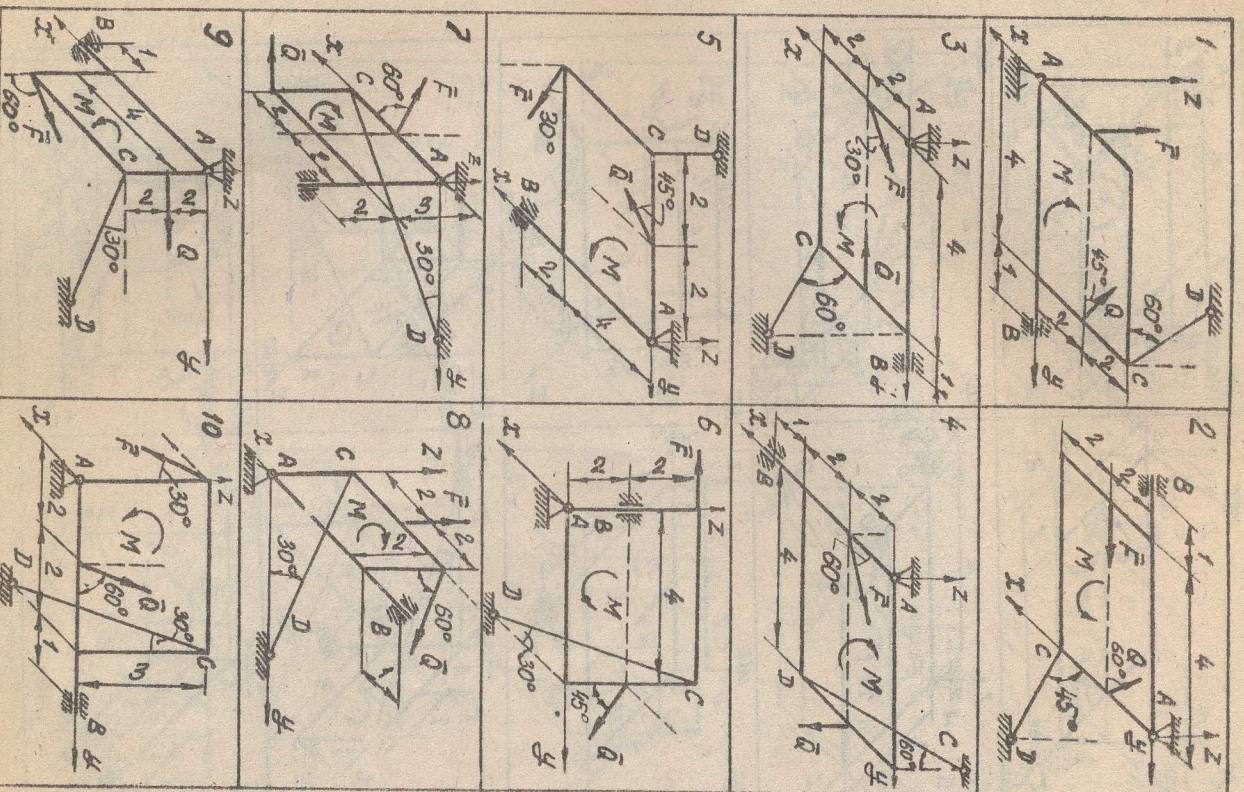
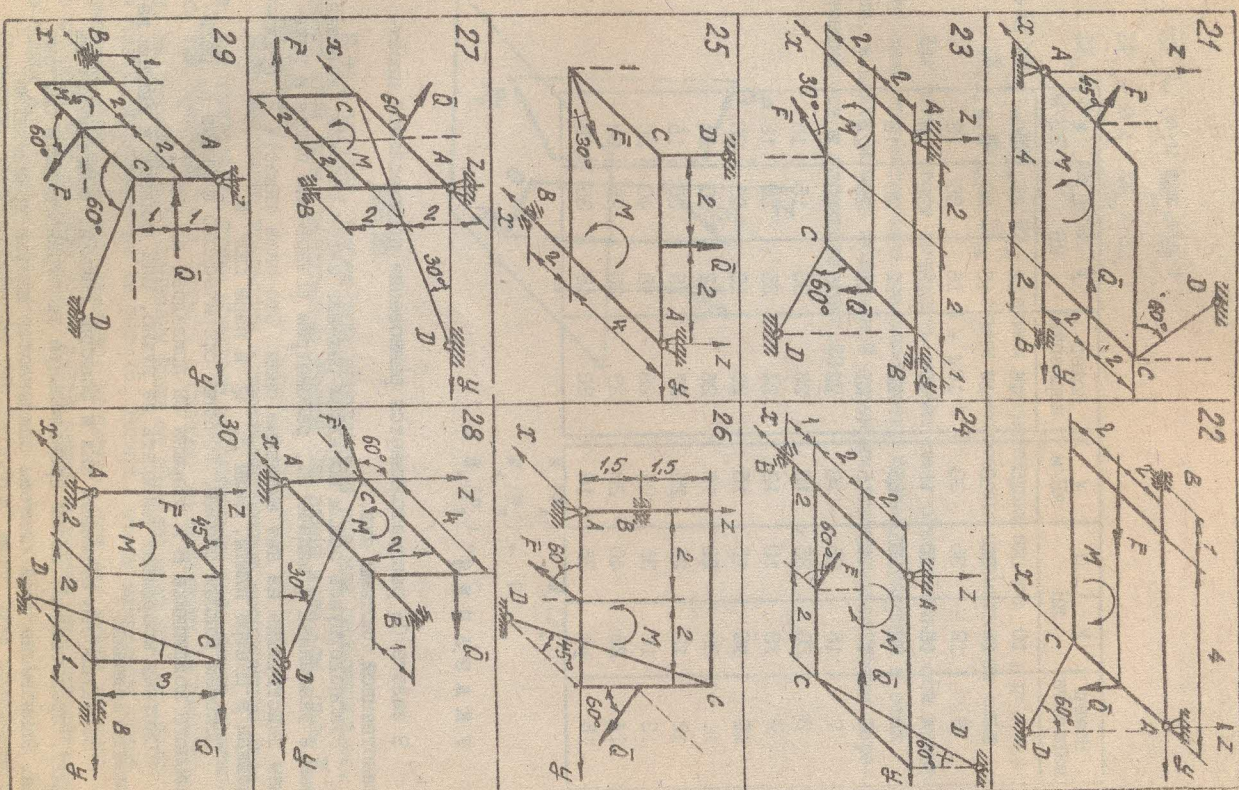
