

# **ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ И СДАЧИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИКА»**

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает является суммой двух последних цифр номера студенческого билета (зачётной книжки); если сумма равна нулю, выполняется 19 вариант.

Для каждой задачи:

- полностью привести ее условие;
- привести содержательное решение;
- явным образом записать ответ.

В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует заменить общие данные конкретными из соответствующего варианта.

Чистовой вариант работы выполняют в одном экземпляре, на белой бумаге форматом стандартного писчего листа (формат А-4, 210 x 297 мм).

**Задание 1.** Найти значение матричного многочлена:  
( $E$  – единичная матрица)

$$1. D = -2A^2 - 5A^T + 7E, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$2. D = 3A^T + 5A^2 - 4E, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$3. D = 2E - 8A^T + 6A^2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$4. D = -6A^T + 8E - 3A^2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 0 & 6 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$5. D = 7E + (3A)^T - 4A^2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6. D = -9A^2 - 6E + (2A)^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$7. D = (2A)^2 + 3E + 2A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8. D = -4E + (3A)^2 + (7A)^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9. D = (3A)^2 - 7E + (4A)^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -4 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$10. D = -3E + 7A^2 - 4A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$11. D = 3A^T + 5A^2 - 2E, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$12. D = -6A^2 + (3E)^T - A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & -5 \\ -2 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$13. D = (5A)^2 - (7E)^T - 3A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14. D = (2A)^T - 2A^2 - 4E, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$15. D = 7A^2 + (7E)^T - 7A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$16. D = (3A)^2 - 4E + (3A)^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$17. D = -A^2 + 2A^T - 4E, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$18. D = -8A^T - (4A)^2 + (7E)^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$19. D = 3A^2 - 4E + (5A)^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & -4 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$20. D = (3E)^T - 2A^2 + 4A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -5 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Задание 2.** Вычислить определитель четвертого порядка:

а) разложением по элементам ряда;

б) сведением к треугольному виду.

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 & 6 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & -3 & -2 \end{vmatrix} \quad 2. \begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 10 & -1 & -9 \\ 8 & -2 & -1 & 7 \\ 7 & 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \quad 3. \begin{vmatrix} 6 & -4 & -9 & -5 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 7 \\ 8 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 & 7 \\ -2 & 1 & 1 & -3 \\ 4 & 0 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} \quad 5. \begin{vmatrix} 3 & -2 & 6 & 1 \\ -4 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad 6. \begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 & 4 \\ -5 & 1 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} \quad 8. \begin{vmatrix} 0 & 4 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 7 & -1 & 4 \\ 6 & -7 & 1 & -5 \end{vmatrix} \quad 9. \begin{vmatrix} -1 & -4 & 6 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & -8 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 3 & -6 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -4 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} \quad 11. \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 7 & 7 \\ 6 & 1 & -3 & -5 \end{vmatrix} \quad 12. \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & -1 & -4 \end{vmatrix} \quad 14. \begin{vmatrix} 7 & -2 & 6 & 2 \\ -2 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -7 \end{vmatrix} \quad 15. \begin{vmatrix} 8 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$16. \begin{vmatrix} 9 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 4 \\ 5 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix} \quad 17. \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 5 & 0 & -7 \end{vmatrix} \quad 18. \begin{vmatrix} -7 & 4 & -3 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & -3 & -7 & 0 \end{vmatrix}$$

$$19. \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & 5 & -4 & -1 \end{vmatrix} \quad 20. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 & 4 \\ -5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & -7 & -1 \end{vmatrix}$$

**Задание 3. Решить матричное уравнение**

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 5 \\ 9 & -9 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 5 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 7 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 7 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 & 2 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -8 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 9 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -8 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -8 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -4 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -9 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$19. \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$20. \begin{pmatrix} 12 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & 7 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

**Задание 4.** Исследовать систему на совместность и решить её:

а) по формулам Крамера; б) матричным способом;

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = -2. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -3. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -5, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -9. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases} \quad 12. \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 4x_1 + 4x_3 = -7. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -11. \end{cases} \quad 14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases} \quad 16. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 + 8x_2 - x_3 = 8, \\ 9x_1 + x_2 + 8x_3 = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Исследовать на совместность и решить систему:

