

Содержание

Правила оформления и сдачи контрольных работ по курсу «Математика»	2
Раздел I. «Линейная алгебра»	3
Раздел II. «Векторная алгебра»	8
Раздел III. Аналитическая геометрия.....	11
Раздел IV. Введение в анализ и элементы дифференциального исчисления функции одной переменной.....	12
Вопросы к экзамену по дисциплине "Математика" (1 курс, 1 семестр)	17

Правила оформления и сдачи контрольных работ по курсу «Математика»

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера студенческого билета или зачетной книжки

(если последняя цифра — 0, то номер выполняемого варианта — 10).

Для каждой задачи надо полностью привести ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует заменить общие данные конкретными из соответствующего варианта. После условия следует решение задачи, содержащее необходимые пояснения.

Чистовой вариант работы выполняют в одном экземпляре, на белой бумаге форматом стандартного писчего листа (формат А-4, 210 x 297 мм).

Раздел I. «Линейная алгебра»

1. Даны матрицы A и B . Найти произведения матриц AB и BA (если они существуют)

$$1. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ -5 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 7 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 2 & 4 & -6 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ -6 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -6 & -7 & 8 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -6 \\ 5 & 2 & 9 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 5 \\ 1 & -3 & 6 \\ 5 & 2 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & -6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & 1 \\ -3 & -1 & 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & -2 \\ 5 & 4 & 3 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 8 & 5 & 5 \\ -9 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad a) \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}, \quad b) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & -6 \\ 5 & 7 & -2 \\ -1 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 7 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Найти значение матричного многочлена $f(A)$

1.	$f(x) = -2x^2 + 7x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -3 \\ 1 & 7 & 1 \\ 1 & 0 & -9 \end{pmatrix}$	2.	$f(x) = -11x^2 - 6x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -7 \\ -9 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
3.	$f(x) = 3x^2 + 2x + 9, \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & 1 \\ -9 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	4.	$f(x) = 8x^2 - 3x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 7 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
5.	$f(x) = 3x^2 + 10x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -7 \\ 5 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$	6.	$f(x) = 6x^2 + x - 11, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & 1 \\ -9 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
7.	$f(x) = 5x^2 - 3x - 2, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ -7 & 0 & 6 \end{pmatrix}$	8.	$f(x) = -7x^2 + 11x - 6, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ -7 & 0 & 5 \end{pmatrix}$
9.	$f(x) = -5x^2 + 4x + 9, \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ -9 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	10.	$f(x) = 4x^2 + 10x - 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -9 & 1 & 7 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель, разложив его по элементам:

а) i -й строки,

б) j -го столбца

1.	a) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & -9 & 0 \end{vmatrix}, \quad i=3$	b) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \\ 12 & 7 & 8 \end{vmatrix}, \quad j=1$
2.	a) $\begin{vmatrix} -16 & -2 & 0 \\ 4 & 9 & 12 \\ 6 & 7 & 7 \end{vmatrix}, \quad i=1$	b) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 7 & -1 & 9 \\ 2 & 0 & -7 \end{vmatrix}, \quad j=2$
3.	a) $\begin{vmatrix} 2 & 9 & 2 \\ 6 & -1 & 7 \\ 0 & 2 & -6 \end{vmatrix}, \quad i=1$	b) $\begin{vmatrix} 9 & -8 & 7 \\ 2 & 9 & -12 \\ 6 & 3 & 0 \end{vmatrix}, \quad j=3$
4.	a) $\begin{vmatrix} -1 & 6 & 0 \\ 9 & -9 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}, \quad i=2$	b) $\begin{vmatrix} 9 & -8 & 7 \\ 6 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}, \quad j=3$
5.	a) $\begin{vmatrix} 20 & -3 & 6 \\ 11 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}, \quad i=2$	b) $\begin{vmatrix} -9 & -3 & 14 \\ 8 & 9 & 0 \\ 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}, \quad j=1$
6.	a) $\begin{vmatrix} -14 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & 9 \\ 4 & 6 & 3 \end{vmatrix}, \quad i=2$	b) $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 6 & -7 & 6 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}, \quad j=3$

$$7. \quad a) \begin{vmatrix} -5 & 6 & 1 \\ 0 & 5 & 10 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}, \quad i=3 \quad b) \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 5 & 11 & 8 \\ -2 & -2 & 12 \end{vmatrix}, \quad j=3$$