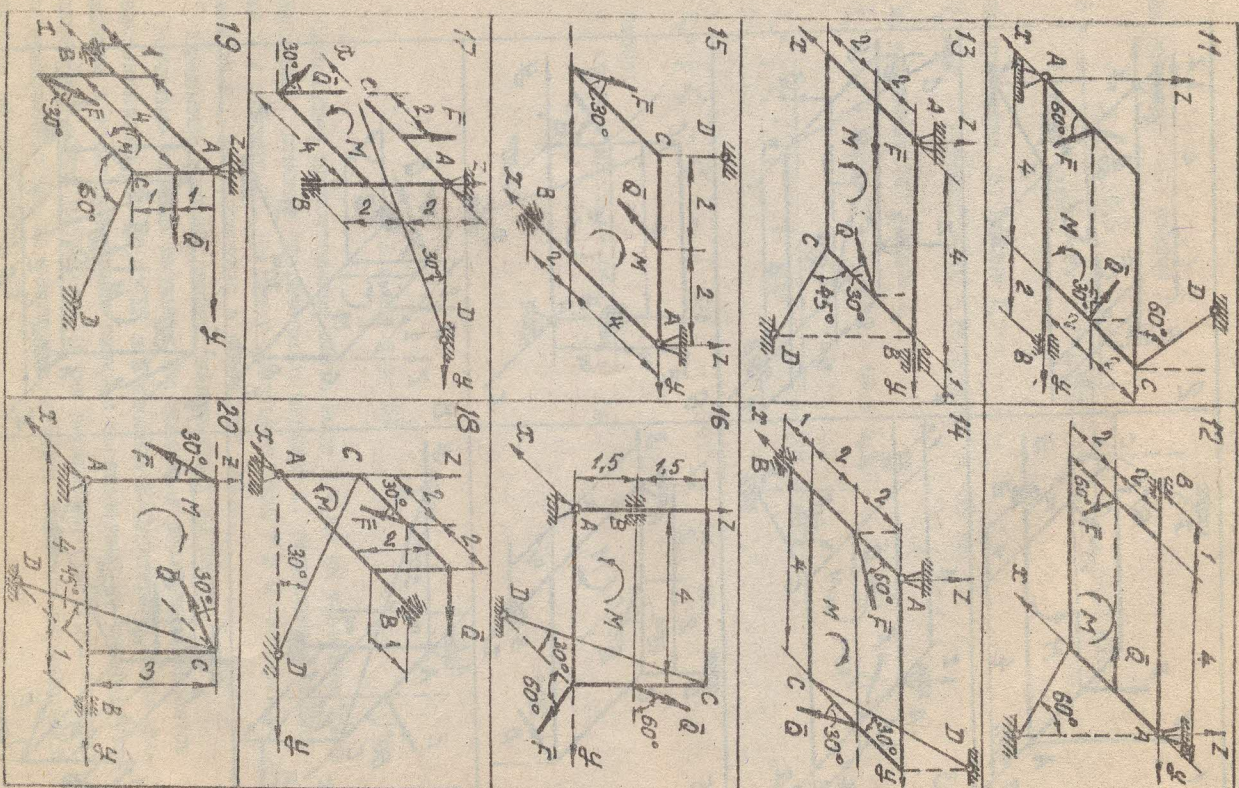