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 5. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 10, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 5. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = -3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 3, \\ 5x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 = -1, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -7, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = -9. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -5, \\ 4x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 3, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 3. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ 5x_1 - 8x_2 + 17x_3 - 19x_4 = 5. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + 19x_3 + x_4 = 8. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 5. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 4, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 9x_4 = 3, \\ 3x_1 - 8x_2 + 3x_3 + 24x_4 = 7. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ -2x_1 + 5x_3 - 2x_4 = -3. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 6x_4 = 3, \\ 2x_1 - 5x_2 - 5x_3 + 8x_4 = 6. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 3, \\ 3x_1 - 8x_2 - 9x_3 + 24x_4 = 7, \\ 3x_1 - 10x_2 - 10x_3 + 27x_4 = 12. \end{cases}$$

**Задание 6.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений:

1. 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0. \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$
3. 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$
4. 
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$
5. 
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0. \end{cases}$$
6. 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$
7. 
$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0, \\ 7x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$
8. 
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$
9. 
$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$
10. 
$$\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$
11. 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$
12. 
$$\begin{cases} 9x_1 + x_2 + 8x_3 = 0, \\ 2x_1 + 8x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$
13. 
$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$
14. 
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$
15. 
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$
16. 
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$
17. 
$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$
18. 
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$
19. 
$$\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$
20. 
$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

**Задание 7.** Даны координаты точек  $A, B$  и  $C$  в системе  $xOy$ . Найти:

- а) координаты векторов  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ , их разложение по ортам  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  и их модули;
- б) угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ ;
- в) направляющие косинусы векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ ;
- г) проекцию вектора  $\overline{AB}$  на вектор  $\overline{AC}$ .

1.  $A(8; 10), B(-8; -3), C(4; -12)$ .    2.  $A(11; 20), B(-5; 7), C(7; -2)$ .
3.  $A(-2; -4), B(10; 5), C(8; -9)$ .    4.  $A(2; 5), B(14; -4), C(18; 18)$ .
5.  $A(1; 2), B(-11; 11), C(-9; -3)$ .    6.  $A(-5; 0), B(7; 9), C(5; -5)$ .
7.  $A(-7; 2), B(5; 11), C(3; -3)$ .    8.  $A(-6; -2), B(6; 7), C(4; -7)$ .
9.  $A(-8; -4), B(4; 5), C(2; -9)$ .    10.  $A(0; -1), B(12; 8), C(10; -6)$ .
11.  $A(-6; 1), B(6; 10), C(4; -4)$ .    12.  $A(2; 3), B(4; 5), C(6; 7)$ .
13.  $A(-3; 0), B(9; 9), C(7; -5)$ .    14.  $A(-3; 3), B(9; -6), C(7; 8)$ .
15.  $A(-7; -1), B(-5; -10), C(3; 4)$ .    16.  $A(-4; 1), B(8; -8), C(6; 6)$ .
17.  $A(1; 2), B(13; -7), C(11; 7)$ .    18.  $A(-2; 2), B(10; -7), C(8; 7)$ .
19.  $A(-8; 4), B(4; -5), C(2; 9)$ .    20.  $A(0; 3), B(12; -6), C(10; 8)$ .

**Задание 8.** Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ . Найти:

- а) длины сторон треугольника;
- б) уравнения сторон треугольника, указать их угловые коэффициенты и координаты направляющих и нормальных векторов соответственно;
- в) угол  $\angle C$  треугольника  $ABC$ ;
- г) уравнение высоты  $AL$  и ее длину;
- д) уравнение медианы  $BK$ ;
- е) уравнение прямой, проходящей через точку  $L$ , параллельно стороне  $AB$ ;
- ж) координаты точки  $T$ , расположенной симметрично точке  $C$  относительно высоты  $AL$ ;
- з) сделать рисунок.