$$8. \quad a) \begin{vmatrix} -7 & 7 & 0 \\ 2 & 2 & 12 \\ 6 & 14 & 3 \end{vmatrix}, \quad i=1 \quad b) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \\ 9 & -10 & 0 \end{vmatrix}, \quad j=3$$

$$9. \quad a) \begin{vmatrix} 0 & 3 & 15 \\ 4 & 6 & -1 \\ -8 & 9 & 10 \end{vmatrix}, \quad i=3 \quad b) \begin{vmatrix} -13 & -5 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}, \quad j=1$$

$$10. \quad a) \begin{vmatrix} 15 & 0 & -2 \\ 4 & 4 & 3 \\ -5 & 6 & 6 \end{vmatrix}, \quad i=2 \quad b) \begin{vmatrix} 4 & 6 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 9 & -9 & 20 \end{vmatrix}, \quad j=1$$

4. Для заданной матрицы A найти обратную.

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 2. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix} \quad 3. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -6 \\ 5 & 14 & -2 \\ -1 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad 5. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 10 & 8 \end{pmatrix} \quad 6. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & -1 \\ 14 & 8 & -3 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix} \quad 8. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 \\ 3 & 6 & -1 \\ -1 & 1 & 12 \end{pmatrix} \quad 9. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Найти решение линейной системы уравнений, используя формулы Крамера, с помощью обратной матрицы

- | | | |
|---|--|---|
| <p>1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$</p> | <p>2. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$</p> | <p>3. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$</p> |
| <p>4. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 7 \\ 7x_1 + 4x_2 - 8x_3 = 3 \\ 5x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -12 \end{cases}$</p> | <p>5. $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 18 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 26 \\ x_1 - 6x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$</p> | <p>6. $\begin{cases} 2x_1 - 1x_2 + 5x_3 = 4 \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$</p> |
| <p>7. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$</p> | <p>8. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$</p> | <p>9. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$</p> |
| <p>10. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 19 \\ 7x_1 + 8x_2 = 1 \end{cases}$</p> | | |

6. Решить систему уравнений методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение если система неопределенна

- | | | |
|---|---|--|
| <p>1. $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$</p> | <p>2. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$</p> | <p>3. $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$</p> |
| <p>4. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$</p> | <p>5. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$</p> | <p>6. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 3 \\ 4x_1 + 10x_2 + 6x_3 = 6 \\ 4x_1 + 15x_2 + 12x_3 = 5 \end{cases}$</p> |
| <p>7. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$</p> | <p>8. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$</p> | <p>9. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$</p> |
| <p>10. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$</p> | | |

7. Решить матричное уравнение

$$1. \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -7 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2. X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & 5 \\ 5 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -7 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -1 \\ 9 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 7 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 7 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$6. X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ -5 & 1 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 9 & -8 & 5 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$8. X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 9 & -2 & 5 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$9. X \cdot \begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10. X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

8. Исследовать систему линейных уравнений и в случае совместности решить её:

$$1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 11 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = -3 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ 3x_2 + 4x_3 - 13x_4 = -25 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = 22 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7 \\ 5x_1 + 5x_2 + 12x_3 + 10x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 - x_5 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 12 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 4 \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

Раздел II. «Векторная алгебра»

Вариант 1

1. По координатам точек $A(4, 6, 3)$, $B(-5, 2, 6)$, $C(4, -4, -3)$ найти:

- а) модуль вектора $\mathbf{a} = 4\overline{CB} - \overline{AC}$;
 - б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overline{AB}$;
 - в) проекцию вектора $\overline{CB}$ на вектор $\overline{AC}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a}=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=\mathbf{j}+4\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=5\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $\mathbf{a}$, $3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$;
 - б) найти модуль векторного произведения векторов $3\mathbf{a}$, $2\mathbf{c}$;
 - в) вычислить скалярное произведение векторов $\mathbf{b}$, $-4\mathbf{c}$;
 - г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}$;
 - д) проверить, будут ли компланарны вектора $\mathbf{a}$, $2\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$
-

Вариант 2

1. По координатам точек $A(4, 3, -2)$, $B(-3, -1, 4)$, $C(2, 2, 1)$ найти:

- а) модуль вектора $\mathbf{a} = -5\overline{AC} + \overline{CB}$;
 - б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overline{AB}$;
 - в) проекцию вектора $\overline{AC}$ на вектор $\overline{CB}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a}=3\mathbf{i}+4\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=\mathbf{i}-2\mathbf{j}+7\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=3\mathbf{i}-6\mathbf{j}+21\mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $5\mathbf{a}$, $2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$;
 - б) найти модуль векторного произведения векторов $4\mathbf{b}$, $2\mathbf{c}$;
 - в) вычислить скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}$;
 - г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$;
 - д) проверить, будут ли компланарны вектора $2\mathbf{a}$, $-3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$
-

Вариант 3

1. По координатам точек $A(-2, -2, 4)$, $B(1, 3, -2)$, $C(1, 4, 2)$ найти:

- а) модуль вектора $\mathbf{a} = 2\overline{AC} - 3\overline{BA}$;
 - б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overline{BC}$;
 - в) проекцию вектора $\overline{BC}$ на вектор $\overline{AC}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a}=2\mathbf{i}-4\mathbf{j}-2\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=7\mathbf{i}+3\mathbf{j}$, $\mathbf{c}=3\mathbf{i}+5\mathbf{j}-7\mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $\mathbf{a}$, $2\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$;
 - б) найти модуль векторного произведения векторов $3\mathbf{a}$, $-7\mathbf{b}$;
 - в) вычислить скалярное произведение векторов $\mathbf{c}$, $-2\mathbf{a}$;
 - г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}$;
 - д) проверить, будут ли компланарны вектора $3\mathbf{a}$, $2\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$
-

Вариант 4

1. По координатам точек $A(2, 4, 3)$, $B(3, 1, -4)$, $C(-1, 2, 2)$ найти:

- а) модуль вектора $\mathbf{a} = 2\overline{BA} + 4\overline{AC}$;
 - б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overline{BA}$;
 - в) проекцию вектора $\overline{BA}$ на вектор $\overline{AC}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a}=-7\mathbf{i}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}-6\mathbf{j}+4\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=\mathbf{i}-3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $\mathbf{a}$, $-2\mathbf{b}$, $-7\mathbf{c}$;
 - б) найти модуль векторного произведения векторов $4\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$;
 - в) вычислить скалярное произведение векторов $2\mathbf{a}$, $-7\mathbf{c}$;
 - г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$;
 - д) проверить, будут ли компланарны вектора $2\mathbf{a}$, $4\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$
-

Вариант 5

1. По координатам точек $A(2, 4, 5)$, $B(1, -2, 3)$, $C(-1, -2, 4)$ найти:

- а) модуль вектора $\mathbf{a} = \overrightarrow{3AB} - 4\overrightarrow{AC}$;
- б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overrightarrow{BC}$;
- в) проекцию вектора $\overrightarrow{BC}$ на вектор $\overrightarrow{AB}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{j} + 5\mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $\mathbf{a}$, $6\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$;
- б) найти модуль векторного произведения векторов $2\mathbf{b}$, $\mathbf{a}$;
- в) вычислить скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$, $-4\mathbf{c}$;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$;
- д) проверить, будут ли компланарны вектора $\mathbf{a}$, $6\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$
-

Вариант 6

1. По координатам точек $A(-1, -2, 4)$, $B(-1, 3, 5)$, $C(1, 4, 2)$ найти:
- а) модуль вектора $\mathbf{a} = \overrightarrow{3AC} - 7\overrightarrow{BC}$;
- б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overrightarrow{AB}$;
- в) проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на вектор $\overrightarrow{AC}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $\mathbf{a}$, $-3\mathbf{b}$, $2\mathbf{c}$;
- б) найти модуль векторного произведения векторов $5\mathbf{a}$, $3\mathbf{c}$;
- в) вычислить скалярное произведение векторов $-2\mathbf{a}$, $4\mathbf{b}$;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}$;
- д) проверить, будут ли компланарны вектора $5\mathbf{a}$, $4\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$
-

