

Оглавление

Внимание!.....	3
Правила оформления и сдачи контрольных работ по предмету «Математика».....	4
Вопросы к экзамену по предмету "Математика" (1 курс, 2 семестр).....	5
Раздел 1. Интегрирование функции одной переменной	8
Вариант № 1.....	8
Вариант № 2.....	8
Вариант № 3.....	9
Вариант № 4.....	10
Вариант № 5.....	10
Вариант № 6.....	11
Вариант № 7.....	11
Вариант № 8.....	12
Вариант № 9.....	12
Вариант № 10.....	13
Раздел 2. Дифференциальные уравнения	14
Вариант 1.....	14
Вариант 2.....	14
Вариант 3.....	15
Вариант 4.....	15
Вариант 5.....	16
Вариант 6.....	16
Вариант 7.....	17
Вариант 8.....	17
Вариант 9.....	18
Вариант 10.....	18
Раздел 3. «Теория вероятностей»	19
Задача 1	19
Задача 2	20
Задача 3	22
Задача 4	23
Раздел 4. «Математическая статистика».....	25
Задача 1	25
Задача 2	26
Задача 3	27
Правила оформления и сдачи контрольных работ по предмету «Экономико-математическое моделирование»	31
Вопросы к экзамену по предмету «Экономико-математическое моделирование»	32
1. Теоретические основы методов линейного программирования.....	32
2. Симплексный метод решения задач линейного программирования.....	32
3. Геометрический метод решения задачи линейного программирования	33

4. Задача, двойственная основной задаче линейного программирования	33
5. Анализ устойчивости двойственных оценок	33
6. Экономико-математическая модель транспортной задачи	34
Задания для контрольной работы	35
Задача 1 (Линейное программирование)	35
Вариант 1	35
Вариант 2	35
Вариант 3	35
Вариант 4	35
Вариант 5	36
Вариант 6	36
Вариант 7	36
Вариант 8	36
Вариант 9	36
Вариант 10	36
Задача 2 (Транспортная задача)	36
Вариант 1	37
Вариант 2	37
Вариант 3	37
Вариант 4	38
Вариант 5	38
Вариант 6	38
Вариант 7	38
Вариант 8	38
Вариант 9	39
Вариант 10	39

ВНИМАНИЕ!

Этот файл содержит задания по предметам
Математика и
Экономико-математическое моделирование
только для студентов группы Э-190С

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ И СДАЧИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера студенческого билета или зачетной книжки (если последняя цифра — 0, то номер выполняемого варианта — 10).

Для каждой задачи:

- полностью привести ее условие;
- привести содержательное решение;
- явным образом записать ответ.

В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует заменить общие данные конкретными из соответствующего варианта.

Чистовой вариант работы выполняют в одном экземпляре, на белой бумаге форматом стандартного писчего листа (формат А-4, 210 х 297 мм).

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ПРЕДМЕТУ "МАТЕМАТИКА" (1 КУРС, 2 СЕМЕСТР)

1. Понятие неопределенного интеграла и его свойства.
2. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям.
3. Интегрирование простейших дробей.
4. Интегрирование дробно-рациональных функций.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Понятие определенного интеграла.
8. Условие существования определенного интеграла.
9. Классы интегрируемых функций. Свойства интегрируемых функций.
10. Свойства определенных интегралов.
11. Теорема о среднем значении.
12. Определенный интеграл как функция переменного верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
14. Численные методы интегрирования.
15. Геометрические приложения определенных интегралов.
16. Интеграл по бесконечному промежутку.
17. Интеграл от неограниченной функции.
18. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции многих переменных.
19. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
20. Использование дифференциала в приближенных вычислениях. Касательная плоскость.
21. Производные и дифференциалы высших порядков функций многих переменных.
22. Производные от сложных функций многих переменных.
23. Производная по заданному направлению. Градиент.
24. Исследование функций многих переменных на экстремум.
25. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
26. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
27. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
28. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
29. Уравнения в полных дифференциалах.
30. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.
31. Численные методы решения дифференциальных уравнений.
32. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши для дифференциального уравнения высших порядков. Краевая задача.
33. Дифференциальные уравнения высших порядков, разрешимые в квадратурах.
34. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Фундаментальная система решений и общее решение линейного однородного уравнения
35. Теорема о структуре множества всех решений линейного однородного уравнения.

36. Решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных.
37. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
38. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
39. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами (со специальной правой частью).
40. Пространство элементарных событий.
41. Классическое определение вероятности события.
42. Основные формулы комбинаторики.
43. Геометрические вероятности.
44. Теорема умножения вероятностей.
45. Независимые события. Теорема умножения вероятностей независимых событий.
46. Вероятность наступления хотя бы одного события.
47. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
48. Формула полной вероятности.
49. Вероятность гипотез. Формулы Байеса.
50. Независимые испытания. Формула Бернулли.
51. Локальная теорема Лапласа.
52. Формула Пуассона.
53. Интегральная теорема Лапласа.
54. Закон больших чисел.
55. Дискретные случайные величины: основные понятия.
56. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Вероятностный смысл математического ожидания. Свойства математического ожидания.
57. Дисперсия дискретной случайной величины. Свойства дисперсии ДСВ. Среднее квадратическое отклонение.
58. Начальные и центральные теоретические моменты.
59. Непрерывная случайная величина. Функция распределения.
60. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.
61. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Асимметрия и эксцесс.
62. Равномерное распределение. Показательное распределение.
63. Нормальное распределение.
64. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины.
65. Вероятность заданного отклонения. Правило «трех сигм».
66. Задачи математической статистики. Выборочный метод.
67. Статистическое распределение выборки.
68. Статистическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
69. Статистические оценки параметров распределения.
70. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
71. Генеральная средняя. Выборочная средняя.
72. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия.
73. Характеристики вариационного ряда.

- 74. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал.
- 75. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ .
- 76. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным.
- 77. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства.
- 78. Случаи криволинейной корреляционной зависимости.

РАЗДЕЛ 1. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

ВАРИАНТ № 1

1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{1+7x}$; 1.2. $\int \frac{x dx}{2x-4}$; 1.3. $\int \frac{dx}{3-4x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln x}$; 1.5. $\int \frac{x dx}{\sqrt{2-3x^2}}$;

1.6. $\int \frac{dx}{x^2-2x+4}$; 1.7. $\int \ln^2 x$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$; 1.9. $\int \sin^3 2x dx$;

1.10. $\int \cos^5 x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_1^4 \frac{dx}{x^2+2x}$; 2.2. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos 2x dx$; 2.3. $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-\cos^2 x} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится: $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{x^2}$, $y = -x$, $x = -2$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями: $y = 2\sqrt{x}$, $y = 2x$.

ВАРИАНТ № 2

1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{6-2x}$; 1.2. $\int \frac{x dx}{5x-1}$; 1.3. $\int \frac{dx}{1-4x^2}$; 1.4. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$; 1.5. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^2}}$;

1.6. $\int \frac{dx}{x^2+2x+4}$; 1.7. $\int x \ln^2 x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-6}}$; 1.9. $\int \sin^4 2x dx$;

1.10. $\int \cos^3 x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x + 1}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx; 2.3. \int_0^1 \sqrt{4 - \sin^2 x} dx.$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится: $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2 \cos x$, $y = 3 \cos x$, $x = -\pi$, $x = \pi$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = x$.