1.  $A(4;12)$ ,  $B(-12;-1)$ ,  $C(0;-10)$ .
2.  $A(11;20)$ ,  $B(-5;7)$ ,  $C(7;-2)$ .
3.  $A(13;10)$ ,  $B(3;5)$ ,  $C(15;-4)$ .
4.  $A(17;5)$ ,  $B(7;0)$ ,  $C(19;-9)$ .
5.  $A(3;15)$ ,  $B(-7;10)$ ,  $C(5;1)$ .
6.  $A(15;8)$ ,  $B(5;3)$ ,  $C(17;-6)$ .
7.  $A(7;15)$ ,  $B(-3;10)$ ,  $C(9;1)$ .
8.  $A(15;19)$ ,  $B(-1;6)$ ,  $C(11;-3)$ .
9.  $A(18;14)$ ,  $B(2;1)$ ,  $C(14;-8)$ .
10.  $A(15;14)$ ,  $B(-1;1)$ ,  $C(11;-8)$ .
11.  $A(2;13)$ ,  $B(-14;0)$ ,  $C(-2;-9)$ .
12.  $A(9;8)$ ,  $B(-7;-5)$ ,  $C(5;-14)$ .
13.  $A(5;14)$ ,  $B(-5;9)$ ,  $C(7;0)$ .
14.  $A(10;8)$ ,  $B(0;3)$ ,  $C(12;-6)$ .
15.  $A(3;9)$ ,  $B(-7;4)$ ,  $C(5;-5)$ .
16.  $A(14;6)$ ,  $B(4;1)$ ,  $C(16;-8)$ .
17.  $A(7;15)$ ,  $B(-3;0)$ ,  $C(9;1)$ .
18.  $A(6;17)$ ,  $B(-4;12)$ ,  $C(8;3)$ .
19.  $A(0;10)$ ,  $B(-10;5)$ ,  $C(2;-4)$ .
20.  $A(13;11)$ ,  $B(3;6)$ ,  $C(15;-3)$ .

**Задание 10.** Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$  с вершиной в точке  $D$ . Найти:

- а) площадь грани  $ABC$ ;
- б) объем пирамиды  $ABCD$ ;
- в) уравнения ребер  $AD$  и  $BD$ , указав координаты направляющих векторов;
- г) уравнения граней  $ABC$  и  $ABD$ , указав координаты их нормалей;
- д) длину высоты  $DK$ ;
- е) угол между плоскостью основания  $ABC$  и боковым ребром  $AD$ ;
- ж) угол между плоскостью основания  $ABC$  и боковой гранью  $ABD$ ;
- з) уравнение плоскости, проходящей через вершину  $D$  параллельно основанию  $ABC$ ;
- и) уравнение прямой, проходящей через точку  $C$  параллельно ребру  $AD$ ;
- к) уравнение прямой, проходящей через точку  $A$  перпендикулярно плоскости основания  $ABC$ ;
- л) угол между боковыми ребрами  $AD$  и  $BD$ .

1.  $A(2; -1; -1)$ ;  $B(5; -1; 2)$ ;  $C(3; 0; 3)$ ;  $D(6; 0; -1)$ .
2.  $A(-4; 1; -3)$ ;  $B(0; 1; 2)$ ;  $C(-2; 3; -2)$ ;  $D(-1; 3; 0)$ .
3.  $A(2; 2; 0)$ ;  $B(1; 2; 5)$ ;  $C(-3; 3; 1)$ ;  $D(1; 4; 3)$ .
4.  $A(-1; -2; 1)$ ;  $B(0; -1; 5)$ ;  $C(-4; 0; 1)$ ;  $D(-2; 1; 3)$ .
5.  $A(5; -1; 2)$ ;  $B(2; -1; 2)$ ;  $C(-1; 0; 5)$ ;  $D(1; 1; 4)$ .
6.  $A(2; 1; -2)$ ;  $B(3; 3; 3)$ ;  $C(1; 1; 2)$ ;  $D(-1; -2; -3)$ .
7.  $A(5; 1; -4)$ ;  $B(1; 2; -1)$ ;  $C(3; 3; -4)$ ;  $D(2; 2; 2)$ .
8.  $A(3; 1; 0)$ ;  $B(0; 7; 2)$ ;  $C(-1; 0; -5)$ ;  $D(4; 1; 5)$ .
9.  $A(0; 0; 2)$ ;  $B(3; 0; 5)$ ;  $C(1; 1; 0)$ ;  $D(4; 1; 2)$ .
10.  $A(-7; 3; -2)$ ;  $B(0; 2; 1)$ ;  $C(4; -1; 0)$ ;  $D(-1; 0; -3)$ .
11.  $A(3; 1; 0)$ ;  $B(0; 1; 2)$ ;  $C(-1; 0; -5)$ ;  $D(4; 5; 1)$ .
12.  $A(0; 0; -1)$ ;  $B(1; 3; 4)$ ;  $C(5; 0; -3)$ ;  $D(4; 4; 1)$ .
13.  $A(-1; 2; 5)$ ;  $B(0; -4; 5)$ ;  $C(-3; 2; 1)$ ;  $D(1; 2; 4)$ .
14.  $A(2; -4; 5)$ ;  $B(-1; -3; 4)$ ;  $C(5; 5; -1)$ ;  $D(1; -2; 2)$ .
15.  $A(2; -3; 1)$ ;  $B(6; 1; -1)$ ;  $C(4; 8; -9)$ ;  $D(2; -1; 2)$ .
16.  $A(5; -1; -4)$ ;  $B(9; 3; -6)$ ;  $C(7; 10; -14)$ ;  $D(5; 1; -3)$ .
17.  $A(1; -4; 0)$ ;  $B(5; 0; -2)$ ;  $C(3; 7; -10)$ ;  $D(1; -2; 1)$ .
18.  $A(-3; -6; 2)$ ;  $B(1; -2; 0)$ ;  $C(-1; 5; -8)$ ;  $D(-3; -4; 3)$ .
19.  $A(-1; 1; -5)$ ;  $B(3; 5; -7)$ ;  $C(1; 12; -15)$ ;  $D(-1; 3; -4)$ .
20.  $A(-4; 2; -1)$ ;  $B(0; 6; -3)$ ;  $C(-2; 13; -11)$ ;  $D(-4; 4; 0)$ .

