МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. Г. Кучеров, О. П. Тужиков, О. О. Тужиков, Г. В. Ханов

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Под общей редакцией проф. В. Г. Кучерова

Допущено Учебно-методическим объединением вузов по университетскому политехническому образованию в качестве учебника для студентов, обучающихся по направлению подготовки специалистов 652800 – Оружие и системы вооружения

РПК
"Политехник"
Волгоград
2004

УДК 621.317.39

Рецензенты

канд. техн. наук чл.-корр. РАРАН генеральный директор
и генеральный конструктор ФГУП "ЦКБ "Титан" *В. А. Шурыгин*,
д-р техн. наук профессор *Ю. П. Трыков*,
д-р техн. наук профессор *А. А. Король*

Основы научных исследований: Учебник для вузов / Под ред. проф. В. Г. Кучерова / ВолгГТУ. - Волгоград, 2004. – 304 с.
ISBN 5-230-04333-4

В учебнике изложены общие понятия научных исследований и методы принятия решений. Приведены методы анализа и моделирования объектов и явлений, рассмотрены основные принципы планирования и обработки результатов экспериментов. Особое внимание уделено анализу данных на персональных ЭВМ. Изложены электрические методы измерений механических, тепловых и химических величин с описанием соответствующих преобразователей. Приведены способы представления научных исследований и освещены особенности научных разработок как товара. Теоретические обоснования сопровождаются решениями типичных задач.

Табл. 61. Ил. 136. Библиогр. 49 назв.

ISBN 5-230-04333-4

ПРЕДИСЛОВИЕ

Качество любого вида продукции, особенно технической, зависит от уровня технологий, используемых для ее создания. Выведение этих технологий на передовые позиции всегда сопровождается анализом существующего, отбрасыванием устаревшего, поиском лучшего. Специалисты, занимающиеся подобным анализом, должны иметь высокую общенаучную и профессиональную подготовку, готовность к самостоятельной творческой работе и знание современных методов анализа.

С этой целью государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования (ГОС ВПО) ряда технических направлений подготовки специалистов предусмотрены такие учебные дисциплины, как "Основы научных исследований", "Методы и средства исследований". Кроме того, вузы используют свое право введения подобных дисциплин в качестве предметов по выбору студентов.

Изданный в 1989 году учебник для студентов технических вузов "Основы научных исследований" под редакцией профессора В. И. Крутова и доцента В. В. Попова стал уже библиографической редкостью, а по ряду разделов, касающихся организации научно-технических исследований, устарел. В связи с этим авторами предпринята попытка создания нового учебника, соответствующего требованиям современных ГОС ВПО.

В учебнике изложены основные положения по организации и проведению современных научных исследований как базы для принятия решений. Форма изложения принята такой, чтобы сведения, почерпнутые из учебника, могли быть применимы для любой специальности технического направления.

Учебник состоит из десяти глав. В первых двух главах рассматриваются общие сведения о науке и научных исследованиях, анализируется связь их с принятием решений. Глава 3 посвящена основным понятиям теории вероятностей и математической статистики.

Ее наличие обусловлено необходимостью сохранения единой терминологии для последующих разделов и желанием авторов дать студентам материал для практических расчетов в одном издании. В главах 4 и 5 рассматриваются методы анализа и моделирования различных объектов и явлений. Глава 6 посвящена планированию экспериментов и методам их обработки без применения ЭВМ для усвоения сущности получаемых результатов. Обработке результатов с применением ЭВМ посвящена глава 7. Методы измерений и знакомство с некоторыми преобразователями механических, тепловых и химических величин в электрические, приводятся в главе 8. Глава 9 посвящена формам представления научных исследований, а глава 10 – особенностям интеллектуальной собственности в качестве товара.

Изложение теоретических положений в учебнике сопровождается большим количеством примеров с их решениями, что позволит использовать учебник не только для лекционных, но и для практических занятий.

В написании учебника приняли участие профессора Волгоградского государственного технического университета О. И. Тужиков (глава 1), В. Г. Кучеров (главы 2 – 6, 8, 9), Г. В. Ханов (глава 7), О. О. Тужиков (глава 10).

Авторы выражают глубокую признательность Нине Владимировне Бабушкиной и Наталье Викторовне Федотовой за огромный черновой труд при создании учебника

1. НАУКА И НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ СОВРЕМЕННОГО НАУЧНОГО ТРУДА

Существует несколько видов определения понятия науки, учитывающих тот факт, что в основе ее лежит один из самых сложных видов человеческой деятельности – познавательная деятельность ученых [1]:

наука есть исторически развивающаяся система установления достоверных, логически непротиворечивых знаний о законах природы, общества и мышления;

наука – это исторически сложившаяся и непрерывно развивающаяся логическая система знаний человека об окружающей его действительности, истинность которой проверяется и доказывается общественной практикой;

наука – машина по выработке новых знаний;

наука – особая форма деятельности людей.

Джон Бернал считает, что дать краткое точное определение науки невозможно, и говорит: "Науку можно рассматривать: 1) как институт; 2) как метод; 3) как накопление традиций знаний; 4) как важный факт поддержания и развития производства; 5) как один из наиболее сильных факторов, формирующих убеждения и отношения к миру и человеку".

Анализ познавательной деятельности людей в науке с целью раскрытия ее значимости и структуры требует рассмотрения следующих категорий: процесс познания, его строение (структура) и социальные функции; наука как особая форма познания; цель познавательной деятельности в науке; научное исследование, его составные части.

В процессе труда выделяют три составные части: трудовую деятельность, орудия труда, предметы труда – тела, включающиеся в процесс труда и подвергаемые обработке. Труд рассматривается как две системы взаимодействия: взаимодействие человека с орудиями труда, а через них – с предметами труда. Взаимодействие человека с орудиями труда требует деятельности человеческого сознания. Человек до начала трудовых действий имеет в сознании образ того предмета, который он хочет получить, то есть человек до начала труда должен иметь план своих действий – чем сложнее орудие труда, тем необходимее наличие плана действий.

Важной предпосылкой трудовой деятельности является наличие знаний об используемых предметах (приборах, оборудовании, химикатах) и о видах трудовых действий.

Процесс познания является сложной системой, состоящей из подсистем: познавательная деятельность людей; средства познания; объекты (предметы) познания; результаты познавательной деятельности (знания, схемы, рассуждения и действия).