ВАРИАНТ № 3

1. Найти неопределённые интегралы:

$$1.1. \int \frac{dx}{3x + 7}; 1.2. \int \frac{2x dx}{x + 5}; 1.3. \int \frac{dx}{6 - 2x^2}; 1.4. \int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1 + x^2}; 1.5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - 2x^3}};$$

$$1.6. \int \frac{dx}{x^2 - x + 2}; 1.7. \int x \ln x; 1.8. \int \frac{dx}{x \sqrt{2x^2 + 1}}; 1.9. \int \cos^4 2x dx;$$

$$1.10. \int \cos x \sqrt[3]{\sin^2 x} dx.$$

2. Вычислить определённые интегралы:

$$2.1. \int_2^4 \frac{dx}{x^2 - x - 2}; 2.2. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx; 2.3. \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - \cos^2 x} dx.$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится: $\int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \operatorname{tg} x$, $y = 0$, $x = -\frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями: $y = 2\sqrt{x}$, $y = 2$, $x = 4$.

ВАРИАНТ № 4

1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{3-8x}$; 1.2. $\int \frac{3xdx}{2x+1}$; 1.3. $\int \frac{dx}{2-5x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$; 1.5. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5+x^2}}$;

1.6. $\int \frac{dx}{x^2+3x+4}$; 1.7. $\int x^2 \ln x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2-1}}$; 1.9. $\int \cos^3 3x dx$;

1.10. $\int \sin^5 x \sqrt[3]{\cos^2 x} dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2-7x+12}$; 2.2. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \sin 2x dx$; 2.3. $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-\sin^2 x} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^e x \ln x dx.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x$, $y = 1$, $x = 0$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 2x$.

ВАРИАНТ № 5

1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int \frac{dx}{2-3x}$; 1.2. $\int \frac{3xdx}{2x+1}$; 1.3. $\int \frac{dx}{4-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{dx}{x \ln^3 x}$; 1.5. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2+5x^3}}$;

1.6. $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$; 1.7. $\int x e^x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}$; 1.9. $\int \sin^5 x dx$;

1.10. $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+2x+1}$; 2.2. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x \cos 2x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt{4-\cos^2 x} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится: $\int_0^1 \frac{dx}{1-x^2}$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 \sin 3x$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$.
5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 4x$.

ВАРИАНТ № 6

1. Найти неопределённые интегралы:

- 1.1. $\int (3-2x)^3 dx$; 1.2. $\int \frac{x^2 dx}{2x+1}$; 1.3. $\int \frac{x dx}{4-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{(2+\ln x) dx}{x}$; 1.5. $\int \frac{x^2 dx}{5x^3-1}$;
 1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$; 1.7. $\int x^2 e^x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$; 1.9. $\int \operatorname{tg}^2 x dx$;
 1.10. $\int \cos^4 x \sin^2 x dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

- 2.1. $\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e \ln x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[3]{x^5} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится: $\int_0^\infty \frac{x dx}{x^3+1}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $x = 3$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = x$.

ВАРИАНТ № 7

1. Найти неопределённые интегралы:

- 1.1. $\int (2-x)^3 dx$; 1.2. $\int \frac{2x^2 dx}{x+1}$; 1.3. $\int \frac{2x dx}{4-x^2}$; 1.4. $\int \frac{(1+\ln x) dx}{2x}$; 1.5. $\int \frac{x^2 dx}{4x^6-1}$;
 1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+5}}$; 1.7. $\int x^2 \cos x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$; 1.9. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$;
 1.10. $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e x \ln x dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[3]{x^7} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{(4-x)^3}}.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 6x - 8$, $x = -1$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = 4x$.

ВАРИАНТ № 8

1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (2+4x)^4 dx$; 1.2. $\int \frac{3x^2 dx}{2x-3}$; 1.3. $\int \frac{3x dx}{1-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{(1+\ln 2x) dx}{x}$;

1.5. $\int \frac{x^3 dx}{2x^8+1}$; 1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+5}}$; 1.7. $\int x \cos x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$;

1.9. $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$; 1.10. $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_{-1/2}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 2.2. $\int_1^e \ln(x+1) dx$; 2.3. $\int_0^2 \sqrt[4]{x^5} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится: $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 8$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = x$.

ВАРИАНТ № 9

1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (5+2x)^5 dx$; 1.2. $\int \frac{2x^2 dx}{3x-4}$; 1.3. $\int \frac{3x dx}{6-x^2}$; 1.4. $\int \frac{(2-\ln x) dx}{x}$; 1.5. $\int \frac{2x^2 dx}{9x^3+1}$;

1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$; 1.7. $\int x^2 \sin x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x+1}}$; 1.9. $\int \operatorname{tg}^4 x dx$;

1.10. $\int \cos^2 x \sin^2 x dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln(2x-1) dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[6]{x^5} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится: $\int_{2\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}} \frac{dx}{x^2 - 8}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = 3 \cos 2x$, $y = 1$, $x = -\frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{6}$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = 4x$.

ВАРИАНТ № 10

1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int (7-2x)^6 dx$; 1.2. $\int \frac{4x^2 dx}{x-4}$; 1.3. $\int \frac{5x dx}{2-3x^2}$; 1.4. $\int \frac{(2+\ln^2 x) dx}{x}$;

1.5. $\int \frac{3x^2 dx}{2x^6-1}$; 1.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x+4}}$; 1.7. $\int x^2 \sin x dx$; 1.8. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x-1}}$;

1.9. $\int \frac{1}{\sin^4 x} dx$; 1.10. $\int \cos^3 x \sin^5 x dx$.

2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$; 2.2. $\int_1^e \ln x^2 dx$; 2.3. $\int_0^1 \sqrt[7]{x^5} dx$.

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_{-1}^3 \frac{dx}{x^2 - 2x - 3}.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = 1 - y^2$, $x = 0$.

5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = x$.

РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Найти общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если заданы начальные условия. В задаче 10 найти решения заданного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка для **всех указанных в условии** правых частей.

ВАРИАНТ 1

1. $y' = 3\sqrt[3]{(y+1)^2}$, $y(2) = 0$;

2. $xy' - y = xtg \frac{y}{x}$;

3. $y' + ytg x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 0$;

4. $\frac{1}{y'} = \frac{x}{2y} - \frac{1}{2x}$;

5. $xy'' = y'$;

6. $y'' = \frac{1}{\sqrt{y}}$;

7. $y'' - 6y' + 13y = 0$ $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$;

8. $y'' - 5y' + 6y = 0$;

9. $y'' - 6y' + 9y = 0$;

10. $y'' - 6y' + 13y = f_i(x)$, $f_i(x) = \begin{cases} f_1 = e^{2x}; \\ f_2 = \cos 3x; \\ f_3 = 2x^2 + 1; \\ f_4 = 2f_1 - f_2 - f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 2

1. $(x+2)^2 y' = 1$, $y(0) = -1$;

2. $y^2 + x^2 y' = xy y'$;

3. $y' = 2y + e^x - x$, $y(0) = \frac{1}{4}$;

4. $y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \cdot \sqrt{y}$;