**Задание 11.** Найти пределы функций:

1. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 3x - 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 4x + 7x^2}{2x - 3x^3 + 7}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 3x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3x-1}$ .

2. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x^2 + 3x - 4}{-3x + 2x^2 - 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{5 - 4x - x^2}{2x^2 + 15x + 25}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 9x + x^2}{-x^3 + 6x^2 + 7x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 6x$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+4} \right)^{2x+1}$ .

3. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 9}{x^2 + 4x - 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16 + 4x - 8x^3}{-x - 3x^2 + 4x^3}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\sin 9x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{4}{x} \right)^{5x+2}$ .

4. а)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 7x - 2}{x^2 - x + 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{2x^2 + 3x - 2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21 - 4x + 7x^3}{10x^2 - 3x^3 - 18}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{3x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+7}{x-2} \right)^{2x+4}$ .

5. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^2 - 15x + 3}{x^2 - 4x + 11}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 27}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 - 4x + 7x^4}{2x^2 - 3x^3 + 7x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{arctg} 3x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{4x}}$ .

6. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x + 3x^2 - 8}{7x^2 - 4x + 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15 - 4x^3 + x^2}{9x - 3x^2 + 13}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{3x+1}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 8x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x-4}{6x+2} \right)^{x-7}$ .

7. a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 9}{9x^2 - 6x + 5}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - x - 6}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 4x + 8x^2}{6x - 3x^2 + 7x^4}$ ;  
 р)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2}$ ;      н)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{\operatorname{tg} 5x}$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{6}{x}\right)^{7x+9}$ .
8. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x^2 + 6x - 5}{x^2 - 13x - 4}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 10x + 25}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + x + 8x^2}{-3x - 3x^2 + 16}$ ;  
 р)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{\sqrt{3x+4} - 2}$ ;      н)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arcsin 4x}$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x^2}}$ .
9. а)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{5x - 2 + 7x^2}{2 + 3x^2 - x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 4x - 3x^2}{6x + 3x^3 + 7x^4}$ ;  
 р)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2+x} + x}{x+1}$ ;      н)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \cdot \cos x}{\sin 3x}$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x-2}{4x+3}\right)^{8x}$ .
10. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 8x^2 - 1}{x^2 + 6 - 3x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12 + 2x + x^2}{2x^3 - 3x^2 + 17}$ ;  
 р)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2}$ ;      н)  $\lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} 7x$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x-3}{2x}\right)^{6x}$ .
11. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 4x^2 - 1}{2 + 7x - 6x^2}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 4x^3 + 7x^2}{x^3 - x^2 + 11}$ ;  
 р)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{3+x} - \sqrt{1-x}}$ ;      н)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{3x}$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+9}{x-3}\right)^{5x+4}$ .
12. а)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - x + 7}{x^2 - 8x + 10}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - 4x + 7x^3}{2x^4 - 3x^2 + 7x^3}$ ;  
 р)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{2x-1} - 3}$ ;      н)  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 5x \cdot \operatorname{tg} 8x$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{-x+1}$ .
13. а)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{7x^2 + 2x + 10}{x^2 - 9x + 11}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{2x^2 + x - 1}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - 4x^2 - x}{-x - 3x - 4x^2}$ ;  
 р)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}}{x-4}$ ;      н)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$ ;      е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x-3}{x}\right)^{5x+1}$ .
14. а)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - x + 9}{2x^2 + x - 7}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 10x + 8}{x^2 - 4}$ ;      а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - 4x^4 + 7x^3}{2x - 3x^3 + 7x^4}$ ;