При этом процесс познания исторически претерпевает глубокие изменения, переходя от стихийно-эмпирического знания в форму науки.

Стихийно-эмпирическое познание складывалось в процессе труда, так как специальные средства познания отсутствуют. Предметом познания являются орудия и предметы труда. Знания при этом существуют в виде разнообразных трудовых рецептов. Достоверность знаний, их точность зависит от характера приемов передачи информации и языковых средств, используемых для ее выражения.

Для научного познания характерен ряд признаков:

научная деятельность осуществляется специально подготовленными людьми, основная задача которых заключается в проведении научного исследования, такая деятельность является профессиональной;

в науке создаются специальные средства познания - приборы, установки, стенды и т. д., создается математический аппарат для оценки и сопоставления полученных результатов, разрабатываются правила построения определений, гипотез, выводов.

Материальные средства в этом случае создаются с целью изучения предметов или явлений природы. Использование материальных средств науки (приборов) позволяет искусственно изменить условия поведения объектов, их характеристики и т. д. с целью обеспечения более глубокого и детального изучения тех или иных характеристик исследуемых объектов.

Наука разрабатывает теоретический способ изучения объекта, что обусловливает процедуру принятия и обоснования исходных утверждений, определяющих организацию систематических целенаправленных действий, ведущих к познанию конкретной истины относительно изучаемого объекта. Для современной науки важнейшим фактором является широчайшее использование математических средств описания полученных результатов, которые являются важнейшим показателем уровня и глубины исследования.

Под псевдонауками философия обозначает разработку и распространение таких доктрин, как теология, астрология, графология, спиритизм и т. д. Живучесть их связана со сходством организации их деятельности с наукой. Это сходство иногда является причиной объявления псевдонауками новых научных направлений, как это было с теорией относительности, кибернетикой и др. Этот факт объясняется тем, что новые направления на начальной стадии не всегда имеют сформированные признаки развитых наук, что в науке приходится решать и такие проблемы, как: установление критериев, определяющих статус той или иной научной дисциплины, потенциальные возможности новых направлений, гипотез или теорий; выяснение различий между научными и спекулятивными рассуждениями.

Умение утверждать или опровергать те или иные факты является важным показателем теоретико-методологической подготовки ученых. В науке люди не только реализуют свои цели; одновременно создаются предметы, объекты, которые становятся составной частью крупных систем – так создаются структуры научных направлений.

История формирования структуры научного исследования – это история уточнения различных видов задач, обеспечивающих получение необходимых результатов.

1.1. СОСТАВНЫЕ ЧАСТИ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Наука становится все дороже. Реализацию шуточной формулировки "Наука – это удовлетворение любопытства ученого за счет государства" не может позволить сегодня ни одно даже богатое современное государство. Социальная задача современной науки состоит в выполнении заказов на проведение конкретных исследований с целью получения планируемых результатов. Среди таких задач могут быть: разработка новых источников энергии, совершенствование сельскохозяйственного производства, решения экологических проблем, освоение космоса, разработка новых лекарств, проблемы военно-промышленного комплекса и т. д.

Выбор научного направления исследований имеет как внутринаучное, так и социальное обоснование. Это связано с необходимостью учета не только решаемых проблем, но и с необходимостью развития самой науки, необходимостью создания теоретических и экспериментальных заделов, необходимостью проведения поисковых заделов, развития новых направлений. Без этого гармоничное развитие науки, выполнение ею социальной функции первопроходца технического прогресса невозможно.

Осмысление социальной функции науки, целей научного исследования зависит и от философского, теоретического понимания сущности и целей науки. В этом важную роль играет тщательное логико-методологическое изучение получаемых в науке результатов, под которыми понимается установление или проверка факта, формулирование закона или теории, гипотезы, экспериментальная проверка гипотезы, разработка конструкции изделия и т. д.

Наличие цели является предпосылкой любого вида деятельности. Глубокое осмысление целей и результатов деятельности является необходимой составляющей целенаправленной деятельности человека. Абсолютизация, ошибочное толкование конкретных результатов может приводить к неправильному пониманию отдельных принципов, теорий, гипотез.

Социальная функция науки реализуется через цели познавательной деятельности как отдельных ученых, так и коллективов. Причем в отдельном исследовании она реализуется частично, более полно ее реализация осуществляется как результат конкретной комплексной научной программы.

Каким же образом в науке обосновывается необходимость проведения поиска в том или ином направлении, как появляется цель исследования?

Предполагается, что исследователь умеет: анализировать массивы исходных данных; разрабатывать и совершенствовать научное оборудование, необходимое для проведения исследования; разрабатывать новые и переосмысливать старые идеи, гипотезы; систематизировать и анализировать результаты научного эксперимента.

Каждое конкретное действие ученого является одной из составляющих единой системы, носящей название "научное исследование". Системный характер научного исследования имеет ряд причин, обусловливаемых свойством человеческого сознания, используемыми предпосылками, законами логики, правилами используемого языка.

Научное исследование является особым, специфическим видом логического рассуждения, обусловленного осмыслением результатов конкретного эксперимента, обладающего логической последовательностью, непротиворечивостью, системностью и т. д. Факты здесь рассматриваются как интерпретируемая часть рассуждений ученого. Логическая подготовленность ученого способствует повышению эффективности научно-исследовательского труда, исключает возможность эклектического соединения различных познавательных действий, произвольного необоснованного выбора обоснований, доводов.

С современной точки зрения наука как система состоит из следующих элементов [44]:

научная проблема;

выдвижение и разработка гипотез, объясняющих проблему, способствующих ее решению;

обоснованный выбор предмета исследования;

исходный познавательный массив данных;

методы познания.

Такая система должна соответствовать ряду требований.

1. В науке невозможно обеспечить решение проблемы, достижение цели, используя только одну из составляющих приведенного перечня элементов – необходим весь познавательный цикл.

2. Каждую составляющую структуры научного исследования невозможно описать набором одних и тех же терминов, параметров.

3. Выделенные элементы могут быть представлены в виде системы взаимосвязанных между собой задач, решение которых обеспечивает решение проблемы в целом.