Вариант 7

1. По координатам точек $A(1, 3, 2)$, $B(-2, 4, -1)$, $C(1, 3, -2)$ найти:
- а) модуль вектора $\mathbf{a} = \overrightarrow{2AB} + 5\overrightarrow{CB}$;
- б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overrightarrow{AC}$;
- в) проекцию вектора $\overrightarrow{AC}$ на вектор $\overrightarrow{AB}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 7\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $7\mathbf{a}$, $-4\mathbf{b}$, $2\mathbf{c}$;
- б) найти модуль векторного произведения векторов $3\mathbf{a}$, $5\mathbf{c}$;
- в) вычислить скалярное произведение векторов $2\mathbf{b}$, $4\mathbf{c}$;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$;
- д) проверить, будут ли компланарны вектора $7\mathbf{a}$, $2\mathbf{b}$, $5\mathbf{c}$
-

Вариант 8

1. По координатам точек $A(2, -4, 3)$, $B(-3, -2, 4)$, $C(0, 0, -2)$ найти:
- а) модуль вектора $\mathbf{a} = \overrightarrow{3AC} - 4\overrightarrow{CB}$;
- б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overrightarrow{AB}$;
- в) проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на вектор $\overrightarrow{CB}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -12\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $2\mathbf{a}$, $3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$;
- б) найти модуль векторного произведения векторов $4\mathbf{a}$, $3\mathbf{b}$;
- в) вычислить скалярное произведение векторов $\mathbf{b}$, $-4\mathbf{c}$;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}$;
- д) проверить, будут ли компланарны вектора $2\mathbf{a}$, $3\mathbf{b}$, $-4\mathbf{c}$
-

Вариант 9

1. По координатам точек $A(3, 4, -4)$, $B(-2, 1, 2)$, $C(2, -3, 1)$ найти:
- а) модуль вектора $\mathbf{a} = \overrightarrow{5CB} + 4\overrightarrow{AC}$;
- б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overrightarrow{BA}$;
- в) проекцию вектора $\overrightarrow{BA}$ на вектор $\overrightarrow{AC}$.
2. Даны векторы $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + \mathbf{k}$.
- а) вычислить смешанное произведение векторов $3\mathbf{a}$, $-4\mathbf{b}$, $2\mathbf{c}$;

- б) найти модуль векторного произведения векторов $7\mathbf{a}$, $-3\mathbf{c}$;
 - в) вычислить скалярное произведение векторов $2\mathbf{b}$, $3\mathbf{a}$;
 - г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$;
 - д) проверить, будут ли компланарны вектора $7\mathbf{a}$, $2\mathbf{b}$, $-3\mathbf{c}$
-

Вариант 10

1. По координатам точек $A(0, 2, 5)$, $B(2, -3, 4)$, $C(3, 2, -5)$ найти:

- а) модуль вектора $\mathbf{a} = -3\overline{AB} + \overline{CB}$;
- б) скалярное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\overline{AC}$;
- в) проекцию вектора $\overline{AC}$ на вектор $\overline{AB}$.

2. Даны векторы $\mathbf{a}=6\mathbf{i}-4\mathbf{j}+6\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=9\mathbf{i}-6\mathbf{j}+9\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=\mathbf{i}-8\mathbf{k}$.

- а) вычислить смешанное произведение векторов $2\mathbf{a}$, $-4\mathbf{b}$, $3\mathbf{c}$;
- б) найти модуль векторного произведения векторов $3\mathbf{b}$, $-9\mathbf{c}$;
- в) вычислить скалярное произведение векторов $3\mathbf{a}$, $-5\mathbf{c}$;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$;
- д) проверить, будут ли компланарны вектора $3\mathbf{a}$, $-4\mathbf{b}$, $-9\mathbf{c}$

Раздел III. Аналитическая геометрия

1. Даны вершины треугольника ABC . Найти:

- Уравнение стороны AB
- Уравнение высоты CH
- Уравнение медианы AM
- Точку N пересечения медианы AM и высоты CH
- Уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB
- Расстояние от точки C до прямой AB

- $A(0;2), B(-7;-4), C(3;2)$
- $A(1;0), B(-1;4), C(9;5)$
- $A(1;7), B(-3;-1), C(11;-3)$
- $A(-3;-2), B(14;4), C(6;8)$
- $A(-2;4), B(3;1), C(10;7)$
- $A(3;-1), B(11;3), C(-6;2)$
- $A(2;5), B(-3;1), C(0;4)$
- $A(-5;1), B(8;-2), C(1;4)$
- $A(1;-3), B(0;7), C(-2;4)$
- $A(7;0), B(1;4), C(-8;-4)$