5. $xy'' = (1+x^2)y'$

6. $y'' ctgy = 2(y')^2$;

7. $y'' - 2y' + 5y = 0$ $y(0) = 2$; $y'(\pi) = 1$;

8. $y'' - 7y' + 12y = 0$;

9. $y'' - 4y' + 4y = 0$;

10. $y'' - 2y' + 5y = f_i(x)$, $f_i(x) = \begin{cases} f_1 = e^{-x}; \\ f_2 = \sin x; \\ f_3 = 3x^2 + 2; \\ f_4 = f_1 + 2f_2 + f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 3

1. $y' \operatorname{ctgx} + y = 2, y(0) = -1;$

2. $xy' = y \ln \frac{y}{x} + y;$

3. $xdy + ydx = x \ln x dx, y(1) = 1;$

4. $y' = y \operatorname{ctgx} + \frac{y^2}{\sin x};$

5. $xy'' = y' + x^2;$

6. $(y')^2 + yy'' = 0;$

7. $y'' + y' - 2y = 0 \quad y(1) = 0; y'(1) = 1;$

8. $y'' - 2y' + y = 0;$

9. $y'' + y = 0;$

10. $y'' + y' - 2y = f_i(x), \quad f_i(x) = \begin{cases} f_1 = 2e^x; \\ f_2 = \sin x; \\ f_3 = x^2 - 1; \\ f_4 = -f_1 + f_2 + 3f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 4

1. $e^y (1 + x^2) dy = 2x^2 (1 + e^y) dx, y(0) = 0;$

2. $y' = \frac{y}{x} - \frac{x^2}{y^2};$

3. $(1 + x^2) y' = 2xy + (1 + x^2)^2, y(0) = 1;$

4. $3y' = (1 - 3y^2) y \sin x;$

5. $x \ln x \cdot y'' = y';$

6. $yy'' + y^2 - (y')^2 = 0;$

7. $y'' - 8y' + 16y = 0 \quad y(0) = 1; y'(0) = 2;$

8. $y'' - 6y' + 8y = 0;$

9. $y'' + 6y' + 10y = 0;$

10. $y'' - 8y' + 16y = f_i(x), \quad f_i(x) = \begin{cases} f_1 = -e^{4x}; \\ f_2 = \cos 2x; \\ f_3 = 3x^2 + 1; \\ f_4 = 3f_1 + 2f_2 - f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 5

1. $(1+y^2)dx + xydy = 0, y(1) = 0;$

2. $xy' = y - x;$

3. $y' + 2y = e^{2x}, y(0) = 0;$

4. $ydx + \left(x - \frac{x^2 y}{2}\right)dy = 0;$

5. $(x+4)y'' = y' \ln \frac{y'}{(x+4)};$

6. $yy'' - 2yy' \ln y - (y')^2 = 0;$

7. $y'' - 4y' + 5y = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^\pi; y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0;$

8. $y'' + 2y' - 3y = 0;$

9. $y'' - 12y' + 36y = 0;$

10. $y'' - 4y' + 5y = f_i(x), \quad f_i(x) = \begin{cases} f_1 = 4e^x; \\ f_2 = \sin x; \\ f_3 = 3x^2; \\ f_4 = f_1 - 2f_2 + f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 6

1. $y'ax = y + a, y(1) = 0;$

2. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx;$

3. $y' + \frac{y}{x} = 2 \ln x + 1, y(1) = 2;$

4. $y - y' = y^2 + xy';$

5. $xy'' + y' = 0;$

6. $(y-1)y'' = 2(y')^2;$

7. $\frac{1}{2}y'' - 5y' + 12y = 0 \quad y(0) = 1; y'(0) = 1;$

8. $y'' - 4y' + 8y = 0;$

9. $y'' + 2y' + y = 0;$

10. $\frac{1}{2}y'' - 5y' + 12y = f_i(x), \quad f_i(x) = \begin{cases} f_1 = -e^{6x}; \\ f_2 = \sin 2x; \\ f_3 = x^2 + 6x; \\ f_4 = f_1 + 2f_2 - f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 7

1. $yy' = \frac{1-2x}{(3+x)y}, y(0) = 0;$

2. $(y^2 - 3x^2)dy = 2xydx;$

3. $y' + 2xy = xe^{-x^2}, y(0) = e;$

4. $xy' = y + \frac{x^3}{y};$

5. $x^2y'' = (y')^2;$

6. $y''tgy = 2(y')^2;$

7. $y'' - 4y' + 5y = 0, y(0) = 0; y'(0) = 2;$

8. $y'' + 4y' + 3y = 0;$

9. $y'' + 6y' + 9y = 0;$

10. $y'' - 4y' + 5y = f_i(x), f_i(x) = \begin{cases} f_1 = 3e^{-x}; \\ f_2 = \cos x; \\ f_3 = -x^2 + 1; \\ f_4 = 2f_1 - f_2 + 3f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 8

1. $xy' + y = y^2, y(1) = 0,5;$

2. $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y};$

3. $y' = \frac{2y}{x+1} + e^x(x+1)^2, y(0) = 2;$

4. $xy' - y = 2xy^2;$

5. $y''(e^x + 1) + y' = 0;$

6. $yy'' - (y')^2 = y^2;$

7. $y'' + 4y' + 4y = 0, y(0) = 2; y'(0) = 1;$

8. $y'' + 3y' + 2y = 0;$

9. $y'' + 4y' + 5y = 0;$

10. $y'' + 4y' + 4y = f_i(x), f_i(x) = \begin{cases} f_1 = -e^x; \\ f_2 = \sin 3x; \\ f_3 = 2 - x - x^2; \\ f_4 = 2f_1 - f_2 + 3f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 9

1. $z' = 10^{x+z}$, $z(0) = 1$;
2. $y^2 dx + x(x-y)dy = 0$;
3. $y' = y \operatorname{ctg} x + \sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$;
4. $y' + y = xy^3$;
5. $y'' = \frac{2xy'}{1+x^2}$;
6. $y'' \cos y + (y')^2 \sin y - y' = 0$;
7. $y'' + 9y = 0$ $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$; $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$;
8. $y'' + 3y' - 4y = 0$;
9. $y'' + 12y' + 36y = 0$;
10. $y'' + 9y = f_i(x)$, $f_i(x) = \begin{cases} f_1 = -2e^x; \\ f_2 = \cos x; \\ f_3 = 2x^2 + 1; \\ f_4 = \frac{f_1}{2} - f_2 + 3f_3; \end{cases}$

ВАРИАНТ 10

1. $y' = (2+y)^3 x^2$, $y(0) = -1$;
2. $x dy - y dx = y dy$;
3. $xy' - y = xy + x^2$, $y(1) = 0$;
4. $(1-x^2)y' - 2xy^2 = xy$
5. $2xy'' = y'$;
6. $y''y = y^2 + (y')^2$;
7. $y'' - \frac{33}{9}y' + 2y = 0$ $y_0 = 0$; $y'(0) = 1$;
8. $y'' - 6y' + 5y = 0$;
9. $y'' + 16y' + 64y = 0$;
10. $y'' - \frac{33}{9}y' + 2y = f_i(x)$, $f_i(x) = \begin{cases} f_1 = -e^{2x}; \\ f_2 = \sin 2x; \\ f_3 = 2 - x^2; \\ f_4 = -f_1 + 2f_2 - f_3; \end{cases}$

РАЗДЕЛ 3. «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

ЗАДАЧА 1

1.1. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных изделий хотя бы одно окрашенное.