1.1.1. Научная проблема

С чего начинать исследование, как его организовать, каким образом контролировать? Предмет исследования - объект, который мог быть известен или неизвестен ранее. Выявление такого предмета – главная составная часть научного исследования, которая формулируется как с использованием старых, так и с использованием новых идей. Наибольший эффект обычно достигается на основе новых идей. Осмысление, формирование научной проблемы является существенной предпосылкой для последующей оптимизации научно-исследовательской деятельности.

На подготовительном этапе формулирования проблемы обычно используются теоретические предположения, гипотезы, возникающие на основе интуиции ученого, его собственных знаний. Любознательность ученого, его интересы, пристрастия стимулируют эффективность и успех разработки.

Но определяющее влияние на выбор проблемы оказывают социально-исторические задачи, к решению которых привлекается наука, проблемные ситуации, складывающиеся в ходе развития самой науки, в результате открытия принципиально новых фактов, как это было, например, после обнаружения явления радиоактивности.

Проблемная ситуация возникает и тогда, когда не удается преодолеть расхождения между фактами и принципами, теориями, законами, привлекаемыми для их объяснения. Эта ситуация сложилась на рубеже XIX – XX веков при исследовании различных видов излучения. В то время интенсивно изучались явления, связанные с излучением нагретых тел (тепловое излучение, излучение инфракрасных лучей, света). При этом исходили из положений классической механики, термодинамики и других классических представлений. Излучение и поглощение рассматривались как непрерывные процессы. Однако эксперимент этого не подтвердил, а расчетно-теоретические данные теплового равновесия между излучающими и нагретыми телами приводили к противоречивым выводам, так как энергия излучения при этом должна быть бесконечной, а тепловое равновесие не может установиться. Возникли новые для того времени проблемы физики. Какова природа процессов излучения и поглощения энергии? Каковы законы, регулирующие эти процессы? Как связаны между собой вещество и энергия? Эти проблемы и стимулировали массу эмпирических и теоретических исследований, характерных для современного естествознания.

Критерии формулирования научных проблем до настоящего времени не оформились. Однако сложились некоторые требования, играющие важнейшую роль в осмыслении проблем:

1. Объектом научной проблемы должны быть реальные предметные области, в науке не может быть беспредметной проблемы, беспредметной гипотезы.

2. Научная проблема должна содержать такие этапы и фрагменты, которые могут быть поняты на нынешнем уровне знаний, которые могут рассматриваться как частный случай. Задача ученого сформулировать существенный вопрос, объединяющий все другие. Умение делать это характеризует возможности ученого, его научный уровень.

3. Формулировка научной проблемы должна находиться в единстве с другими частями процесса научного познания. Догадки, интуиция ученого не могут складываться вне остальных элементов научного исследования. Отсутствие или интуитивное понимание проблемы может свести решение проблемы к решению частностей, к обобщению информации на субъективной основе и, в конечном итоге, к ошибочным выводам. Нечетко сформулированная проблема чаще всего приводит к ненужной трате времени, финансов, человеческих усилий. Надуманными смотрятся разграничения прикладных и фундаментальных исследований. Разница в тех и других имеет временной характер: одни осваиваются быстрее, реализация в практике результатов других исследований наступает через более продолжительное время.

4. Разрешимость проблемы – один из существенных признаков. Однако это понятие субъективное, оно должно быть связанным с современным состоянием науки, техники, общества в целом. Чем слож-

нее проблема, тем более факторов необходимо учитывать при ее решении, планировании

В современных условиях нет методов поиска проблем, нет алгоритмов их решения. Все зависит от компетенции и таланта ученого, организующего работу коллектива по конкретному направлению, от усилий всего коллектива.

Существуют проблемы, решение которых может обеспечить прогресс в ряде смежных и даже далеких областей. К ним относятся проблемы: социальных и природных объектов; совершенствования средств познания; развития самой науки (система производства знания требует своего осмысления, самостоятельного изучения), а также возникающие в связи с освоением людьми новых знаний, новых технологий.

Проблемными направлениями, например, в области современной химии и химической технологии являются следующие:

глубокое овладение сущностью типовых процессов химической технологии, сущностью химических реакций, процессами сорбции, десорбции, фильтрации и т. д.;

характеристика технологических процессов, проводимых в конкретной аппаратуре;

химические системы, включающие в себя характеристику, описание процесса, аппаратов, средств контроля, управления.

1.1.2. Роль гипотез в научном исследовании

Ф. Энгельс отмечал: "В физике и химии находишься среди гипотез, словно в центре пчелиного роя". Он же отмечал, что гипотеза является условием прогресса наук, формой развития естествознания.

После накопления конкретного эмпирического материала (результатов конкретных исследований) подходит время систематизации, обобщения, осмысления результатов эмпирических и теоретических исследований, конструктивных решений. И здесь начинают выдвигаться гипотезы, соображения, догадки, увязывающие воедино собранный материал.

Существуют различные подходы к определению роли гипотезы в науке:

гипотеза помогает осмыслить результат исследований;

гипотеза – определенная форма научного знания и в этом плане она является частью системы "гипотеза – закон – теория". При этом важно знать, в какой степени гипотеза отражает объективную истину;

гипотеза - необходимый элемент системы "научное исследование"

Руководитель исследований научной проблемы, формулируя гипотезу, опирается на собственный опыт и знания. При этом одни руководители умеют замечать новое, неожиданное в полученных результатах, другие – больше внимания уделяют решению возникших трудностей, третьи – остерегаются предвзятого отношения к выдвигаемым ими гипотезам. Самое опасное, неприятное в науке – желание некоторых так называемых ученых – подвести аномально протекающие факты под свои гипотезы. В работе с гипотезами нежелательны как неуверенность, так и излишняя самоуверенность, способная привести к ложным выводам.