- r)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}$ ;    a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 3x}$ ;    e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{2x-1}$ .
15. a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9x^2-10x+1}{3x-7-3x^2}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+4x+3}{2x^2+5x-3}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9+x-x^2}{2x^3-3x^2+1}$ ;  
 r)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{8-x}}{x-2}$ ;    a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{1-\cos 2x}$ ;    e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{3x} \right)^{7x+3}$ .
16. a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{6x^2-2+8x}{9x^2+6+3x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{8-x^2+2x}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-4x^3+x^2}{x-3x^2-4x^3}$ ;  
 r)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x}-\sqrt{3-x}}{x+1}$ ;    a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{7x}$ ;    e)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{4x}}$ .
17. a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+6x-21}{2x^2+7x+12}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{-x^2+7x-10}{3x^2-x-10}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-4x^3-9x}{2x^3-3x^2-4}$ ;  
 r)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+2}{\sqrt{x+8}-\sqrt{4-x}}$ ;    a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 8x}{3x}$ ;    e)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-4x)^{\frac{1}{2}}$ .
18. a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2-2+5x}{3x-7x^2-12}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-5x-14}{2x^2+3x-2}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-4x^4+x^2}{2x^3-3x^2+8}$ ;  
 r)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-5}{\sqrt{9-x}-\sqrt{x-1}}$ ;    a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x \cdot \sin 6x}{\operatorname{tg} 3x}$ ;    e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+1}{5x-3} \right)^{-x-1}$ .
19. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+3x-25}{2x^2-4x-31}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2-x-4}{x^2+8x+7}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-4x^3-6x}{2x^3-x^2+3}$ ;  
 r)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}-\sqrt{6-x}}{x-4}$ ;    a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \cos 4x}{\operatorname{tg} 3x}$ ;    e)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-4x)^{\frac{1}{1x}}$ .
20. a)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+5x-14}{-x^2-3x+16}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+2+3x}{3x^2-2x-16}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2x^3+7x^2}{-x-3x^3-x^2}$ ;  
 r)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6-x}{\sqrt{x-3}-\sqrt{9-x}}$ ;    a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\arctg 9x}$ ;    e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-x+6}{-x-1} \right)^{2x+1}$ .

**Задание 11.** Найти производные функций:

1. а)  $y = e^{\sin x} \cdot \sin 4x$ ; б)  $y = \frac{3x - 5 \cos 2x}{\sqrt{1 - 6x^2}}$ ; в)  $y = \ln[\arcsin(2x^2 - 4)]$ ;

г)  $y = (\operatorname{arctg} x)^{\sqrt{2x}}$ ; д)  $e^x + 4xy + e^{2x} = 10$ ; е)  $\begin{cases} x(t) = \sin 2t - t^2, \\ y(t) = \sqrt{e^t - 5}. \end{cases}$

2. а)  $y = \cos 3x \cdot 2^{xy}$ ; б)  $y = \frac{\cos 3x - 8x^2}{\sqrt{x^2 - 2}}$ ; в)  $y = \cos[\ln(4x^3 - x + 1)]$ ;

г)  $y = (\sin \sqrt{x})^{\frac{1}{x^2}}$ ; д)  $4^{y^t} - \frac{x}{2y} - \sqrt[4]{x} = 0$ ; е)  $\begin{cases} x(t) = 2\sqrt{t^3} - \cos 5t, \\ y(t) = e^{\sin t}. \end{cases}$

3. а)  $y = e^{\sin x} \cdot \ln 4x$ ; б)  $y = \frac{7x + 4 \sin 3x}{\sqrt{2 + 3x^2}}$ ; в)  $y = \operatorname{arctg}[\ln(5x + 2)]$ ;

г)  $y = (\sqrt[3]{x} + 2)^{\cos 2x^2}$ ; д)  $3^{\sin x} + \ln y - \frac{3y}{x^2} = 4x$ ; е)  $\begin{cases} x(t) = 7^{\sin \cos t} + 5t, \\ y(t) = \sqrt{\operatorname{tg} t - t}. \end{cases}$

4. а)  $y = \ln 5x \cdot 3^{\cos x}$ ; б)  $y = \frac{2 \sin 3x + 4x^2}{\sqrt{6x^2 - 4}}$ ; в)  $y = \ln[\arccos(5x^4 - 4x)]$ ;