1.2. В секцию магазина поступило 10 велосипедов, из которых четыре с дефектами. Наудачу взяты 3. Найти вероятность того, что среди взятых велосипедов будут все одинакового качества.

1.3. Брошено 10 игральных костей. Предполагается, что все комбинации выпавших очков равновероятны. Найти вероятности событий:

- 1) не выпало ни одной «6»;
- 2) выпало ровно три «6»;
- 3) выпала хотя бы одна «6»;
- 4) выпало хотя бы две «6».

1.4. Из колоды в 52 карты извлекаются 4 карты. Найти вероятности следующих событий:

- 1) в полученной выборке все карты трефовой масти;
- 2) в полученной выборке окажется хотя бы один валет.

1.5. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее, чем на 3 вопроса билета из 4. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что он его знает. Какова вероятность того, что:

- 1) студент сдаст зачет;
- 2) студент не сдаст зачет.

1.6. На понедельник в институте запланировано 3 лекции по различным предметам из 10 изучаемых на данном курсе. Какова вероятность того, что студент, не успевший ознакомиться с расписанием, его угадает, если любое расписание из 3 предметов равновозможно?

1.7. Из колоды в 52 карты извлекаются 4 карты. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один король?

1.8. В одном ящике 5 белых и 10 красных шаров, а в другом ящике 10 белых и 5 красных шаров. Найти вероятность того, что хотя бы из одного ящика будет вынут белый шар, если из каждого ящика берется один шар?

1.9. Вероятность того, что в течение одной смены возникнет неполадка станка, равна 0.05. Какова вероятность того, что не произойдет ни одной неполадки за три смены?

1.10. В ящике 10 белых и 6 красных карандашей. Вынимается наудачу два карандаша. Какова вероятность того, что оба карандаша одного цвета?

ЗАДАЧА 2

2.1. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела — 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

2.2. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это легковая машина.

2.3. В специализированную больницу поступают в среднем 40% больных с заболеванием К, 35% с заболеванием L, 25% с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7, для болезней L и М соответственно 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

2.4. Имеются две урны. В первой урне два белых и три черных шара, во второй — три белых и пять черных. Из первой и второй урн, не глядя, берут по одному шару и кладут их в пустую третью урну. Шары в третьей урне перемешивают и берут из нее наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

2.5. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом автомате равна 0,075, а на втором — 0,09. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Найти вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь нестандартна.

2.6. На распределительной базе находятся электрические лампочки, изготовленные на двух заводах. Среди них 60% изготовлено на первом заводе и 40% — на втором. Известно, что из каждых 100 лампочек, изготовленных на первом заводе, 90 соответствуют стандарту, а из 100 лампочек, изготовленных на втором заводе, соответствуют стандарту 80. Определить вероятность того, что взятая наугад лампочка будет соответствовать стандарту.

2.7. Известно, что 96% выпускаемых заводом изделий отвечает стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную с вероятностью 0,05. Определить вероятность того, что изделие, прошедшее упрощенный контроль, отвечает стандарту.

2.8. Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит выстрел. Цель поражена. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,3, для второго — 0,5, для третьего — 0,8. Найти вероятность того, что выстрел произведен вторым стрелком.

2.9. С первого автомата на сборку поступает 40%, со второго — 35%, с третьего — 25% деталей. Среди деталей первого автомата 0,2% бракованных, второго — 0,3%, третьего — 0,5%. Найти вероятность того, что:

- 1) поступившая на сборку деталь бракованная;
- 2) деталь, оказавшаяся бракованной, изготовлена на втором автомате.

2.10. В группе из 20 стрелков пять отличных, девять хороших и шесть посредственных. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,9, хороший — с вероятностью 0,8 и посредственный — с вероятностью 0,6. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды; отмечено одно попадание и один промах. Каким, вероятнее всего, был этот стрелок: отличным, хорошим или посредственным?

ЗАДАЧА 3

3.1. Вероятность попасть в десятку у данного стрелка при одном выстреле равна 0,3. Определить вероятность попадания в десятку не менее 3 раз при 6 выстрелах.

3.2. Вероятность выигрыша по облигации займа равна 0,25. Какова вероятность того, что некто, приобретая 4 облигации, выиграет хотя бы по одной из них?

3.3. Страховая компания располагает статистическими сведениями: человеку, достигшему 65-ти лет, вероятность умереть на 66-ом году жизни равна 0,09. Какова вероятность того, что из четверых застрахованных в возрасте 65-ти лет двое будут живы через год?

3.4. На факультете учатся 500 студентов. Найти вероятность того, что первое сентября является днем рождения не менее трех студентов.

3.5. Вероятность попасть в десятку у данного стрелка при одном выстреле равна 0,2. Определить вероятность попадания в десятку не менее двух раз при десяти выстрелах.

3.6. При массовом производстве элементов электроники вероятность появления брака равна 0,002. Определить вероятность того, что в партии из 600 элементов бракованными будут ровно три элемента.

3.7. Батарея произвела 8 выстрелов по военному объекту. Вероятность попадания в объект при одном выстреле равна 0,4. Найти вероятность того, что объект будет разрушен, если для этого достаточно хотя бы двух попаданий.

3.8. На сборы приглашены 120 спортсменов. Вероятность того, что случайно выбранный спортсмен выполнит норматив, равна 0,7. Определить вероятность того, что выполняют норматив: ровно 80 спортсменов; не менее 80.

3.9. В камере Вильсона фиксируется 36 столкновений частиц в час. Найти вероятность того, что в течение одной минуты не произойдет ни одного столкновения; произойдет более двух.

3.10. Игрок набрасывает кольца на колышек, вероятность удачи при этом равна 0,1. Найти вероятность того, что из шести колец на колышек попадут хотя бы два.

ЗАДАЧА 4

Для заданной случайной величины X :

- 1) составить закон распределения, функцию распределения $F(x)$ и построить ее график;
- 2) найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение;
- 3) определить $P(\alpha \leq X \leq \beta)$; $M(Y)$ и $D(Y)$ если $Y = kx + b$ (α, β, k, b — данные числа);
- 4) вычислить асимметрию $A(X)$ и эксцесс $\mathcal{E}_x$.