2. Даны четыре точки A_1, A_2, A_3, A_4 . Составить уравнения:

- плоскости $A_1A_2A_3$
- прямой A_1A_2
- прямой A_4M перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$
- прямой A_3N перпендикулярной прямой A_1A_2
- плоскость проходящая через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2

Вычислить:

- синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$
- косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$

- $A_1(1;8;2), A_2(5;2;6), A_3(5;7;4), A_4(4;10;9)$
- $A_1(10;9;6), A_2(2;8;2), A_3(8;9;8), A_4(7;10;3)$
- $A_1(3;5;4), A_2(8;7;4), A_3(5;10;4), A_4(4;7;8)$
- $A_1(4;6;5), A_2(6;9;4), A_3(2;10;10), A_4(7;5;9)$
- $A_1(4;4;10), A_2(7;10;2), A_3(2;8;4), A_4(9;6;9)$
- $A_1(4;2;5), A_2(0;7;1), A_3(0;2;7), A_4(1;5;0)$
- $A_1(3;1;4), A_2(-1;6;1), A_3(-1;1;6), A_4(0;4;-1)$
- $A_1(3;-1;2), A_2(-1;0;1), A_3(1;7;3), A_4(8;5;8)$
- $A_1(3;5;4), A_2(5;8;3), A_3(1;2;-2), A_4(-1;0;2)$
- $A_1(2;4;3), A_2(1;1;5), A_3(4;9;3), A_4(3;6;7)$

Раздел IV. Введение в анализ и элементы дифференциального исчисления функции одной переменной

1. Вычислите пределы указанных функций (правила Лопиталя не применять)

1. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 3x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 4x + 7x^2}{2x - 3x^3 + 7}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 3x}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3x-1}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x^2 + 3x - 4}{-3x + 2x^2 - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{5 - 4x - x^2}{2x^2 + 15x + 25}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 9x + x^2}{-x^3 + 6x^2 + 7x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 6x$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+4} \right)^{2x+1}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x - 9}{x^2 + 4x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16 + 4x - 8x^3}{-x - 3x^2 + 4x^3}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\sin 9x}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{x} \right)^{5x+2}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 7x - 2}{x^2 - x + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{2x^2 + 3x - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21 - 4x + 7x^3}{10x^2 - 3x^3 - 18}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{3x}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x-2} \right)^{2x+4}$.

5. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8x^2 - 15x + 3}{x^2 - 4x + 11}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 27}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 - 4x + 7x^4}{2x^2 - 3x^3 + 7x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{arctg} 3x}$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{4x}}$.

6. а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-5x + 3x^2 - 8}{7x^2 - 4x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15 - 4x^3 + x^2}{9x - 3x^2 + 13}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{3x + 1}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 8x}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-4}{6x+2} \right)^{x-7}$.

7. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 9}{9x^2 - 6x + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - x - 6}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x + 8x^2}{6x - 3x^2 + 7x^4}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{\operatorname{tg} 5x}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{6}{x} \right)^{7x+9}$.

8. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x^2 + 6x - 5}{x^2 - 13x - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 10x + 25}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x + 8x^2}{-3x - 3x^2 + 16}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{\sqrt{3x+4} - 2}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arcsin 4x}$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{5x}}$.

$$9. \quad \begin{array}{lll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{5x-2+7x^2}{2+3x^2-x}; & \text{б)} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{6-x-x^2}{3x^2+8x-3}; & \text{в)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-4x-3x^2}{6x+3x^3+7x^4}; \\ \text{г)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2+x}+x}{x+1}; & \text{д)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \cdot \cos x}{\sin 3x}; & \text{е)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-2}{4x+3} \right)^{8x}. \end{array}$$

$$10. \quad \begin{array}{lll} \text{a)} \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x+8x^2-1}{x^2+6-3x}; & \text{б)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}; & \text{в)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12+2x+x^2}{2x^3-3x^2+17} \\ \text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x^2}; & \text{д)} \lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} 7x; & \text{е)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x} \right)^{6x}. \end{array}$$