г)  $y = (\arcsin x)^{\sin x}$ ; д)  $\sin y + 5^{xy+1} - \frac{xy\sqrt{y}}{2} = 1$ ; е)  $y = 2^{\ln(3x^2 - 7x)}$ ;

5. а)  $y = \operatorname{arctg} 3x \cdot e^{\sin x}$ ; б)  $y = \frac{\sqrt{3 - 2x^2}}{\operatorname{tg} 2x - x^2}$ ; в)  $\begin{cases} x(t) = 2^{\sin t} - \frac{4}{t^2}, \\ y(t) = (2t^4 - 5)^{\frac{1}{2}}. \end{cases}$

г)  $y = \left(\ln x - \frac{2}{x}\right)^{\cos^2 x}$ ; д)  $e^{x+2y} + 3y^3 = \sqrt{\cos x}$ ; е)  $\begin{cases} x(t) = \arcsin \frac{t}{3} + 5, \\ y(t) = 8 \cos^3 t. \end{cases}$

6. а)  $y = e^{\sin x} \cdot \arcsin 8x$ ; б)  $y = \frac{\sqrt{5 - 3x^2}}{3x^2 - \operatorname{ctg} 4x}$ ; в)  $y = 4^{\operatorname{arctg}(1x^2 + 2)}$ ;

r)  $y = (3 + \cos 5x)^{\arcsin x}$ ;    n)  $\ln(3y^2 - \sqrt{x}) + 4^t = 12y$ ;    e)  $\begin{cases} x(t) = 7 \ln t^2 + 2t, \\ y(t) = 5 \operatorname{tg} t - 3t^2. \end{cases}$

7. a)  $y = \ln 7x \cdot e^{\arcsin x}$ ;    б)  $y = \frac{\operatorname{tg} 3x + 9x^2}{\sqrt{4x^2 + 3x}}$ ;    в)  $y = e^{\sqrt{\ln^2 t - 3 \operatorname{ctg} t}}$ ;

r)  $y = \sqrt{e^{4x} - 2x}$ ;    n)  $\arccos \sqrt{y + 2x^2} y^3 = \frac{7}{x^4}$ ;    e)  $\begin{cases} x(t) = 4 \sin^2 t - \frac{4}{t}, \\ y(t) = 6 - 6^{\operatorname{ctg} t}. \end{cases}$

8. a)  $y = 4^{\arcsin x} \operatorname{arctg} 4x$ ;    б)  $y = \frac{\sqrt{2 - 9x^2}}{1 - \arccos 2x}$ ;    в)  $y = \ln \sqrt{\frac{2x+1}{3x+4}}$ ;

r)  $y = (\arccos \sqrt{x})^{\sqrt{x}}$ ;    n)  $\ln \operatorname{tg} y - e^{\arcsin x} = xy$ ;    e)  $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} + \cos 2t, \\ y(t) = \sqrt{\operatorname{ctg} t} - 4. \end{cases}$

9. a)  $y = 5^{\arcsin x} \cdot \operatorname{ctg} 8x$ ;    б)  $y = \frac{\sqrt{7x - x^2}}{3x - \operatorname{tg} 3x}$ ;    в)  $y = \ln(\arccos \sqrt{x^2 - 4})$ ;

r)  $y = (\ln x + 2x)^{x^2}$ ;    n)  $5^{\arcsin \sqrt{x}} - 8xy^3 = \frac{y}{2}$ ;    e)  $\begin{cases} x(t) = 3e^{4t} + 5t^2, \\ y(t) = 4t - \arcsin \sqrt{t}. \end{cases}$

10. a)  $y = \cos 3x \cdot e^{\arcsin x}$ ;    б)  $y = \frac{x^2 + \sin 3x}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$ ;    в)  $y = \ln \sqrt{\frac{7x^2 - 1}{\cos x}}$ ;

r)  $y = (\operatorname{ctg} 4x)^{x^2}$ ;    n)  $e^{\arcsin x} + \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{y^2 x^2}$ ;    e)  $\begin{cases} x(t) = \frac{3}{\operatorname{arctg} t} + 3t^2, \\ y(t) = 5^{\operatorname{ctg} t} - \sqrt{t+1}. \end{cases}$