4.1. Электронная аппаратура имеет три дублирующие линии. Вероятность выхода из строя каждой линии за время гарантийного срока равна 0,1. Случайная величина X — число вышедших из строя линий.

$$\alpha = 1; \beta = 2; k = 2; b = 3.$$

4.2. Система радиолокационных станций ведет наблюдение за группой объектов, состоящих из пяти единиц. Каждый объект, независимо от других, может быть потерян с вероятностью 0,1. Случайная величина X — число потерянных объектов.

$$\alpha = 1; \beta = 4; k = 3; b = -2.$$

4.3. Прибор состоит из четырех узлов. Надежность каждого узла равна 0,3. Узлы выходят из строя независимо друг от друга. Случайная величина X — число вышедших из строя узлов.

$$\alpha = 1; \beta = 3; k = 4; b = 1.$$

4.4. Имеется пять станций, с которыми поддерживается связь. Время от времени связь теряется из-за атмосферных помех. Перерыв связи с каждой станцией происходит независимо от остальных с вероятностью 0,2. Случайная величина X — число станций, с которыми может быть потеряна связь.

$$\alpha = 2; \beta = 4; k = -3; b = 2.$$

4.5. Методом тестирования отыскивается неисправность в арифметическом устройстве вычислительной машины. Можно считать: есть 4 шанса из 5, что неисправность сосредоточена в одном из восьми микропроцессоров с равной вероятностью в любом из них. Число испытанных микропроцессоров есть случайная величина X .

$$\alpha = 3; \beta = 5; k = 2; b = -5.$$

4.6. Вероятность появления положительного результата в каждом опыте равна 0,9. Произведено четыре опыта. Случайная величина X — число отрицательных результатов среди проведенных четырех испытаний.

$$\alpha = 1; \beta = 3; k = 5; b = -4.$$

4.7. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,75. Случайная величина X — число попаданий в мишень при трех выстрелах.

$$\alpha = 1; \beta = 2; k = 2; b = 5.$$

4.8. В партии из 6 деталей имеется 3 стандартных. Наудачу сразу извлекаются 3 детали. Случайная величина X — число бракованных деталей среди вынутых.

$$\alpha = 0; \beta = 2; k = 5; b = 1.$$

4.9. Два баскетболиста сделали по одному броску в корзину. Вероятность попадания для первого 0,85, а для второго — 0,6. Случайная величина X — число мячей, попавших в корзину.

$$\alpha = 1; \beta = 2; k = 3; b = 2.$$

4.10. Стрельба ведется до первого попадания, но не свыше четырех выстрелов. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Случайная величина X — число произведенных выстрелов,

$$\alpha = 1; \beta = 2; k = 4; b = -3.$$

РАЗДЕЛ 4. «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

ЗАДАЧА 1

В таблице приведен статистический ряд распределения случайной величины X .

Требуется:

а) Вычислить числовые характеристики выборки: выборочное среднее $\bar{x}$; выборочное среднее квадратическое отклонение s ; выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса A^* и E^* ; выборочный коэффициент вариации V .

б) Предполагая, что исследуемая случайная величина распределена по нормальному закону, найти теоретические частоты и проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия согласия χ^2 .

в) Найти интервальные оценки параметров нормального закона распределения (доверительную вероятность принять равной $\gamma = 0,95$).

№
вари-
анта

1	x_i	4,0 — 4,2	4,2 — 4,4	4,4 — 4,6	4,6 — 4,8	4,8 — 5,0
	n_i	6	20	46	23	11
2	x_i	3,4 — 3,6	3,6 — 3,8	3,8 — 4,0	4,0 — 4,2	4,2 — 4,4
	n_i	9	24	119	43	5
3	x_i	4,00 — 4,02	4,02 — 4,04	4,04 — 4,06	4,06 — 4,08	4,08 — 4,10
	n_i	6	20	46	23	11
4	x_i	2,0 — 2,2	2,2 — 2,4	2,4 — 2,6	2,6 — 2,8	2,8 — 3,0
	n_i	6	23	38	25	8
5	x_i	9,7 — 9,8	9,8 — 9,9	9,9 — 10,0	10,0 — 10,1	10,1 — 10,2
	n_i	4	11	17	13	5
6	x_i	-0,4 — -0,2	-0,2 — 0,0	0,0 — 0,2	0,2 — 0,4	0,4 — 0,6
	n_i	13	18	45	19	5
7	x_i	19,80 — 19,82	19,82 — 19,84	19,84 — 19,86	19,86 — 19,88	19,88 — 19,90
	n_i	6	13	15	11	5
8	x_i	20,00 — 20,04	20,04 — 20,08	20,08 — 20,12	20,12 — 20,16	20,16 — 20,20
	n_i	7	19	45	20	9
9	x_i	2,0 — 2,2	2,2 — 2,4	2,4 — 2,6	2,6 — 2,8	2,8 — 3,0
	n_i	7	20	44	21	8
10	x_i	1,2 — 1,6	1,6 — 2,0	2,0 — 2,4	2,4 — 2,8	2,8 — 3,2
	n_i	7	20	48	19	6

ЗАДАЧА 2

В таблице приведены наблюдаемые значения признаков X и Y . Требуется:

1. По данным, приведённым в таблице, вычислить числовые характеристики величин X и Y : средние $\bar{x}$, $\bar{y}$; средние квадратические отклонения s_x , s_y , корреляционный момент K_{xy} , коэффициент корреляции r_B .
2. Проверить значимость коэффициента корреляции.
3. Построить диаграмму рассеяния и по характеру расположения точек на диаграмме подобрать общий вид функции регрессии.
4. Найти эмпирические функции регрессии Y на X и X на Y и построить их графики.

№
вар
и-
ант
а

1	X	110	85	70	120	150	90	60	140	100	115
	Y	6,1	4,2	2,9	5,8	8,3	5,2	3,4	7,5	4,9	5,4
2	X	80	60	100	130	120	50	90	150	70	125
	Y	4,2	4,9	7,2	9,1	6,4	3,9	5,1	8,4	3,5	8,7
3	X	160	120	110	80	90	130	150	70	100	60
	Y	12,5	9,3	9,2	6,4	7,5	11,6	13,1	5,2	7,9	4,4
4	X	50	130	100	80	90	70	150	60	140	110
	Y	4,2	10,8	9,6	5,1	7,4	6,2	11,4	3,3	12,2	10,5
5	X	60	90	150	80	110	120	70	130	100	140
	Y	2,9	7,1	11,8	6,3	7,2	8,4	4,8	11,2	6,7	10,6
6	X	70	110	85	65	100	90	120	80	130	110
	Y	2,8	3,5	2,4	2,1	3,4	3,2	3,6	2,5	4,1	3,3
7	X	80	60	100	70	50	110	90	40	75	105
	Y	4,2	4,0	4,5	3,6	3,4	5,2	3,9	3,1	3,3	4,9
8	X	100	110	60	120	70	80	130	75	105	50
	Y	3,8	4,4	3,2	4,8	3,0	3,5	4,5	3,3	4,1	3,1
9	X	120	85	110	70	115	90	60	55	100	130
	Y	4,0	3,6	4,0	2,6	4,3	3,4	2,9	2,5	3,0	4,5
10	X	140	110	120	90	130	80	100	75	135	60
	Y	5,4	4,1	5,6	3,3	4,2	2,9	3,6	2,5	4,9	3,0

ЗАДАЧА 3

Используя приведенные в корреляционной таблице данные, требуется:

1. Найти числовые характеристики выборки — средние $\bar{x}$, $\bar{y}$; средние квадратические отклонения s_x , s_y ; корреляционный момент K_{xy} , выборочный коэффициент корреляции r_B .
2. Проверить значимость коэффициента корреляции.
3. Найти эмпирические функции регрессии y_x , x_y .