Рис. 20



Т а б л и ц а 3

Номер варианта	F кН	Q кН	M кН/м	Номер варианта	F кН	Q кН	M кН/м
1	10	30	25	16	12	25	20
2	15	25	20	17	10	20	2,2
3	12	35	30	18	16	30	18
4	16	40	15	19	18	35	15
5	20	10	35	20	12	40	16
6	12	20	15	21	20	20	24
7	15	25	18	22	25	10	20
8	20	35	10	23	30	15	15
9	18	10	12	24	25	20	18
10	16	15	15	25	10	25	20
11	30	20	18	26	12	30	24
12	12	25	20	27	15	35	15
13	16	35	24	28	18	40	30
14	25	40	28	29	20	25	28
15	28	35	18	30	15	35	22

У К А З А Н И Я

В задаче С4 рассмотривается равновесие произвольной прост-
ранственной системы сил.

Руководствуясь общ.м порядком решения задач статике, изложен-
ным в указаниях к задаче С1, рассмотрим равновесие плиты и пока-
жем действующие на нее активные силы. Это силы тяжести F , прило-
женной в центре плиты, силы F , Q и пара сил M .

Покажем реакции связей. Реакции сферического шарнира А, ради-
ального подшипника В и стержня СД приведены на рис.1.

Систему координат выбирать не нужно, она указана в каждом ва-
рианте задания.

Овокупность активных сил и реакций связей, действующих на
плиту, представляет собой произвольную пространственную систему
сил. Равновесие этой системы описывается шестью уравнениями:

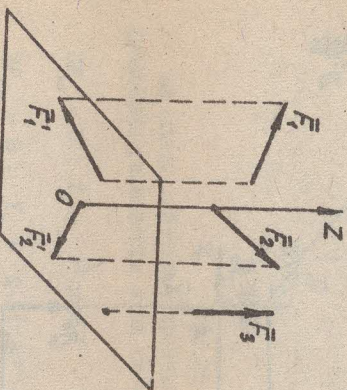
$$\sum F_{ix} = 0; \quad \sum M_{ix} = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad \sum M_{iy} = 0;$$

$$\sum F_{iz} = 0; \quad \sum M_{iz} = 0.$$

Здесь $\sum F_{ix}, \sum F_{iy}, \sum F_{iz}$ - суммы проекций сил на оси x, y, z ;
 $\sum M_{ix}, \sum M_{iy}, \sum M_{iz}$ - суммы моментов сил относительно осей
 x, y, z .