11. a)  $y = e^{x^2+1} \cdot \arccos 9x$ ;    б)  $y = \frac{\operatorname{arctg} 6x}{\sqrt{1 - 2x + x^2}}$ ;    в)  $y = \ln(\sin 4^{2x-1})$ ;

r)  $y = \left(\frac{x}{4} - \cos x\right)^{\arcsin \sqrt{x}}$ ;    n)  $e^{x^2} - \frac{xy^3}{3} + \ln y = 15x$ ;    e)  $\begin{cases} x(t) = \sin^2 t + 4t^2, \\ y(t) = \frac{1+t^2}{\sqrt{t}}. \end{cases}$

$$12.a) y = 6^{x^2-1} \cdot \operatorname{tg} 2x; \quad 6) y = \frac{2^x - 7x^2}{\sqrt{3x^2+1}}; \quad \text{в) } y = e^{\arcsin \sqrt{x^2+1}};$$

$$r) y = (x^3 + 2^x)^{\sqrt{x^2}}; \quad \text{н) } \sin(xy) + \arcsin \sqrt{x} - 7y; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = e^{\cos t} - 2, \\ y(t) = \sqrt{\cos t}. \end{cases}$$

$$13.a) y = \cos 3x \cdot e^{\arccos x}; \quad 6) y = \frac{\sqrt{1-2x^2}}{3^x - \sin 2x}; \quad \text{в) } y = \ln[\operatorname{arctg}(5-x^2)];$$

$$r) y = (\operatorname{arctg} \sqrt{x})^{\sin 4x}; \quad \text{н) } \ln(\cos y) + 4^{x^2} = e^{2y}; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = (2t^3 - t)^3, \\ y(t) = \ln^2 t + 3t. \end{cases}$$

$$14.a) y = \sin 4x \cdot 4^{4x}; \quad 6) y = \frac{4x^2 - 9x}{2^{2x} - 5x^2}; \quad \text{в) } y = \operatorname{tg}(\ln \sqrt{5x^2 - 4}).$$

$$r) y = (x + \ln x)^{\frac{1}{\sin x}}; \quad \text{н) } 2y\sqrt{x} + 4^{x^2} = \sqrt{e^x}; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = \frac{\sin 2t}{\sqrt{t-2}}, \\ y(t) = \ln(\operatorname{tg} t) + e. \end{cases}$$

$$15.a) y = \sin 4x \cdot 4^{\ln x}; \quad 6) y = \frac{x - \operatorname{arctg} 4x}{\sqrt{-x^2 + 5}}; \quad \text{в) } y = \ln\left(\arcsin \frac{3}{\sqrt{x+1}}\right).$$

$$r) y = (\sin 2x - \pi)^{\sqrt{x}}; \quad \text{н) } \sqrt{x} + \sqrt{y} - 3x^2 y^4 - \ln 2x; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = 3^{\cos t} - t^{-2}, \\ y(t) = \sqrt{\frac{t+1}{t-1}}. \end{cases}$$

$$16.a) y = e^{\arccos x} \cdot \ln 5x; \quad 6) y = \frac{\operatorname{ctg} 2x - \operatorname{tg} 4x}{\sqrt{2x^2 - 8}}; \quad \text{в) } y = \arccos\left(\ln \frac{6x^2 - 1}{4x}\right);$$

$$r) y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{x^2}}; \quad \text{н) } e^{t^2} + \arcsin \frac{x}{3} = \sqrt{3+2y}; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = \ln(\cos 3t) + t^2, \\ y(t) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{t} - 2\right). \end{cases}$$

$$17.a) y = \operatorname{ctg} 3x \cdot 3^{4x}; \quad 6) y = \frac{4^{x-1} + 2x^2}{\sqrt{8-x^2}}; \quad \text{в) } y = 3^{\ln \sqrt{2x^2 - 2x+1}};$$

$$r) y = (3x^4 + \cos x)^{\ln x}; \quad \text{н) } e^{xy} - \operatorname{ctg} x^2 + \frac{y^2}{3} = x; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = 7^{\sin t} + 4t^2, \\ y(t) = \frac{t^2 - 2}{\sqrt{t}}. \end{cases}$$

$$18.a) y = e^{\sin 4x} \cdot \operatorname{arctg} 4x; \quad 6) y = \frac{\sin 3x - \cos 2x}{\sqrt{4x^2 + 5x}}; \quad \text{в) } y = \ln(\sin e^{1-2x});$$