№ варианта							
1.	Y \ X	X	1	3	5	7	9
		5	3	2			
		6	6	14	3	1	
		7	1	6	27	12	2
		8			5	4	8
		9				2	4
2.	Y \ X	X	3	5	7	9	11
		4	4				
		8	1	6	2		
		12		4	10	2	
		16			6	9	2
		20				1	3
3.	Y \ X	X	2	6	10	14	18
		5	2	4	2		
		10		2	10	4	
		15			3	10	5
		20				2	5
		25					1
4.	Y \ X	X	3	5	7	9	11
		40	4	1			
		60	1	3	3		
		80		2	7	4	
		100			4	8	1
		120				4	8

№
варианта

5.

Y \ X	8	10	12	14	16
2	3	2			
4	5	15	3	1	
6	1	5	30	10	2
8			5	4	8
10				2	4

6.

Y \ X	2	4	6	8	10
5	3	1			
7	1	5	2		
9		4	18	5	
11			8	18	7
13			6	19	3

7.

Y \ X	43	45	47	49	51
20	2	4			
25		6	2		
30		3	50	2	
35		1	10	6	
40			4	7	3

8.

Y \ X	20	30	40	50	60
43	1	5	2		
45	1	9	4		
47		4	40	8	
49			1	12	2
51			1	3	7

9.

Y \ X	5	10	15	20	25
2			2	10	1
6		6	12	2	
10	6	8	15	1	
14	6	11	5		
18	10	4	1		

10.

Y \ X	1	6	11	16	21
8			1	4	1
12		2	4	2	
16		2	4	4	
20	1	9	2		
24	10	1			

Оглавление

Правила оформления и сдачи контрольных работ по курсу «Математика (спецглавы)».....	31
ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО предмету МАТЕМАТИКА (спецглавы)	31
1. Теоретические основы методов линейного программирования	32
2. Симплексный метод решения задач линейного программирования	32
3. Геометрический метод решения задачи линейного программирования	33
4. Задача, двойственная основной задаче линейного программирования	33
5. Анализ устойчивости двойственных оценок	33
6. Экономико-математическая модель транспортной задачи	34
Задания для контрольной работы	35
З а д а ч а 1	35
Вариант 1	35
Вариант 2	35
Вариант 3	35
Вариант 4	35
Вариант 5	36
Вариант 6	36
Вариант 7	36
Вариант 8	36
Вариант 9	36
Вариант 10	36
Вариант 11	Ошибка! Закладка не определена.
Вариант 12	Ошибка! Закладка не определена.
Вариант 13	Ошибка! Закладка не определена.
Вариант 14	Ошибка! Закладка не определена.
Вариант 15	Ошибка! Закладка не определена.
З а д а ч а 2 . (Т р а н с п о р т н а я з а д а ч а)	36
Вариант 1	37
Вариант 2	37
Вариант 3	37
Вариант 4	38
Вариант 5	38
Вариант 6	38
Вариант 7	38
Вариант 8	38
Вариант 9	39
Вариант 10	39
Вариант 11	Ошибка! Закладка не определена.

Вариант 12	Ошибка! Закладка не определена.
Вариант 13	Ошибка! Закладка не определена.
Вариант 14	Ошибка! Закладка не определена.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ И СДАЧИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ПРЕДМЕТУ «ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера студенческого билета или зачетной книжки (если последняя цифра — 0, то номер выполняемого варианта — 10).

Для каждой задачи:

- полностью привести ее условие;
- привести содержательное решение;
- явным образом записать ответ.

В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует заменить общие данные конкретными из соответствующего варианта.

Чистовой вариант работы выполняют в одном экземпляре, на белой бумаге формат стандартного писчего листа (формат А-4, 210 x 297 мм).

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ПРЕДМЕТУ «ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

1. Теоретические основы методов линейного программирования

- Математическое программирование как наука.
- Линейное программирование как раздел математического программирования.
- Производственная задача — задача об оптимальном использовании ресурсов.
- Экономико-математическая модель производственной задачи.
- Целевая функция в задачах линейного программирования.
- Система ограничений основной задачи линейного программирования.
- Математическая формулировка основной задачи линейного программирования
- Каноническая форма постановки основной задачи линейного программирования.
- Матричная форма записи основной задачи линейного программирования.
- Табличная форма постановки производственной задачи.
- Решения системы линейных ограничений - её базисные решения.

2. Симплексный метод решения задач линейного программирования

- Общая идея симплексного метода.
- Два этапа симплексного метода:
 - 1) нахождение допустимого базисного решения системы линейных ограничений;
 - 2) нахождение оптимального решения.
- Нетабличное представление симплекс-метода.
- Первое опорное решение.
- Принцип замены базисной переменной на свободную.
- Второе базисное решение и проверка его на оптимальность.
- Алгоритм симплексного метода.
- Условие неединственности оптимального решения.
- Условие неограниченности функции цели.
- Табличная форма симплексного метода.
- Нахождение в симплекс-таблице ключевого столбца и его роль.
- Ключевая строка и её назначение.
- Разрешающий элемент в симплекс-таблице и его использование.
- Правило прямоугольников преобразования элементов симплекс-таблицы.
- Условие неопределённости системы линейных ограничений и количество её решений.
- Условие несовместимости системы линейных ограничений.
- Условия неизменного переноса в новую симплекс-таблицу из старой соответствующего столбца или строки.
- Основные правила при составлении и преобразовании симплекс-таблиц.

3. Геометрический метод решения задачи линейного программирования

- Основные теоремы линейного программирования
- В чём достоинство и недостаток геометрического метода решения задачи.
- Нахождение области допустимых решений системы линейных ограничений.
- Нахождение постоянных уровней функции цели.
- Направление возрастания функции цели.
- Геометрическое нахождение оптимального решения основной задачи линейного программирования.
- Геометрическое представление единственного оптимального плана.
- Геометрическая интерпретация множества оптимальных решений.
- Геометрическое представление отсутствия оптимального решения из-за неограниченности функции цели.
- Геометрический аналог отсутствия оптимального решения из-за несовместимости линейных ограничений (область допустимых решений - пустое множество).
- Свойства оптимальных решений основной задачи линейного программирования на плоскости.

4. Задача, двойственная основной задаче линейного программирования

- Постановка двойственной задачи..
- Математическая формулировка двойственной задачи.
- Сравнение прямой и двойственной задач линейного программирования.
- Сравнительные свойства двойственных задач.
- Правила составления задачи, двойственной по отношению к исходной.
- Соответствие между переменными в исходной и двойственной задачах.
- Основные теоремы двойственности.
- Выводы из основных теорем двойственности.
- Двойственные оценки и их смысл.
- Нахождение двойственных оценок и их экономическая интерпретация.
- Свойства двойственных оценок сырья.

5. Анализ устойчивости двойственных оценок

- Экономический смысл двойственных оценок сырья.
- Вектор изменения запасов сырья
- Матрица изменения оптимального плана производства.
- Вывод условия устойчивости двойственных оценок.
- Определение допустимого изменения запаса сырья одного вида, при котором двойственные оценки не изменяются.
- Геометрическое определение допустимого изменения запаса сырья одного вида, при котором двойственные оценки не изменяются.

- Определение допустимых изменений величин запасов сырья всех видов одновременно, при которых двойственные оценки сырья сохраняют свои значения.
- Изменение функции цели при изменении запасов сырья.
- Нахождение нового оптимального плана производства при изменении запасов сырья.