Требования, предъявляемые к гипотезам:

1) гипотеза формулируется по отношению к какой-либо предметной области, она не может быть гипотезой ни о чем. Базой для гипотезы являются факты, которые могут получать объяснение на основе выдвигаемой гипотезы. Например, гипотеза М. Кюри-Склодовской, Э. Резерфорда и Ф. Содди о том, что радиоактивность является особым свойством атома, обосновывалась следующими фактами: излучение происходит в присутствии и в отсутствии света; на радиоактивность не действуют такие силы и явления, как давление, температура, электрические силы, химические реакции и т. д.;

2) гипотеза формулируется таким образом, чтобы можно было рассуждать об объекте, не обращаясь к эмпирическому материалу. Наличие новых теоретических обобщений и положений является необходимым условием плодотворной гипотезы. Так, Д. К. Максвеллом были введены понятия "поле", "напряженность поля", "структура поля". М. Планк внес понятие "квант действия", "дискретный характер изменения энергии излучения" и т. д. Гипотеза, кроме того, должна способствовать логическому построению выводов в области исследований, давать возможность использования математического аппарата;

3) гипотеза плодотворна в том случае, если она предоставляет исследователю такие же возможности, какие он получает от использования законов и теорий, уже известных науке;

4) гипотеза, будучи инструментом построения новых выводов, должна ориентировать исследователя на применение эмпирических методов познания. В ходе эксперимента исследователь выделяет конкретные характеристики объекта, с которыми согласуются его логические рассуждения.

Знание требований, предъявляемых к формулируемой гипотезе, помогает не только плодотворному решению проблем и сокращению усилий, но и сопоставлению гипотез, их оценке, способствует отбрасыванию спекулятивных гипотез.

При выдвижении гипотез, связанных с перестройкой системы существующих знаний, иногда может сложиться мнение, что решение проблемы найдено. Однако не редки случаи, когда решение просто отодвигается и при том в сторону, недопустимую для проверки эксперимента.

Спекулятивные гипотезы, в отличие от продуктивных, не ориентируют на изучение фактов. На их основе невозможно получить проверяемые экспериментом результаты. Так, например, Аристотель утверждал, что планеты движутся по кругам, потому что круг является единственной совершенной фигурой; Птолемей – что планеты движутся с постоянной скоростью по кругу, так как круг является самой совершенной фигурой – в отличие от объяснения Ньютона, исходившего из действия гравитационных сил, то есть с учетом массы планет, расстояния между ними и Солнцем и т. д. Конкретный механизм действия гравитационных сил неизвестен до настоящего времени (нет приборов, фиксирующих действие сил), однако эта гипотеза Ньютона до настоящего времени играет важную роль.

Существуют научные предположения, которые в условиях конкретного периода времени не могут быть проверены экспериментально, а по мере совершенствования техники эксперимента такая возможность появляется. В таких случаях среди ученых могут возникать острые споры, дискуссии, все это имело место в истории развития науки.

Иногда одни и те же выводы могут быть получены исходя из разных альтернативных гипотез. Критический анализ таких гипотез связан с решением сложнейших задач, требует значительных усилий на эмпирическую проверку. В таких случаях необходимо принимать во внимание роль навыков у экспериментатора, методов теоретического и логического анализов. Здесь важно выбрать наиболее продуктивную гипотезу.

Наличие альтернативных гипотез обеспечивает прогресс науки, так как позволяет избегать предвзятости в истолковании фактов.

1.1.3. Выбор предмета исследований

Формирование и обоснование проблемы, разработка гипотез – это начальные этапы работы по подготовке процесса получения интересующих результатов в выбранной области. Здесь важно из группы объектов выбрать наиболее типичный, который бы моделировал свойства всей группы. Иногда бывает этого достаточно, в некоторых случаях необходимо создание специальных установок, стендов. В ряде случаев для облегчения исследований, снижения трудоемкости эксперимента прибегают к идеализированным моделям. В химии при исследовании, например, реакционной способности функциональных полимеров, прибегают к использованию низкомолекулярных продуктов, обладающих тем же набором функциональных групп. Чем сложнее изучаемая область, тем дороже обходятся обществу исследования и потому тем ответственнее необходимо относиться к объекту исследования.

Каким же требованиям должен удовлетворять выбранный объект, предмет исследования?

1. Предмет исследования не должен быть комбинацией выражений, составленных из формулировки гипотезы. Он должен быть самостоятельным, допускающим критический анализ гипотезы.

2. Предмет исследования должен быть таким, чтобы в нем задавались исходные условия эмпирического и теоретического исследования. Чем больше имеется возможностей для анализа, тем меньше неопределенности, больше конкретности в разработке способов получения экспериментальных данных.

3. Выбор предмета исследований должен исходить из учета возможности проведения экспериментальных исследований и теоретических обобщений и наоборот - перехода от теоретических обобщений к экспериментальным, эмпирическим исследованиям

4 Результаты, полученные на конкретных предметах исследования, должны иметь возможность переноситься на весь класс объектов, ту или иную предметную область.

Объектами науки обычно являются различные формы движения (небесных тел, атомов, молекул в химических реакциях), события, человеческая деятельность и ее продукты и т. д.

Для правильной оценки и возможности сопоставления результатов, полученных в разных группах исследователей, необходимы единые теоретические и логические подходы.

1.1.4. Постановка исходных задач

Наука базируется на двух способах познания – *эмпирическом* и *теоретическом*, каждый из которых в свою очередь состоит из совокупности конкретных видов задач. В условиях коллективного труда ученых разных профилей каждый из них решает свою конкретную задачу. Знания, полученные при решении этих задач, имеют различный характер, по-разному проверяются и используются, что требует разграничения и познавательных задач. Различают эмпирические и теоретические познавательные задачи.

К *эмпирическим познавательным задачам* относят:

классификацию, установление фактов, их количественных характеристик, экспериментально наблюдаемых зависимостей;

изучение условий и среды действия зависимостей, сформированных в виде закона или принципа;

разработку способов описания фактов;

экспериментальную проверку законов, гипотез;

установление реальности существования тех или иных объектов.

Такие задачи опираются на результаты практической деятельности исследователя, которая требует от них энергии, навыков, терпения. На эксперименты иногда уходят годы, но обнаружение новых фактов ведет к открытию новых объектов, развитию науки. Так, открытие лучей Рентгена, электричества, радиоактивности положило начало переходу от классической физики к современной квантовой.

К *теоретическим познавательным задачам* относят решение таких сложных проблем, как:

формулировка сущности открытых зависимостей в виде законов, принципов;

построение теорий, выдвижение гипотез;

определение следствий из сформулированных теорий, гипотез;

разработка направлений поиска, составление программы исследований.