2. Вычислите производные указанных функций

1. а) $y = e^{\cos x} \cdot \sin 4x$; б) $y = \frac{3x - 5 \cos 2x}{\sqrt{1 - 6x^2}}$; в) $y = \ln [\arcsin(2x^2 - 4)]$;

г) $y = (\arctg x)^{\sqrt{2x}}$ д) $e^y + 4xy + e^{2x} = 10$; е) $\begin{cases} x(t) = \sin 2t - t^2, \\ y(t) = \sqrt{e^t - 5}. \end{cases}$

2. а) $y = \cos 3x \cdot 2^{\lg x}$; б) $y = \frac{\cos 3x - 8x^2}{\sqrt{x^2 - 2}}$; в) $y = \cos [\ln(4x^3 - x + 1)]$;

г) $y = (\sin \sqrt{x})^{\frac{1}{x^2}}$; д) $4^{y^2} - \frac{x}{2y} - \sqrt[3]{x} = 0$; е) $\begin{cases} x(t) = 2\sqrt{t^3} - \cos 5t, \\ y(t) = e^{\sin t}. \end{cases}$

3. а) $y = e^{\sin x} \cdot \ln 4x$; б) $y = \frac{7x + 4 \sin 3x}{\sqrt{2 + 3x^2}}$; в) $y = \arctg [\ln(5x + 2)]$;

г) $y = (\sqrt[3]{x} + 2)^{\cos 2x^2}$; д) $3^{\sin x} + \ln y - \frac{3y}{x^2} = 4x$; е) $\begin{cases} x(t) = 7^{\arcsin t} + 5t, \\ y(t) = \sqrt[3]{\lg t - t}. \end{cases}$

4. а) $y = \ln 5x \cdot 3^{\cos x}$; б) $y = \frac{2 \sin 3x + 4x^2}{\sqrt{6x^2 - 4}}$; в) $y = \ln [\arccos(5x^4 - 4x)]$;

г) $y = (\arcsin x)^{\lg x^2}$; д) $\sin y + 5^{\lg x + 1} - \frac{x\sqrt{y}}{2} = 1$; е) $y = 2^{\ln(3x^2 - 7x)}$;

5. а) $y = \arctg 3x \cdot e^{\sin x}$; б) $y = \frac{\sqrt{3 - 2x^2}}{\lg 2x - x^3}$; в) $\begin{cases} x(t) = 2^{\sin t} - \frac{4}{t^2}, \\ y(t) = (2t^4 - 5)^{-\frac{1}{2}}. \end{cases}$

г) $y = \left(\ln x - \frac{2}{x} \right)^{\cos^2 x}$; д) $e^{x+2y} + 3y^3 = \sqrt{\cos x}$; е) $\begin{cases} x(t) = \arcsin \frac{t}{3} + 5, \\ y(t) = 8 \cos^3 t. \end{cases}$

6. а) $y = e^{\cos x} \cdot \arcsin 8x$; б) $y = \frac{\sqrt{5 - 3x^2}}{3x^2 - \operatorname{ctg} 4x}$; в) $y = 4^{\arctg(3x^2 + 2)}$;

г) $y = (3 + \cos 5x)^{\arcsin 2x}$; д) $\ln(3y^2 - \sqrt{x}) + 4^x = 12y$; е) $\begin{cases} x(t) = 7 \ln t^2 + 2t, \\ y(t) = 5 \lg t - 3t^2. \end{cases}$

7. а) $y = \ln 7x \cdot e^{\operatorname{ctg} x}$; б) $y = \frac{\operatorname{tg} 3x + 9x^2}{\sqrt{4x^2 + 3x}}$; в) $y = e^{\sqrt{3x^2 - 5 \cos x}}$;

г) $y = \sqrt[x]{e^{4x} - 2x}$; д) $\arccos \sqrt{y} + 2x^2 y^3 = \frac{7}{x^6}$; е) $\begin{cases} x(t) = 4 \sin^2 t - \frac{4}{t}, \\ y(t) = 6 - 6^{\cos t}. \end{cases}$

$$8. \text{ a) } y = 4^{\cos x} \operatorname{arctg} 4x; \quad \text{б) } y = \frac{\sqrt{2-9x^2}}{1-\arccos 2x}; \quad \text{в) } y = \ln \sqrt[3]{\frac{2x+1}{3x+4}};$$