$$r) y = (\sqrt[3]{x^4+1})^{\sin^2 x}; \quad \text{н) } \ln \sqrt{4y+1} - \operatorname{tg} \sqrt{x} - 2; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = \frac{3t^2 + 5}{\sqrt{1-t}}, \\ y(t) = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{t}}. \end{cases}$$

$$19.a) y = \ln(4x+1) \cdot e^{\arccos x}; \quad 6) y = \frac{2^{x-7} + \cos 2x}{\sqrt{1-3x^2}}; \quad \text{в) } y = 4^{\arcsin\left(\frac{2x}{x-1}\right)};$$

$$r) y = (2^{\cos x} - e)^{\sqrt{x}}; \quad \text{н) } e^{\sin x} + \ln^2 y = 12xy + 6; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = \sqrt{\cos 3t} + 5, \\ y(t) = \frac{1-2t^4}{\sqrt{t^2+3}}. \end{cases}$$

$$20.a) y = 2^{\arccos x} \cdot \sin 5x; \quad 6) y = \frac{9x - \operatorname{tg} 4x}{\sqrt{1+7x^3}}; \quad \text{в) } y = \operatorname{tg}\left(\ln \frac{3x^2+4}{\sqrt{x-1}}\right);$$

$$r) y = \left(\sin \frac{x^2}{2}\right)^{\sqrt{te^{-1}}}; \quad \text{н) } \operatorname{arctg} \sqrt{y} + x \ln y - 4y^2; \quad \text{е) } \begin{cases} x(t) = \frac{2t-t^2}{1+t}, \\ y(t) = e^{4t} + \frac{1}{2t}. \end{cases}$$

**Задание 12.** Провести полное исследование и построить графики функций.

1.  $f(x) = xe^{1/x}$

2.  $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$

3.  $f(x) = xe^{0,5(1-x^2)}$

4.  $f(x) = \frac{e^{\ln x}}{x}$

5.  $f(x) = \sqrt[3]{x^3} - 3x$

6.  $f(x) = x - 1,5\sqrt[3]{x^2}$

7.  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

8.  $f(x) = \frac{(1-x)^3}{x^2}$

9.  $f(x) = 1,5\sqrt[3]{x^2} - x$

10.  $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 + 2x^3}$

11.  $f(x) = \frac{3x-1}{x^2}$

12.  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$

13.  $f(x) = e^{1/(2-x)}$

14.  $f(x) = (x^2 + 2)e^{-x^2}$

15.  $f(x) = e^{2x-x^2}$

16.  $f(x) = x^2 e^{1-x^2}$

17.  $f(x) = \frac{x^2}{2x-3}$

18.  $f(x) = \frac{4x}{(x+1)^2}$

19.  $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$

20.  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$

# ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА» 1 КУРС, 1 СЕМЕСТР.

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы, операции над ними. Ранг матрицы.
3. Обратная матрица.
4. Решение систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными (формулы Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса).
5. Теорема Кронекера — Капелли. Решение систем  $n$  линейных уравнений с  $m$  неизвестными.
6. Координаты. Преобразование координат. Деление отрезка в заданном отношении.
7. Геометрические векторы и операции над ними.
8. Умножение векторов.
9. Уравнения прямой на плоскости.
10. Уравнения плоскости.
11. Расстояние от точки до прямой и от точки до плоскости.
12. Уравнения прямой в пространстве.
13. Эллипс, гипербола, парабола.
14. Поверхности второго порядка.
15. Комплексные числа.
16. Последовательность. Предел последовательности и его свойства.
17. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
18. Операции с пределами.
19. Предел монотонной последовательности.
20. Число  $e$ .
21. Лемма о вложенных промежутках.
22. Функции: определение, способы задания, классы функций.
23. Предел функции и его свойства.
24. Первый замечательный предел.
25. Второй замечательный предел.
26. Предел монотонной функции.
27. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентные бесконечно малые.
28. Непрерывные функции, их свойства. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов.
29. Задачи, приводящие к понятию производной. Понятие производной.
30. Производные элементарных функций.
31. Производная обратной функции. Производная сложной функции.
32. Правила вычисления производной.
33. Понятие дифференциала. Связь между дифференцируемостью и существованием производной.

34. Производные и дифференциалы высших порядков.
35. Формула Тейлора.
36. Условие постоянства функции. Условие монотонности функции.
37. Экстремум функции одной переменной. Достаточные условия экстремума.
38. Выпуклые функции. Точки перегиба.
39. Асимптоты.
40. Правила Лопиталю — Бернулли.