6. Экономико-математическая модель транспортной задачи

1. Постановка транспортной задачи

- Формулировка транспортной задачи.
- Матрица планирования перевозок.
- Соотношения между запасами и потребностями в грузе.
- Закрытые и открытые модели транспортной задачи.
- Транспортные задачи сбалансированные и несбалансированные.
- Введение ограничений на перевозки, связанные с наличием грузов.
- Ограничения на перевозки, связанные с потребностями в грузе.
- Целевая функция транспортной задачи.
- Полная математическая постановка транспортной задачи.
- Условие разрешимости транспортной задачи.
- Сведение открытой модели задачи к закрытой (случай, когда запасы превосходят потребности).
- Переход от несбалансированной транспортной задачи к сбалансированной (когда потребности превышают запасы грузов).
- Особенности постановки экономико-математической модели транспортной задачи.
- Два этапа исследования и решения транспортной задачи.

2. Построение исходного опорного плана транспортной задачи

- Различные способы отыскания исходного опорного плана.
- Метод северо-западного угла.
- Метод наименьшей стоимости.
- Вырождение опорного плана поставок.
- Преодоление вырождения опорного плана и зацикливания.
- Цикл в транспортной задаче и его различные конфигурации.

3. Нахождение оптимального плана транспортной задачи

- Различные способы улучшения исходного опорного плана.
- Критерий оптимальности в транспортной задаче.
- Проверка опорного плана на оптимальность.
- Потенциалы строк и столбцов.
- Алгоритм метода потенциалов.
- Схема перемещения перевозки в незаполненную клетку.
- Цель применения метода потенциалов.
- Алгоритм нахождения оптимального плана перевозок транспортной задачи.

4. Задача о назначениях как частный случай транспортной задачи

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

ЗАДАЧА 1 (ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ)

Предприятие выпускает два вида продукции А и D.

На изготовление единицы изделия А требуется затратить a_1 кг сырья первого типа, a_2 кг сырья второго типа и a_3 кг сырья третьего типа.

На изготовление единицы изделия D требуется затратить d_1 кг сырья первого типа, d_2 кг сырья второго типа и d_3 кг сырья третьего типа.

Производство обеспечено сырьём каждого типа в количестве b_1 кг, b_2 кг, b_3 кг соответственно.

Стоимость единицы изделия А составляет c_1 ден. ед., а единицы изделия D — c_2 ден. ед.,

Требуется составить план производства изделий А и D, обеспечивающий максимальную сумму от их реализации.

1. Решить задачу геометрически.

2. Решить задачу симплекс-методом.

Вариант 1

$a_1 = 2$ кг; $d_1 = 5$ кг; $b_1 = 432$ кг; $\Delta b_1 = 118$ кг; $c_1 = 34$ ден. ед.

$a_2 = 3$ кг; $d_2 = 4$ кг; $b_2 = 424$ кг; $\Delta b_2 = 37$ кг; $c_2 = 50$ ден. ед.

$a_3 = 5$ кг; $d_3 = 3$ кг; $b_3 = 582$ кг; $\Delta b_3 = -100$ кг.

Вариант 2

$a_1 = 4$ кг; $d_1 = 1$ кг; $b_1 = 240$ кг; $\Delta b_1 = 70$ кг; $c_1 = 40$ ден. ед.

$a_2 = 2$ кг; $d_2 = 3$ кг; $b_2 = 180$ кг; $\Delta b_2 = 120$ кг; $c_2 = 30$ ден. ед.

$a_3 = 1$ кг; $d_3 = 5$ кг; $b_3 = 251$ кг; $\Delta b_3 = 150$ кг.

Вариант 3

$a_1 = 2$ кг; $d_1 = 7$ кг; $b_1 = 560$ кг; $\Delta b_1 = 0$ кг; $c_1 = 55$ ден. ед.

$a_2 = 3$ кг; $d_2 = 3$ кг; $b_2 = 300$ кг; $\Delta b_2 = 60$ кг; $c_2 = 35$ ден. ед.

$a_3 = 5$ кг; $d_3 = 1$ кг; $b_3 = 332$ кг; $\Delta b_3 = 68$ кг.

Вариант 4

$a_1 = 1$ кг; $d_1 = 3$ кг; $b_1 = 300$ кг; $\Delta b_1 = 65$ кг; $c_1 = 52$ ден. ед.

$a_2 = 3$ кг; $d_2 = 4$ кг; $b_2 = 477$ кг; $\Delta b_2 = 195$ кг; $c_2 = 39$ ден. ед.

$a_3 = 4$ кг; $d_3 = 1$ кг; $b_3 = 441$ кг; $\Delta b_3 = 117$ кг.

Вариант 5

$a_1 = 2 \text{ кг}; d_1 = 3 \text{ кг}; b_1 = 298 \text{ кг}; \Delta b_1 = 140 \text{ кг}; c_1 = 22 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 6 \text{ кг}; d_2 = 2 \text{ кг}; b_2 = 600 \text{ кг}; \Delta b_2 = 0 \text{ кг}; c_2 = 40 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 1 \text{ кг}; d_3 = 5 \text{ кг}; b_3 = 401 \text{ кг}; \Delta b_3 = 259 \text{ кг.}$

Вариант 6

$a_1 = 3 \text{ кг}; d_1 = 1 \text{ кг}; b_1 = 330 \text{ кг}; \Delta b_1 = 130 \text{ кг}; c_1 = 33 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 2 \text{ кг}; d_2 = 8 \text{ кг}; b_2 = 800 \text{ кг}; \Delta b_2 = -130 \text{ кг}; c_2 = 24 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 5 \text{ кг}; d_3 = 6 \text{ кг}; b_3 = 745 \text{ кг}; \Delta b_3 = 125 \text{ кг.}$

Вариант 7

$a_1 = 3 \text{ кг}; d_1 = 4 \text{ кг}; b_1 = 600 \text{ кг}; \Delta b_1 = 84 \text{ кг}; c_1 = 42 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 3 \text{ кг}; d_2 = 1 \text{ кг}; b_2 = 357 \text{ кг}; \Delta b_2 = 129 \text{ кг}; c_2 = 26 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 1 \text{ кг}; d_3 = 5 \text{ кг}; b_3 = 600 \text{ кг}; \Delta b_3 = -90 \text{ кг.}$

Вариант 8

$a_1 = 5 \text{ кг}; d_1 = 4 \text{ кг}; b_1 = 810 \text{ кг}; \Delta b_1 = 110 \text{ кг}; c_1 = 34 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 4 \text{ кг}; d_2 = 2 \text{ кг}; b_2 = 980 \text{ кг}; \Delta b_2 = -65 \text{ кг}; c_2 = 36 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 2 \text{ кг}; d_3 = 6 \text{ кг}; b_3 = 786 \text{ кг}; \Delta b_3 = 220 \text{ кг.}$

Вариант 9

$a_1 = 2 \text{ кг}; d_1 = 4 \text{ кг}; b_1 = 580 \text{ кг}; \Delta b_1 = 100 \text{ кг}; c_1 = 30 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 4 \text{ кг}; d_2 = 4 \text{ кг}; b_2 = 680 \text{ кг}; \Delta b_2 = 40 \text{ кг}; c_2 = 44 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 3 \text{ кг}; d_3 = 2 \text{ кг}; b_3 = 438 \text{ кг}; \Delta b_3 = -50 \text{ кг.}$