Основные требования для понимания и решения теоретических задач сводятся к следующим:

теоретическое исследование должно быть направленным на конкретные обьекты – не может быть беспредметного изучения;

так как в материальном мире существует зависимость одних объектов от характеристик других, то задачей исследователя является установление этой связи, ее объяснение – так называемая детерминистская концепция;

согласование теоретических познавательных задачи с эмпирическими; поиск таких следствий и гипотез, которые могут быть экспериментально проверены;

использование совокупности ранее полученных человечеством знаний, существующих в виде законов, теорий, описания фактов и т. д. для теоретических обобщений на основе нового экспериментального материала.

1.2. ЛИЧНОСТЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЯ

1.2.1. Общие характеристики научных работников

Любознательность. Один из важнейших критериев, определяющих стремление людей заниматься научной деятельностью, может быть вскрыт ответом претендента на вопрос: "Почему вы хотите заниматься научной деятельностью?". Каковы же мотивы научной деятельности могут быть у претендентов?

Различают внешние и внутренние мотивы, которые в зависимости от времени, конъюнктуры могут меняться. Обычно внешними мотивами является стремление к самоутверждению, славе, вознаграждению. Внутренние мотивы связаны с самим процессом творчества, потребностью человека к самовыражению Характерным признаком, отличающим человека от всего живого, является жажда знаний, любознательность. Одной из важнейших потребностей человека является потребность в творческой деятельности. В зависимости от конкретного индивида эта потребность реализуется в различной сфере с учетом его склонностей, стремлений, но всегда этот важнейший признак человеческой деятельности присутствует

Трудолюбие. Обычно научная работа на 99 % состоит из неудач, и лишь в незначительной части успешное творчество связано с "вдохновением". Если молодой человек ограничивается 6–7-часовым рабочим днем, а не 12–15-часовым, все его устремления обречены на неудачу в избранной области научной деятельности, так как в этом случае у него просто нет времени и возможности читать литературу, слушать лекции, посещать научные конференции и т. д. Залогом успешной деятельности в науке является напряженная работа. Время, занимаемое ею, может распределяться по-разному: на рабочем месте – напряженный, продуманный, спланированный эксперимент, дома (3 – 4 часа) – анализ, обработка полученных результатов, чтение дополнительной литературы, составление плана исследований на следующий день Труд ученого не регламентируется, и протекает он не по законам рабочего времени, а по законам свободного времени. Часто решение проблем находится как раз в нерабочее время. Трудолюбие будущего ученого должно сочетаться с целеустремленностью – умением формулировать, ставить и решать значимые для общества проблемы. Успех такой деятельности в значительной степени зависит от правильной организации труда, правильного распределения времени.

Знания. Научному работнику важно знать, что в области его исследования уже сделано, открыто – он должен быть широко эрудированным человеком в этой области. Однако можно быть эрудитом в одной или нескольких областях и одновременно – творчески бесплодным.

Научному работнику нужна хорошая память, но в некоторых случаях она тоже может быть помехой. Такой классической формой проявления памяти, как помехи в деле, является скептицизм, который обычно основывается на апелляции к имеющимся знаниям. Поэтому в научных коллективах важно сочетание оптимального соотношения работников старого и нового поколения, молодых специалистов, неотягощенных массивами знаний, и опытных знающих кадров. Для успешной научной деятельности наиболее благоприятно сочетание наличия творческих способностей и трудолюбия без высокой эрудиции (многознания). Большинство открытий мирового уровня принадлежит такой категории ученых При этом трудолюбие должно быть направленным на интенсивное проведение исследований, чтение и анализ специальной литературы в избранной области, составление конспектов просмотренной литературы, запись собственных идей, возникающих при чтении литературы, отчетов, описаний изобретений и т. д., анализ собственных результатов и сопоставление их с результатами других исследователей в коллективе.

Личная инициатива. Она определяет "горение" исследователя, направленное на постановку эксперимента, анализ его результатов. Эффективность труда ученого зависит от его умения видеть, обнаружить новые факты, новые результаты, от его умения сформулировать новые подходы. Для молодого будущего ученого важно уметь преодолеть рамки идей, сформулированных руководителем или почерпнутых из литературы. Однако вместе с тем инициатива должна быть продуктивной, целеустремленной, направленной на решение конкретных проблем. В противном случае, инициатива может приводить к шатанию, неверию в свои силы.

Важнейшим качеством творческой личности является способность критически воспринимать и анализировать результаты собственных исследований. При этом критическое восприятие собственных результатов должно вытекать не как субъективное качество ученого, а как результат диалектического понимания относительности всяких знаний о явлениях природы и т. д.

Воображение – творческое осмысление впечатлений, наблюдений, информации и формирование на их основе новых подходов, гипотез, формулировок, обогащающих ценными идеями и, как следствие, принципиально новыми результатами. Близка по смыслу к воображению фантазия, которая нужна не только поэтам, писателям-фантастам, но даже в большей степени ученым. Всем известен ряд фактов, когда фантазии писателей через некоторое время становились результатами реального труда ученых.

Интуиция ученого возможна там, где есть запас знаний, запас опыта. Внезапные озарения, вспышки, догадки возможны лишь как результат напряженного, систематического творческого процесса.

Таким образом, многообразие личных качеств исследователя может быть сведено к трем важнейшим видам: творческие способности, эрудиция, трудолюбие. Однако французскими науковедами было установлено, что всеми тремя качествами обладают лишь 12 % ученых, способных же эрудированных, но малоактивных – 7 %, способных, активных, но малоэрудированных – 3 %, эрудированных, но нетворческих – 16 %, способных, малоэрудированных и неактивных – 3 %, использующих чужую эрудицию – 9 %, не имеющих творческих способностей и эрудиции, а лишь старательных и добросовестных – 50 %.

1.2.2. Основные требования к научным работникам

Язык. Начинающий ученый должен уметь излагать свои собственные мысли, результаты исследований, уметь пользоваться специальной терминологией.

Манера поведения. Трудно ожидать "артиста" от начинающего ученого, но умение ясно и четко выражаться, скромно держаться, говорить по существу, не теряться – необходимые качества ученого. Общение с коллегами на конференциях, симпозиумах, обмен результатами исследований, личные выступления на лекциях постепенно формируют эти качества. Конечно, требуется чаще выступать перед аудиторией, тщательно готовиться к выступлениям, детально продумывать их, а лучше всего излагать письменно.

