

Оглавление

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ И СДАЧИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ «ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ»	3
ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО ПРЕДМЕТУ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ.....	4
1. Теоретические основы методов линейного программирования	4
2. Симплексный метод решения задач линейного программирования	4
3. Геометрический метод решения задачи линейного программирования	5
4. Задача, двойственная основной задаче линейного программирования	5
5. Анализ устойчивости двойственных оценок	6
6. Экономико-математическая модель транспортной задачи ...	6
ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	8
Задача 1	8
Вариант 1	8
Вариант 2	8
Вариант 3	8
Вариант 4	8
Вариант 5	8
Вариант 6	9
Вариант 7	9
Вариант 8	9
Вариант 9	9
Вариант 10	9
Задача 2. (Транспортная задача)	10
Вариант 1	10
Вариант 2	10
Вариант 3	10
Вариант 4	11
Вариант 5	11
Вариант 6	11
Вариант 7	11
Вариант 8	11

Вариант 9.....	11
Вариант 10.....	11

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ И СДАЧИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ «ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ»

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера студенческого билета или зачетной книжки (если последняя цифра — 0, то номер выполняемого варианта — 10).

Для каждой задачи:

- полностью привести ее условие;
- привести содержательное решение;
- явным образом записать ответ.

В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует заменить общие данные конкретными из соответствующего варианта.

Чистовой вариант работы выполняют в одном экземпляре, на белой бумаге форматом стандартного писчего листа (формат А-4, 210 x 297 мм).

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО ПРЕДМЕТУ ЭКОНОМИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1. Теоретические основы методов линейного программирования

- Математическое программирование как наука.
- Линейное программирование как раздел математического программирования.
- Производственная задача — задача об оптимальном использовании ресурсов.
- Экономико-математическая модель производственной задачи.
- Целевая функция в задачах линейного программирования.
- Система ограничений основной задачи линейного программирования.
- Математическая формулировка основной задачи линейного программирования
- Каноническая форма постановки основной задачи линейного программирования.
- Матричная форма записи основной задачи линейного программирования.
- Табличная форма постановки производственной задачи.
- Решения системы линейных ограничений - её базисные решения.

2. Симплексный метод решения задач линейного программирования

- Общая идея симплексного метода.
- Два этапа симплексного метода:
 - 1) нахождение допустимого базисного решения системы линейных ограничений;
 - 2) нахождение оптимального решения.
- Нетабличное представление симплекс-метода.
- Первое опорное решение.
- Принцип замены базисной переменной на свободную.
- Второе базисное решение и проверка его на оптимальность.
- Алгоритм симплексного метода.
- Условие неединственности оптимального решения.
- Условие неограниченности функции цели.
- Табличная форма симплексного метода.
- Нахождение в симплекс-таблице ключевого столбца и его роль.
- Ключевая строка и её назначение.
- Разрешающий элемент в симплекс-таблице и его использование.

- Правило прямоугольников преобразования элементов симплекс-таблицы.
- Условие неопределённости системы линейных ограничений и количество её решений.
- Условие несовместимости системы линейных ограничений.
- Условия неизменного переноса в новую симплекс-таблицу из старой соответствующего столбца или строки.
- Основные правила при составлении и преобразовании симплекс-таблиц.

3. Геометрический метод решения задачи линейного программирования

- Основные теоремы линейного программирования
- В чём достоинство и недостаток геометрического метода решения задачи.
- Нахождение области допустимых решений системы линейных ограничений.
- Нахождение постоянных уровней функции цели.
- Направление возрастания функции цели.
- Геометрическое нахождение оптимального решения основной задачи линейного программирования.
- Геометрическое представление единственного оптимального плана.
- Геометрическая интерпретация множества оптимальных решений.
- Геометрическое представление отсутствия оптимального решения из-за неограниченности функции цели.
- Геометрический аналог отсутствия оптимального решения из-за несовместимости линейных ограничений (область допустимых решений - пустое множество).
- Свойства оптимальных решений основной задачи линейного программирования на плоскости.