$$\text{г) } y = (\arccos \sqrt{x})^{\sqrt[3]{x}}; \quad \text{д) } \ln \operatorname{tg} y - e^{\sin x} = xy; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}} + \cos 2t, \\ y(t) = \sqrt{\operatorname{ctg} t} - 4. \end{cases}$$

$$9. \text{ a) } y = 5^{\operatorname{tg} x} \cdot \operatorname{ctg} 8x; \quad \text{б) } y = \frac{\sqrt{7x-x^2}}{3x-\operatorname{tg} 3x}; \quad \text{в) } y = \ln (\arccos \sqrt{x^2-4});$$

$$\text{г) } y = (\ln x + 2x)^{x^2}; \quad \text{д) } 5^{\operatorname{ctg} \sqrt{x}} - 8xy^3 = \frac{y}{2}; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = 3e^{\operatorname{tg} t} + 5t^2, \\ y(t) = 4t - \arcsin \sqrt{t}. \end{cases}$$

$$10. \text{ a) } y = \cos 3x \cdot e^{\operatorname{arctg} x}; \quad \text{б) } y = \frac{x^3 + \sin 3x}{\sqrt{x^2-2x+1}}; \quad \text{в) } y = \ln \sqrt[4]{\frac{7x^2-1}{\cos x}};$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{ctg} 4x)^{x^2} \quad \text{д) } e^{\sin y} + \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt[3]{y^2} x^3; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = \frac{3}{\operatorname{arctg} t} + 3t^2, \\ y(t) = 5^{\cos t} - \sqrt{t+1}. \end{cases}$$

3. Проведите полное исследование функций и постройте их графики:

1. $y = x \cdot e^{1/x}$.

2. $y = \ln(x^2 - 2x + 2)$.

3. $y = x \cdot e^{0,5(1-x^2)}$.

4. $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$.

5. $y = e^{1/(2-x)}$.

6. $y = x - 1,5\sqrt[3]{x^2}$.

7. $y = (x^2 + 2) \cdot e^{-x}$.

8. $y = x\sqrt{8 - x^2}$.

9. $y = x^2 \cdot e^{1-x}$.

10. $y = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$.

Вопросы к экзамену по дисциплине "Математика"

(1 курс, 1 семестр)

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы, операции над ними. Ранг матрицы.
3. Обратная матрица.
4. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными (формулы Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса).
5. Теорема Кронекера — Капелли. Решение систем n линейных уравнений с m неизвестными.
6. Координаты. Преобразование координат. Деление отрезка в заданном отношении.
7. Геометрические векторы и операции над ними.
8. Умножение векторов.
9. Прямая на плоскости.
10. Плоскость.
11. Расстояние от точки до прямой и от точки до плоскости.
12. Прямая в пространстве.
13. Классификация кривых второго порядка.
14. Эллипс, гипербола, парабола.
15. Поверхности второго порядка.
16. Комплексные числа.
17. Последовательность. Предел последовательности и его свойства.
18. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
19. Операции с пределами.
20. Предел монотонной последовательности.
21. Число e .
22. Лемма о вложенных промежутках.
23. Функции: определение, способы задания, классы функций.
24. Предел функции и его свойства.
25. Первый замечательный предел.
26. Второй замечательный предел.
27. Предел монотонной функции.
28. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентные бесконечно малые.
29. Непрерывные функции, их свойства. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов.
30. Непрерывность монотонной функции. Непрерывность сложной функции.
31. Свойства непрерывных функций (Теоремы Больцано — Коши).
32. Свойства непрерывных функций. (Теоремы Вейерштрасса).
33. Задачи, приводящие к понятию производной. Понятие производной. Производные элементарных функций.
34. Производная обратной функции. Производная сложной функции.
35. Правила вычисления производной.
36. Понятие дифференциала. Связь между дифференцируемостью и существованием производной.

37. Инвариантность формы дифференциала.
38. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма).
39. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ролля).
40. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Лагранжа).
41. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Коши).
42. Производные и дифференциалы высших порядков.
43. Формула Тейлора.
44. Условие постоянства функции. Условие монотонности функции.
45. Экстремум функции одной переменной. Достаточные условия экстремума.
46. Выпуклые функции. Точки перегиба.
47. Асимптоты.
48. Правила Лопиталя — Бернулли.