Скромность – важное качество ученого. Поэтому не следует прибегать к разного рода ухищрениям, чтобы добиться признания своего приоритета, личного успеха. При решении современных сложных проблем в коллективах работает большое количество научных работников, участвует несколько коллективов. При этом наука иногда становится ареной соперничества, борьбы честолюбия как побудителей творческой деятельности. В то же время противоречия между коллективами, отдельными личностями, стремление присвоить результаты труда коллег известны. Они порождают ряд проблем социального и морального порядка. Такие проблемы порождают несовместимость членов коллектива, снижают эффективность научного труда, создают конфликтные ситуации.

Мужество в отстаивании идеи. Обычно новые научные идеи, полученные аналитическим путем сопоставления известных фактов, легко утверждаются в науке.

Совсем по-другому складывается обстановка в ученом мире при высказывании совершенно новых на данный момент недоказуемых идей, гипотез. Почти всегда, как показывает исторический опыт, наступает драматический момент, связанный с тем, что автор новой идеи, гипотезы оказывается в оппозиции к своим коллегам – ведь прав только он, а все неправы. И это обстоятельство, по сути, является двигателем научного прогресса. Если бы истину устанавливали голосованием, наука бы прекратила свое существование, так как любая новая идея рубилась бы на корню.

Критика новых идей строится по традиционному стереотипу: основная посылка ни из чего не следует (обычно действительно экспериментального задела здесь нет); автор слишком молод и не располагает солидным опытом и вообще этого "не может быть потому, что не может быть никогда".

На следующем этапе, когда уже начали подтверждаться идеи, гипотезы, когда стали объяснимыми ранее не связанные необъяснимые явления, теория становится слишком явной, слишком очевидной и начинают говорить, что идея не нова и, по сути, принадлежит всем. Историк химии Т. В. Быков справедливо отмечал: "К новой идее относятся сначала как к чепухе, затем как к чему-то, что было известно или в чем нет ничего особенного, и только после этого она получает признание и входит в науку. Такая ситуация типична для теоретической химии".

Так, чепухой в свое время объявлялась теория электролитической диссоциации С. А. Аррениуса, начала стереохимии Я. Х. Вант-Гоффа, биохимическая теория Л. Пастера, а также гипотезы А. Авогадро.

В жизни этих ученых были моменты, когда они в одиночку противостояли всем. В такое время таланта уже мало, требуется и выдающееся мужество, тактическое мастерство, чтобы выдержать неравный бой. И выдерживали его не все: не сумел донести до сознания современников смысл своей гипотезы А. Авогадро – только спустя много лет это сделал С. Канниццаро.

Ю. Либих поучал Ш. Ф. Жерара: "Вы разрушите Ваше будущее и ... и приведете в раздражение всех, если Вы будете создавать теории". Когда в 1840 году Ю. Либих выпустил книгу "Органическая химия в применении к земледелию и физиологии", где впервые высказывалась идея о необходимости применения минеральных удобрений, в его адрес посылались оскорбительные письма, газетные публикации, карикатуры. "Самая бесстыдная книга из всех, которые когда-либо попадали мне в руки ..., совершенно бессмысленная книга" - таковы отзывы коллег.

Бывали и поражения. Первую попытку составить периодическую систему элементов предпринял не Д. И. Менделеев, а английский химик Джон Ньюлендс (1866). При всем несовершенстве предложенная система содержала рациональное зерно, которое следовало бы развивать.

Однако на заседании Лондонского химического общества, где Д. Ньюлендс ее изложил, его подняли на смех и он бросил только что начатое, и как потом оказалось, правое дело. Критика иногда доходила и до дуэлей. Так за свои математические идеи лишился части носа математик Тихон Браге. Жестоко критиковали Иоганна Тиле за его идею о "парциальных" валентностях в ароматических соединениях. Теория подтверждена современными квантово-химическими расчетами, но И. Тиле от нее отрекся и занялся накоплением фактов. В одном из своих стихотворений он писал:

"Остаются только факты, что трудом большим добыты.
Факт живет, когда давно уж все гипотезы забыты".

Но и этому давались оценки. Так. Д. И. Менделеев говорил: "факт сам по себе ничего не значит. Важна интерпретация."; А. М. Бутлеров: "факты без теории – не наука".

Дж. Томсон, экспериментально обнаруживший и охарактеризовавший электрон, считал: "Из всех услуг, которые могут быть оказаны науке, введение новых идей – самая важная".

А. М. Бутлеров почти всю жизнь отбивал ожесточенные нападки на свою структурную теорию строения органических веществ. Многие видные ученые не признавали ее. считая слишком очевидной, а с другой стороны, ее считали несостоятельной в самой основе Яростным противником был и русский химик Н. А. Меншуткин, не признавали ее А. В. Г. Кольбе, П. Э. М. Бертло и даже Д. И. Менделеев. Борьба за приоритет А. М Бутлерова в создании теории химического строения продолжалась и после его смерти вплоть до пятидесятых годов XX века (а сформулирована в 1861 году). Окончательно приоритет А. М. Бутлерова после неоднократных исторических исследований был закреплен в 1971 году работами английского химика К. Рассела.

А. В. Г. Кольбе в адрес молодого Я. Х. Вант-Гоффа в связи с его идеями классической стереохимии сказал: "Натурфилософия... снова выпущена псевдоестествоиспытателями из клетки, предназначенной для хранения отбросов человеческого ума".

Открытие новых элементов и тем более лжеэлементов также сопровождались спорами, дискуссиями. Не раз вновь открытым элементам присваивались имена "первооткрывателей", а затем приходилось закрывать открытия.

1.2.3. Проблемы этики в современной науке

Что такое этика в науке? В чем сущность этого понятия?

В результате интенсивного развития производства и науки в конце XX столетия человечество стало перед лицом ряда проблем. опыты решения которых могут определить дальнейшую судьбу человечества и цивилизации в целом. Решение этих проблем должно быть безошибочным. Экологические кризисы, опустошительные войны прошлого губительно сказались на судьбах отдельных народов, но развитие человечества продолжалось. В нынешних условиях такая перспектива исключена. Единственный подход к эффективному решению создавшихся проблем – мобилизация всех сил, всей мощи науки на их решение.

Наука обеспечила невиданный рост производительности труда, но она же и создала беспрецедентные проблемы. Как в недалеком прошлом восхвалялся научно-технический прогресс, так сегодня безоглядно отрицается гуманистическая направленность науки.