4. Задача, двойственная основной задаче линейного программирования

- Постановка двойственной задачи..
- Математическая формулировка двойственной задачи.
- Сравнение прямой и двойственной задач линейного программирования.
- Сравнительные свойства двойственных задач.
- Правила составления задачи, двойственной по отношению к исходной.
- Соответствие между переменными в исходной и двойственной задачах.
- Основные теоремы двойственности.
- Выводы из основных теорем двойственности.
- Двойственные оценки и их смысл.
- Нахождение двойственных оценок и их экономическая интерпретация.
- Свойства двойственных оценок сырья.

5. Анализ устойчивости двойственных оценок

- Экономический смысл двойственных оценок сырья.
- Вектор изменения запасов сырья
- Матрица изменения оптимального плана производства.
- Вывод условия устойчивости двойственных оценок.
- Определение допустимого изменения запаса сырья одного вида, при котором двойственные оценки не изменяются.
- Геометрическое определение допустимого изменения запаса сырья одного вида, при котором двойственные оценки не изменяются.
- Определение допустимых изменений величин запасов сырья всех видов одновременно, при которых двойственные оценки сырья сохраняют свой значения.
- Изменение функции цели при изменении запасов сырья.
- Нахождение нового оптимального плана производства при изменении запасов сырья.

6. Экономико-математическая модель транспортной задачи

1. Постановка транспортной задачи

- Формулировка транспортной задачи.
- Матрица планирования перевозок.
- Соотношения между запасами и потребностями в грузе.
- Закрытые и открытые модели транспортной задачи.
- Транспортные задачи сбалансированные и несбалансированные.
- Введение ограничений на перевозки, связанные с наличием грузов.
- Ограничения на перевозки, связанные с потребностями в грузе.
- Целевая функция транспортной задачи.
- Полная математическая постановка транспортной задачи.
- Условие разрешимости транспортной задачи.
- Сведение открытой модели задачи к закрытой (случай, когда запасы превосходят потребности).
- Переход от несбалансированной транспортной задачи к сбалансированной (когда потребности превышают запасы грузов).
- Особенности постановки экономико-математической модели транспортной задачи.
- Два этапа исследования и решения транспортной задачи.

2. Построение исходного опорного плана транспортной задачи

- Различные способы отыскания исходного опорного плана.
- Метод северо-западного угла.
- Метод наименьшей стоимости.
- Вырождение опорного плана поставок.
- Преодоление вырождения опорного плана и заикливания.
- Цикл в транспортной задаче и его различные конфигурации.

3. Нахождение оптимального плана транспортной задачи

- Различные способы улучшения исходного опорного плана.
- Критерий оптимальности в транспортной задаче.
- Проверка опорного плана на оптимальность.
- Потенциалы строк и столбцов.
- Алгоритм метода потенциалов.
- Схема перемещения перевозки в незаполненную клетку.
- Цель применения метода потенциалов.
- Алгоритм нахождения оптимального плана перевозок транспортной задачи.

4. Задача о назначениях как частный случай транспортной задачи

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача 1

Предприятие выпускает два вида продукции А и D.

На изготовление единицы изделия А требуется затратить a_1 кг сырья первого типа, a_2 кг сырья второго типа и a_3 кг сырья третьего типа.

На изготовление единицы изделия D требуется затратить d_1 кг сырья первого типа, d_2 кг сырья второго типа и d_3 кг сырья третьего типа.

Производство обеспечено сырьём каждого типа в количестве b_1 кг, b_2 кг, b_3 кг соответственно.

Стоимость единицы изделия А составляет c_1 ден. ед., а единицы изделия D — c_2 ден. ед.,

Требуется составить план производства изделий А и D, обеспечивающий максимальную сумму от их реализации.

1. Решить задачу геометрически.
2. Решить задачу симплекс-методом.

Вариант 1

$a_1 = 2$ кг; $d_1 = 5$ кг; $b_1 = 432$ кг; $\Delta b_1 = 118$ кг; $c_1 = 34$ ден. ед.