Для того, чтобы вычислить момент силы относительно оси, нужно
эту силу спроектировать на плоскость, перпендикулярную к этой
оси, и найти момент полученной проекции относительно точки пере-
сечения оси и плоскости (рис.23).



$$M_z(F_1) = M_o(F_2)$$

$$M_z(F_2) = 0$$

$$M_z(F_3) = 0$$

Рис.23

В тех случаях, когда сила параллельна оси или пересекает ее,
момент этой силы относительно данной оси равен нулю (см. силы F_2 и
 F_3 на рис.23).

Если возникнут трудности с пространственным восприятием зада-
чи, для вычисления суммы моментов относительно оси можно постро-
ить три проекции тела (вместе с силами) на координатные плоскос-
ти. На рис.24(а,б,в) показаны виды со стороны осей $Δx, Δy$ и $Δz$
на плиту, изображенную на рис.25. Теперь, чтобы вычислить сумму
моментов всех сил относительно, например, оси $Δx$, нужно на виде
со стороны оси $Δx$ (рис.24,а) найти сумму моментов сил относитель-
но точки А.

Проекция, изображенная на рис.24(а,б,в) могут быть полезными и

при вычислении сумм проекций сил на координатные оси. В контрольной работе эти вспомогательные рисунки приводить не нужно.

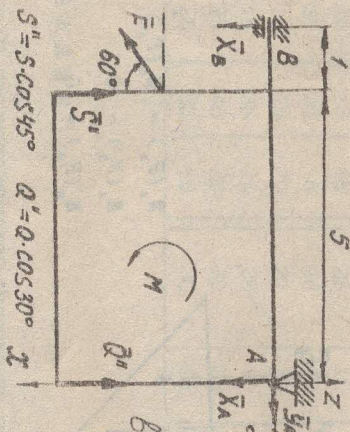
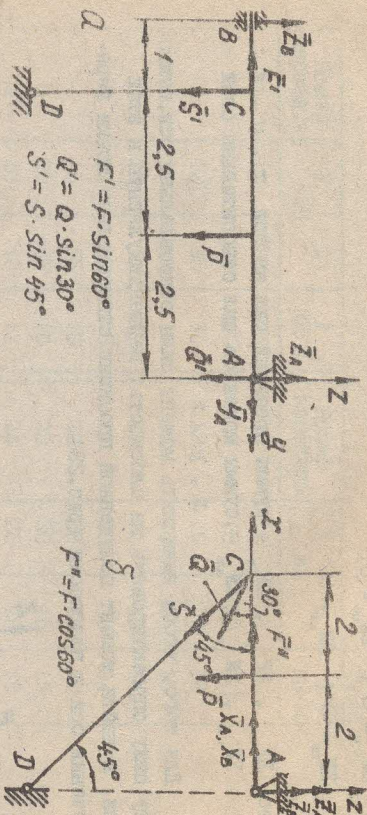


Рис. 24 а, б, в

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Определить реакции опор плиты веса $P = 25$ кН, показанной на рис. 25. $F = 10$ кН, $Q = 20$ кН, $M = 15$ кНм.

Рассмотрим равновесие плиты. На нее действуют активные силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил M , расположенная в плоскости плиты.

Покажем реакции связей. Реакцию сферического шарнира определяют три ее составляющие X_A , Y_A и Z_A . Реакцию подшипника B имеет две раздельные составляющие Z_B и X_B . Реакцию стержня CD имеет две раздельные составляющие Z_D и X_D , считая его растянутым.

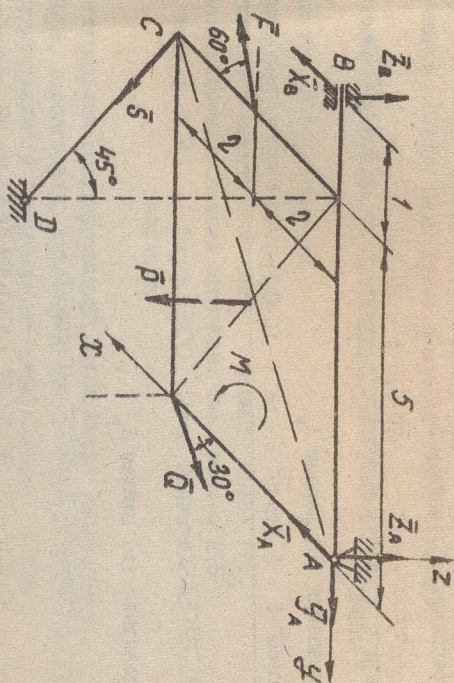


Рис. 25

На плиту действует произвольная пространственная система сил. Уравнения равновесия этой системы имеют вид:

$$\sum F_{ix} = 0; X_B + F \cdot \cos 60^\circ - S \cdot \sin 45^\circ + X_A - Q \cdot \cos 30^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = 0; Y_A + Q \cdot \sin 30^\circ - F \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_{iz} = 0; Z_A + Z_B - S \cdot \cos 45^\circ - P = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_{ix} = 0; -Z_B \cdot 6 + S \cdot \cos 45^\circ \cdot 5 + P \cdot 2,5 = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_{iy} = 0; S \cdot \cos 45^\circ \cdot 4 + Q \cdot \sin 30^\circ \cdot 4 + P \cdot 2 = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{iz} = 0; X_B \cdot 6 + F \cdot \cos 60^\circ \cdot 5 - S \cdot \cos 45^\circ \cdot 5 + M = 0. \quad (6)$$

Решая систему уравнений (1) - (6), определим реакции связей плиты.

Из уравнения (2) найдем Y_A :

$$Y_A = -Q \cdot \sin 30^\circ + F \cdot \sin 60^\circ = -20 \cdot 0,5 + 10 \cdot 0,866 = -1,34 \text{ кН}.$$

из уравнения (5) найдем S :

$$\frac{-0,81730^{\circ} \cdot 4 - P \cdot 2}{4 \cdot \cos 45^{\circ}} = \frac{-20 \cdot 0,5 \cdot 4 - 25 \cdot 2}{4 \cdot 0,707} = -31,82 \text{ кН.}$$

из уравнения (6) найдем Y_A :

$$\frac{-P \cdot \cos 60^{\circ} \cdot 5 + S \cdot \cos 45^{\circ} \cdot 5 - M}{6} = \frac{-10 \cdot 0,5 \cdot 5 - 31,82 \cdot 0,707 \cdot 5 - 15}{6} = -25,41 \text{ кН.}$$

из уравнения (1) найдем X_A :

$$X_A = -Y_A - P \cdot \cos 60^{\circ} + P \cdot \sin 45^{\circ} + Q \cdot \cos 30^{\circ} = 25,41 - 10 \cdot 0,5 - 31,82 \cdot 0,707 + 20 \cdot 0,866 = 15,23 \text{ кН.}$$

из уравнения (4) найдем Z_B :

$$Z_B = \frac{S \cdot \cos 45^{\circ} \cdot 5 + P \cdot 2,5}{6} = \frac{-31,82 \cdot 0,707 \cdot 5 + 25 \cdot 2,5}{6} = -8,33 \text{ кН.}$$

из уравнения (3) найдем Z_A :

$$Z_A = -Z_B + S \cdot \cos 45^{\circ} + P = 8,33 - 31,82 \cdot 0,707 + 25 = 10,83 \text{ кН.}$$

Результаты расчета :

$$X_A = 15,23 \text{ кН ; } Y_A = -1,34 \text{ кН ; } Z_A = 10,83 \text{ кН ;}$$

$$X_B = -25,41 \text{ кН ; } Z_B = -8,33 \text{ кН ;}$$

$$S = -31,82 \text{ кН (стрелка CD сжат).}$$

Теоретическая механика. Контрольная работа №1 для студентов -
зачисников. Объем, содержание и методические указания.

Составители: В.В.Жога, А.Н.Попов, А.Е.Русаковский, А.Г.Шукина

Редактор Л.Н.Полованова

Темплан 1997 г., поз. № 119+120

Подписано в печать 22.04.97г. Формат 60х84 1/6.

Бумага газетная. Печать офсетная. Физ. печ. л. 2,5.

Уч.-изд. л. 2,41. Тираж 300 экз. Заказ № 243

Воспитанно.

Волгоградский государственный технический университет.
400066, г. Волгоград, пр. Ленина, 28. Типография Волгоградского
государственного технического университета. 400066,
Волгоград, ул. Советская, 36.