Бытует убеждение, что цели науки и общества в целом разделены и находятся в противоречии, что этические нормы современной науки противоположны социально-этическим и гуманистическим нормам, что научный поиск вышел из-под морального контроля, а сократовский постулат "знание и добродетель неразрывны" списан в архив.

В подтверждение этому приводятся такие факты: нравственна ли наука, когда ее достижения используются для создания чудовищных средств массового уничтожения, а в это время множество людей умирает от голода. Чем глубже человек проникает в тайны природы (то есть чем он честнее как ученый и человек), тем страшнее могут быть результаты его исследований. На современном этапе вопрос о том, в каких целях будут использоваться итоги работ ученых, становится одним из актуальнейших.

Сегодня наука и техника могут обеспечить процветание человечества и каждой личности, и они же могут быть обращены против него самого. Примером тому может быть чернобыльская катастрофа, катастрофы на нефтепроводах и газопроводах, на транспорте.

Социология науки сегодня под этикой науки понимает *принципы*, которыми руководствуется ученый в своей познавательной деятельности и поведении внутри научного общества, и во взаимодействии с обществом в целом.

Особенно актуально изучение этики биологических, медицинских исследований, технологии вооружений и т. д.

Этика науки развивается в теснейшем контакте с методологией, историей, социологией и другими сферами науковедения. Проблемная область этики науки, как мы видим, уже сложилась и продолжает складываться. Интерес к этическим проблемам увеличивается постоянно. До середины XX века проблемы этики не были предметом изучения. Этические вопросы и оценки касались науки в целом и поэтому они не оказывали прямого влияния на конкретного исследователя, на формирование его научных интересов.

Еще Сократ учил, что человек поступает дурно лишь по неведению и что, познав, в чем состоит добродетель, он всегда будет стремиться к ней, то есть знание признавалось как условие, необходимое для добродетельной жизни. В последующем подход к оценке знаний менялся.

В наше время на социально-этические проблемы науки смотрят с точки зрения внутренней и внешней этики науки.

Внутренняя этика науки не может дать ученым надежный компас, ориентирующий исследователя в мире неизвестного. М. Борн отмечал, что если с личной точки зрения занятие наукой дало ему удовлетворение и радость, то в реальной науке и ее этике произошли изменения, которые делают невозможным сохранение старого идеала служения знанию: "Мы были убеждены, что достижения не смогут обернуться злом, поскольку поиск истины есть добро само по себе. Это был сон, из которого нас пробудили мировые события, связанные с созданием и применением атомного оружия".

Социальная ответственность ученых послужила импульсом развернувшемуся в 60-х годах экологическому движению. Ученые обратили внимание общественности на серьезность ситуации, угрожающей будущему человечества. Движение начато физиками и стало общенаучным. Проблемы развития генной инженерии, пересадки органов человека, развития эмбриона свидетельствуют о том, что этические проблемы науки становятся все более конкретными, а этическое самосознание ученых выступает как одна из ее характеристик.

В этом плане интересны дискуссии, прогнозы и опасения, связанные с бурным развитием кибернетики и вычислительной техники, широким внедрением роботов и компьютеров, ставящие в ряде случаев неожиданные вопросы о свободе и суверенности личности, демократических общественных институтов. Возникновение кибернетики обусловлено эвристическим использованием аналогии "человек – машина". В основу конструирования современных поколений ЭВМ положены физиологические механизмы умственной деятельности человека, что, в конечном счете, привело к созданию "искусственного интеллекта", являющегося современной базой новейших открытий и создания на их основе новейших технологий, новых отраслей типа биоэнергетики, ведущих к созданию новых человекомыслящих систем.

Каковы последствия от этих успехов для самого человека? Полагают, что общество превратится в информационное, в котором будут решены основные проблемы и противоречия, раздирающие сегодня мир. Полагают, что для ликвидации отрицательных последствий новых технологий должно одновременно сформироваться новое общество, которое должно существовать в социальном плане не по традиционным законам классового общества, а с учетом адаптации тех или иных групп людей к новой технологии. Такая адаптация должна происходить в международном масштабе не на государственном уровне, а на уровне совместной деятельности научных обществ.

Соприкосновение человека и новых технологий предполагает поднятие его культурного уровня, творческих сил, гармонического развития. При этом должна будет создаваться новая шкала ценностей, исходящая из нового понимания смысла человеческой жизни и оценки всего, включая новейшие технологии и оборудование в соответствии с тем, что человек, его собственное развитие – это мера всех вещей, это самоцель истории.

При этом естественно будут возникать проблемы, связанные с пониманием и способностью реализовывать возможности новых технологий, не утрачивая при этом смысла человеческой жизни.

Велики перспективы использования ЭВМ средствами массовой информации (медиа). В связи с этим уже сейчас они характеризуются как способные произвести глубокие изменения в человеческой природе. Медиа и их технологии рассматриваются как физическая овеществленная реальность культуры, а идеология – как украшение, официальный мундир, в который рядится медиа. Обсуждается возможность под влиянием медиа изменять человеческую физиологию, с использованием возможностей микроэлектроники и биотехнологии, в частности, генной инженерии возрождаются идеи о фабрикуемом человеке (Homo sapientissimus) и о биокиборге (Machine sapiens).

Тесная работа человека с компьютером требует от него нового уровня образования. Компьютер как "деликатная" машина требует отказа человека от ряда привычек, таких как курение, алкоголь. Стоит вопрос даже о создании новой области философии, так называемой компьютерной философии, компьютерной этики.

В содержание понятия "компьютерная этика" входят вопросы преступлений, осуществляемых с использованием компьютеров, вопросы сохранения личных свобод и ответственности ученых за разработки с применением ЭВМ, проблемы политической слежки с использованием баз данных на ЭВМ.

Факты наличия этических проблем в областях различных наук свидетельствуют о быстром развитии самой науки, ее возрастающей и многогранной роли в жизни человеческого общества. В соответствии с этим общество, находящееся на более высоком уровне развития, подходит к науке с иными нравственно-этическими критериями, чем общество, находящееся на более низкой стадии. Прогресс науки расширяет и диапазон проблемных ситуаций, которые не могли возникнуть ранее. Так, в настоящее время остро встал вопрос об определении момента смерти донора в связи с успехом медиков по пересадке сердца и других органов.