$a_2 = 3$ кг; $d_2 = 4$ кг; $b_2 = 424$ кг; $\Delta b_2 = 37$ кг; $c_2 = 50$ ден. ед.

$a_3 = 5$ кг; $d_3 = 3$ кг; $b_3 = 582$ кг; $\Delta b_3 = -100$ кг.

Вариант 2

$a_1 = 4$ кг; $d_1 = 1$ кг; $b_1 = 240$ кг; $\Delta b_1 = 70$ кг; $c_1 = 40$ ден. ед.

$a_2 = 2$ кг; $d_2 = 3$ кг; $b_2 = 180$ кг; $\Delta b_2 = 120$ кг; $c_2 = 30$ ден. ед.

$a_3 = 1$ кг; $d_3 = 5$ кг; $b_3 = 251$ кг; $\Delta b_3 = 150$ кг.

Вариант 3

$a_1 = 2$ кг; $d_1 = 7$ кг; $b_1 = 560$ кг; $\Delta b_1 = 0$ кг; $c_1 = 55$ ден. ед.

$a_2 = 3$ кг; $d_2 = 3$ кг; $b_2 = 300$ кг; $\Delta b_2 = 60$ кг; $c_2 = 35$ ден. ед.

$a_3 = 5$ кг; $d_3 = 1$ кг; $b_3 = 332$ кг; $\Delta b_3 = 68$ кг.

Вариант 4

$a_1 = 1$ кг; $d_1 = 3$ кг; $b_1 = 300$ кг; $\Delta b_1 = 65$ кг; $c_1 = 52$ ден. ед.

$a_2 = 3$ кг; $d_2 = 4$ кг; $b_2 = 477$ кг; $\Delta b_2 = 195$ кг; $c_2 = 39$ ден. ед.

$a_3 = 4$ кг; $d_3 = 1$ кг; $b_3 = 441$ кг; $\Delta b_3 = 117$ кг.

Вариант 5

$a_1 = 2$ кг; $d_1 = 3$ кг; $b_1 = 298$ кг; $\Delta b_1 = 140$ кг; $c_1 = 22$ ден. ед.

$a_2 = 6$ кг; $d_2 = 2$ кг; $b_2 = 600$ кг; $\Delta b_2 = 0$ кг; $c_2 = 40$ ден. ед.

$a_3 = 1$ кг; $d_3 = 5$ кг; $b_3 = 401$ кг; $\Delta b_3 = 259$ кг.

Вариант 6

$a_1 = 3 \text{ кг}; d_1 = 1 \text{ кг}; b_1 = 330 \text{ кг}; \Delta b_1 = 130 \text{ кг}; c_1 = 33 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 2 \text{ кг}; d_2 = 8 \text{ кг}; b_2 = 800 \text{ кг}; \Delta b_2 = -130 \text{ кг}; c_2 = 24 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 5 \text{ кг}; d_3 = 6 \text{ кг}; b_3 = 745 \text{ кг}; \Delta b_3 = 125 \text{ кг.}$

Вариант 7

$a_1 = 3 \text{ кг}; d_1 = 4 \text{ кг}; b_1 = 600 \text{ кг}; \Delta b_1 = 84 \text{ кг}; c_1 = 42 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 3 \text{ кг}; d_2 = 1 \text{ кг}; b_2 = 357 \text{ кг}; \Delta b_2 = 129 \text{ кг}; c_2 = 26 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 1 \text{ кг}; d_3 = 5 \text{ кг}; b_3 = 600 \text{ кг}; \Delta b_3 = -90 \text{ кг.}$

Вариант 8

$a_1 = 5 \text{ кг}; d_1 = 4 \text{ кг}; b_1 = 810 \text{ кг}; \Delta b_1 = 110 \text{ кг}; c_1 = 34 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 4 \text{ кг}; d_2 = 2 \text{ кг}; b_2 = 980 \text{ кг}; \Delta b_2 = -65 \text{ кг}; c_2 = 36 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 2 \text{ кг}; d_3 = 6 \text{ кг}; b_3 = 786 \text{ кг}; \Delta b_3 = 220 \text{ кг.}$