Вариант 10

$a_1 = 5 \text{ кг}; d_1 = 2 \text{ кг}; b_1 = 750 \text{ кг}; \Delta b_1 = -92 \text{ кг}; c_1 = 30 \text{ ден. ед.}$

$a_2 = 4 \text{ кг}; d_2 = 5 \text{ кг}; b_2 = 807 \text{ кг}; \Delta b_2 = 115 \text{ кг}; c_2 = 49 \text{ ден. ед.}$

$a_3 = 1 \text{ кг}; d_3 = 7 \text{ кг}; b_3 = 840 \text{ кг}; \Delta b_3 = 230 \text{ кг.}$

ЗАДАЧА 2 (ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА)

На трёх базах A_1, A_2, A_3 находится однородный груз в количестве $a_1 \text{ т}, a_2 \text{ т}, a_3 \text{ т}$. Этот груз необходимо развести пяти потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 , потребности которых в данном грузе составляют $b_1 \text{ т}, b_2 \text{ т}, b_3 \text{ т}, b_4 \text{ т}, b_5 \text{ т}$ соответственно.

Стоимость перевозок пропорциональна расстоянию и количеству перевозимого груза.

Матрица тарифов c_{ij} ден. ед./ t и значения $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ приведены в табл. 1 и условии задачи по вариантам.

Таблица 1

Потребители. Поставщики	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы груза
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	c_{14} x_{14}	c_{15} x_{15}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	c_{24} x_{24}	c_{25} x_{25}	a_2
A_3	c_{31} x_{31}	c_{32} x_{32}	c_{33} x_{33}	c_{34} x_{34}	c_{35} x_{35}	a_3
Потребность в грузе	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	Σ

Требуется спланировать первоначальные планы перевозок x_{ij} двумя способами (северо-западного угла и наименьшей стоимости) и улучшить их так, чтобы общая стоимость транспортных расходов была минимальной (использовать метод потенциалов).

Вариант 1

$$\begin{array}{l}
 a_1 = 200 \text{ } t; \\
 a_2 = 250 \text{ } t; \\
 a_3 = 250 \text{ } t;
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 b_1 = 80 \text{ } t; \\
 b_2 = 260 \text{ } t; \\
 b_3 = 100 \text{ } t; \\
 b_4 = 140 \text{ } t; \\
 b_5 = 120 \text{ } t;
 \end{array}
 c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 15 & 4 & 18 \\ 13 & 25 & 8 & 15 & 5 \\ 5 & 11 & 6 & 20 & 12 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\begin{array}{l}
 a_1 = 150 \text{ } t; \\
 a_2 = 200 \text{ } t; \\
 a_3 = 150 \text{ } t;
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 b_1 = 60 \text{ } t; \\
 b_2 = 140 \text{ } t; \\
 b_3 = 100 \text{ } t; \\
 b_4 = 80 \text{ } t; \\
 b_5 = 120 \text{ } t;
 \end{array}
 c_{ij} = \begin{pmatrix} 19 & 8 & 14 & 5 & 9 \\ 6 & 10 & 5 & 25 & 11 \\ 7 & 13 & 8 & 12 & 14 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$\begin{array}{l}
 a_1 = 200 \text{ } t; \\
 a_2 = 300 \text{ } t; \\
 a_3 = 300 \text{ } t;
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 b_1 = 220 \text{ } t; \\
 b_2 = 120 \text{ } t; \\
 b_3 = 160 \text{ } t; \\
 b_4 = 100 \text{ } t; \\
 b_5 = 200 \text{ } t;
 \end{array}
 c_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 6 & 13 & 8 \\ 7 & 5 & 11 & 16 & 4 \\ 12 & 15 & 18 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$\begin{array}{l} a_1 = 100 \text{ m}; \\ a_2 = 150 \text{ m}; \\ a_3 = 250 \text{ m}; \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 100 \text{ m}; \\ b_2 = 40 \text{ m}; \\ b_3 = 140 \text{ m}; \\ b_4 = 60 \text{ m}; \\ b_5 = 160 \text{ m}; \end{array} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 8 & 9 & 11 & 12 \\ 4 & 10 & 7 & 5 & 8 \\ 6 & 3 & 4 & 15 & 20 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$\begin{array}{l} a_1 = 300 \text{ m}; \\ a_2 = 200 \text{ m}; \\ a_3 = 200 \text{ m}; \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 120 \text{ m}; \\ b_2 = 180 \text{ m}; \\ b_3 = 100 \text{ m}; \\ b_4 = 140 \text{ m}; \\ b_5 = 160 \text{ m}; \end{array} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 25 & 9 & 12 & 6 & 18 \\ 4 & 7 & 5 & 11 & 19 \\ 10 & 15 & 18 & 13 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$\begin{array}{l} a_1 = 150 \text{ m}; \\ a_2 = 200 \text{ m}; \\ a_3 = 200 \text{ m}; \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 100 \text{ m}; \\ b_2 = 180 \text{ m}; \\ b_3 = 40 \text{ m}; \\ b_4 = 120 \text{ m}; \\ b_5 = 110 \text{ m}; \end{array} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 8 & 5 & 21 & 15 \\ 4 & 12 & 7 & 8 & 10 \\ 11 & 20 & 13 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$\begin{array}{l} a_1 = 100 \text{ m}; \\ a_2 = 180 \text{ m}; \\ a_3 = 120 \text{ m}; \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 40 \text{ m}; \\ b_2 = 120 \text{ m}; \\ b_3 = 60 \text{ m}; \\ b_4 = 100 \text{ m}; \\ b_5 = 80 \text{ m}; \end{array} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 20 & 22 & 9 & 6 & 13 \\ 5 & 13 & 7 & 4 & 10 \\ 30 & 18 & 15 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$\begin{array}{l} a_1 = 220 \text{ m}; \\ a_2 = 180 \text{ m}; \\ a_3 = 200 \text{ m}; \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 80 \text{ m}; \\ b_2 = 140 \text{ m}; \\ b_3 = 200 \text{ m}; \\ b_4 = 60 \text{ m}; \\ b_5 = 120 \text{ m}; \end{array} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 16 & 7 & 10 & 9 & 14 \\ 11 & 5 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 20 & 15 & 11 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$\begin{array}{l} a_1 = 240 \text{ m}; \\ a_2 = 160 \text{ m}; \\ a_3 = 200 \text{ m}; \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 180 \text{ m}; \\ b_2 = 40 \text{ m}; \\ b_3 = 160 \text{ m}; \\ b_4 = 120 \text{ m}; \\ b_5 = 100 \text{ m}; \end{array} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 15 & 20 & 9 \\ 8 & 7 & 6 & 12 & 14 \\ 16 & 11 & 19 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$\begin{array}{l} a_1 = 100 \text{ m}; \\ a_2 = 200 \text{ m}; \\ a_3 = 300 \text{ m}; \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 100 \text{ m}; \\ b_2 = 200 \text{ m}; \\ b_3 = 80 \text{ m}; \\ b_4 = 60 \text{ m}; \\ b_5 = 160 \text{ m}; \end{array} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 4 & 3 & 6 \\ 8 & 5 & 15 & 9 & 10 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$