Вариант 9

$a_1 = 2 \text{ кг}; d_1 = 4 \text{ кг}; b_1 = 580 \text{ кг}; \Delta b_1 = 100 \text{ кг}; c_1 = 30 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 4 \text{ кг}; d_2 = 4 \text{ кг}; b_2 = 680 \text{ кг}; \Delta b_2 = 40 \text{ кг}; c_2 = 44 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 3 \text{ кг}; d_3 = 2 \text{ кг}; b_3 = 438 \text{ кг}; \Delta b_3 = -50 \text{ кг.}$

Вариант 10

$a_1 = 5 \text{ кг}; d_1 = 2 \text{ кг}; b_1 = 750 \text{ кг}; \Delta b_1 = -92 \text{ кг}; c_1 = 30 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 4 \text{ кг}; d_2 = 5 \text{ кг}; b_2 = 807 \text{ кг}; \Delta b_2 = 115 \text{ кг}; c_2 = 49 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 1 \text{ кг}; d_3 = 7 \text{ кг}; b_3 = 840 \text{ кг}; \Delta b_3 = 230 \text{ кг.}$

ЗАДАЧА 2. (ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА)

На трёх базах A_1, A_2, A_3 находится однородный груз в количестве $a_1 \text{ т}, a_2 \text{ т}, a_3 \text{ т}$. Этот груз необходимо развести пяти потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 , потребности которых в данном грузе составляют $b_1 \text{ т}, b_2 \text{ т}, b_3 \text{ т}, b_4 \text{ т}, b_5 \text{ т}$ соответственно.

Стоимость перевозок пропорциональна расстоянию и количеству перевозимого груза.

Матрица тарифов C_{ij} ден. ед./т и значения $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ приведены в табл. 1 и условия задачи по вариантам.

Таблица 1

Потребители. Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы груза
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	c_{14} x_{14}	c_{15} x_{15}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	c_{24} x_{24}	c_{25} x_{25}	a_2
A_3	c_{31} x_{31}	c_{32} x_{32}	c_{33} x_{33}	c_{34} x_{34}	c_{35} x_{35}	a_3
Потребность в грузе	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	Σ

Требуется спланировать первоначальные планы перевозок x_{ij} двумя способами (северо-западного угла и наименьшей стоимости) и улучшить их так, чтобы общая стоимость транспортных расходов была минимальной (использовать метод потенциалов).

Вариант 1

$$\begin{array}{ll}
 a_1 = 200 \text{ т}; & b_1 = 80 \text{ т}; \\
 a_2 = 250 \text{ т}; & b_2 = 260 \text{ т}; \\
 a_3 = 250 \text{ т}; & b_3 = 100 \text{ т}; \\
 & b_4 = 140 \text{ т}; \\
 & b_5 = 120 \text{ т};
 \end{array}
 \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 15 & 4 & 18 \\ 13 & 25 & 8 & 15 & 5 \\ 5 & 11 & 6 & 20 & 12 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\begin{array}{ll}
 a_1 = 150 \text{ т}; & b_1 = 60 \text{ т}; \\
 a_2 = 200 \text{ т}; & b_2 = 140 \text{ т}; \\
 a_3 = 150 \text{ т}; & b_3 = 100 \text{ т}; \\
 & b_4 = 80 \text{ т}; \\
 & b_5 = 120 \text{ т};
 \end{array}
 \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 19 & 8 & 14 & 5 & 9 \\ 6 & 10 & 5 & 25 & 11 \\ 7 & 13 & 8 & 12 & 14 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$\begin{array}{ll}
 a_1 = 200 \text{ т}; & b_1 = 220 \text{ т}; \\
 a_2 = 300 \text{ т}; & b_2 = 120 \text{ т}; \\
 a_3 = 300 \text{ т}; & b_3 = 160 \text{ т}; \\
 & b_4 = 100 \text{ т}; \\
 & b_5 = 200 \text{ т};
 \end{array}
 \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 6 & 13 & 8 \\ 7 & 5 & 11 & 16 & 4 \\ 12 & 15 & 18 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$\begin{aligned}a_1 &= 100 \text{ m}; & b_1 &= 100 \text{ m}; \\a_2 &= 150 \text{ m}; & b_2 &= 40 \text{ m}; \\a_3 &= 250 \text{ m}; & b_3 &= 140 \text{ m}; \\& & b_4 &= 60 \text{ m}; \\& & b_5 &= 160 \text{ m};\end{aligned}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 8 & 9 & 11 & 12 \\ 4 & 10 & 7 & 5 & 8 \\ 6 & 3 & 4 & 15 & 20 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$\begin{aligned}a_1 &= 300 \text{ m}; & b_1 &= 120 \text{ m}; \\a_2 &= 200 \text{ m}; & b_2 &= 180 \text{ m}; \\a_3 &= 200 \text{ m}; & b_3 &= 100 \text{ m}; \\& & b_4 &= 140 \text{ m}; \\& & b_5 &= 160 \text{ m};\end{aligned}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 25 & 9 & 12 & 6 & 18 \\ 4 & 7 & 5 & 11 & 19 \\ 10 & 15 & 18 & 13 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$\begin{aligned}a_1 &= 150 \text{ m}; & b_1 &= 100 \text{ m}; \\a_2 &= 200 \text{ m}; & b_2 &= 180 \text{ m}; \\a_3 &= 200 \text{ m}; & b_3 &= 40 \text{ m}; \\& & b_4 &= 120 \text{ m}; \\& & b_5 &= 110 \text{ m};\end{aligned}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 8 & 5 & 21 & 15 \\ 4 & 12 & 7 & 8 & 10 \\ 11 & 20 & 13 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$\begin{aligned}a_1 &= 100 \text{ m}; & b_1 &= 40 \text{ m}; \\a_2 &= 180 \text{ m}; & b_2 &= 120 \text{ m}; \\a_3 &= 120 \text{ m}; & b_3 &= 60 \text{ m}; \\& & b_4 &= 100 \text{ m}; \\& & b_5 &= 80 \text{ m};\end{aligned}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 20 & 22 & 9 & 6 & 13 \\ 5 & 13 & 7 & 4 & 10 \\ 30 & 18 & 15 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$\begin{aligned}a_1 &= 220 \text{ m}; & b_1 &= 80 \text{ m}; \\a_2 &= 180 \text{ m}; & b_2 &= 140 \text{ m}; \\a_3 &= 200 \text{ m}; & b_3 &= 200 \text{ m}; \\& & b_4 &= 60 \text{ m}; \\& & b_5 &= 120 \text{ m};\end{aligned}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 16 & 7 & 10 & 9 & 14 \\ 11 & 5 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 20 & 15 & 11 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$\begin{aligned}a_1 &= 240 \text{ m}; & b_1 &= 180 \text{ m}; \\a_2 &= 160 \text{ m}; & b_2 &= 40 \text{ m}; \\a_3 &= 200 \text{ m}; & b_3 &= 160 \text{ m}; \\& & b_4 &= 120 \text{ m}; \\& & b_5 &= 100 \text{ m};\end{aligned}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 15 & 20 & 9 \\ 8 & 7 & 6 & 12 & 14 \\ 16 & 11 & 19 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$\begin{aligned}a_1 &= 100 \text{ m}; & b_1 &= 100 \text{ m}; \\a_2 &= 200 \text{ m}; & b_2 &= 200 \text{ m}; \\a_3 &= 300 \text{ m}; & b_3 &= 80 \text{ m}; \\& & b_4 &= 60 \text{ m}; \\& & b_5 &= 160 \text{ m};\end{aligned}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 4 & 3 & 6 \\ 8 & 5 & 15 & 9 & 10 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