В США после ряда случаев отключения с согласия родителей жизнеподдерживающих устройств от обреченных детей этим вопросом занялась комиссия по изучению этических проблем медицины, биомедицины и поведенческих исследований. Решено, что пациентов, находящихся в постоянном коматозном состоянии нельзя считать мертвыми и что смерть – это необратимое прекращение кровообращения или дыхания, либо необратимое прекращение функций мозга.

В связи с развитием исследований на человеческом эмбрионе остро встал вопрос о том, с какого момента эмбрионального или постэмбрионального развития развивающееся существо можно назвать ребенком. Возникает вопрос, является эмбрион чем-то самостоятельным или это часть организма матери. Во Франции закон признает за зачатым ребенком некоторые права. Однако не решен вопрос, с какого момента эмбрион становится субъектом права. В соответствии с требованием французского национального консультативного комитета по этике в науках о жизни и здравоохранении запрещено использование эмбрионов в коммерческих или промышленных целях, а также для постановки экспериментов.

Известно, что мощные мировые империи разваливались тогда, когда падал дух народа. Сегодня бездуховные люди, вооруженные самой современной техникой, в том числе и Интернетом, могут стать не опорой, а опасностью для устойчивости государства. Известны случаи, когда силовые структуры, армия, служба безопасности являлись источником нарушения прав человека в обществе. Духовные, порядочные люди – это самые высокие ценности России. Важно чтобы Интернет – высшее достижение человеческого разума – не был бы использован против общества и его устоев. Тот факт, что в Интернете и современных суперкомпьютерах заложены идеи совершенствования души человека, его духовности, приоритета добра и любви перед злом заставляет задуматься о возможности информационных Хиросим и Чернобылей. Требуется как можно быстрее определить границы использования ЭВМ, телевидения и Интернета, не допустить подчинения ими сознания всего человечества

По сути дела, с целью обеспечения безопасности речь идет о возвращении человечества к идее Бога-Творца, в заповедях которого имеются противоядия от опасностей технократизма.

Кампания, подобная кампании "ядерная зима", приводит к подписанию международного соглашения о запрете ядерных вооружений, необходима и в связи с глобальным развитием Интернета, так как он несет нравственно экологическую зиму, где информационно-технологический аспект выходит на первый план.

Развивающиеся компьютерные технологии усиливают полноту ощущения межличностного контакта – в течение нескольких секунд можно поставить вопрос собеседнику, находящемуся на другой стороне земного шара и тут же получить от него ответ. Возникает ощущение единения душ, однако духовного единения при этом нет.

В этих условиях интернетная этика, нравственность исследователя, ученого должна поддерживаться на все более высоком уровне.

В противном случае эпидемии рукотворных аварий из-за низкой технической и человеческой культуры операторов, их психической неустойчивости могут превратить общество в вооруженные сверхтехникой толпы животных, которыми дирижируют террористы.

Эффективным средством противостояния этой сети суперЭВМ должны стать библиотеки, школы, университеты. Однако в связи с тем, что и библиотеки стремительно вливаются в сеть Интернета, нужно думать о какой-то цензуре электронной информации, так как в Интернет может вводиться и вредная, даже опасная информация. Нужны некие этические кодексы, вводимые в образовательные информационные, воспитательные программы. Нужны некие приоритеты для нравственно-экологических, образовательных и воспитательных программ. В этом плане книги незаменимы, телевидение и электронные средства – только помощники. Поэтому книга всегда будет в моде и важно не потерять интереса к книге.

Душа человека должна трудиться. Если общество теряет смысл жизни, оно превращается в толпу, способную разрушить все достижения цивилизации. Так это было в 1918 и в 1991 гг., когда в России шло разграбление культурных и материальных ценностей.

А как ведут себя фанаты спорта и рок-концертов, крушащие все на своем пути?! Откуда они берутся? Сомнительная псевдокультура, вероятно, навязывается им ритмами современной музыки, подстегивающей низменные инстинкты. Нужно отметить, что и в этом случае Интернет помогает невероятно быстро на всю планету разносить такую культуру.

Задачей высококультурного человека является подъем духа людей, их веры в высокий смысл жизни, который для членов технократического общества часто замыкается на чисто материальных благах, определяемых доходами и комфортом. Духовная жизнь за последнее столетие потеряла престижность, чему способствовало интенсивное развитие науки, которая в конце концов развенчала церковь, а вместе с ней и идею Бога-Творца, нравственной ответственности перед Ним.

Мода на синтетическую компьютерную культуру, как и на другие вещи, имеет свой срок жизни. Она пришла и уйдет. А духовная культура в людях будет продолжаться. Иначе человечеству грозит отупение. И поэтому человеку современного общества важно определить свое отношение к идее Бога-Творца, свое отношение к вере. К глубоким размышлениям приводят выдержки из книги Ш. М. Матахари "Человек и вера".

"Наука дает нам просвещение и силу, а вера – любовь, надежду и теплоту; наука придает скорость, а вера указывает цель; наука есть возможность, в то время как вера определяет правильное желание; наука показывает то, что в действительности есть, тогда как вера вдохновляет на то, что должно быть сделано; наука – это внешняя революция, а вера – революция внутренняя, наука превращает окружающий мир в мир человека, а вера придает душе человечность; наука развивает человеческое бытие в горизонтальном направлении, а вера – в вертикальном; наука создает природу, а вера – человека. И наука, и вера придают человеку силы, но сила науки дробна и дисперсна, тогда как сила веры непрерывна. И в науке, и в вере есть красота, но наука – это красота разума, а вера – это красота чувств. Наука дает внешнюю безопасность, а вера – внутреннюю. Наука защищает от болезней, наводнений, землетрясений и штормов, а вера – от волнений, одиночества, чувства неприкаянности и бессмысленности существования. Наука примиряет человека с миром, а вера приспосабливает его к самому себе".

"В наше время в основном стало понятно, что сайентизм (опора только на науку и чисто научное воспитание) не может создать совершенного человека. Такое воспитание создает только половину человека. В его результате получается человеческий полуфабрикат, а не готовый продукт. Такой человек обладает силой и мощью, но не совершенством и добродетелью, он одномерен, а не многогранен. В наше время всем уже стало понятно, что эпоха чистой науки прошла и что обществу угрожает вакуум идеалов. Некоторые пытаются заполнить этот вакуум чистой философией, другие обратились к литературе, искусству и гуманитарным наукам".

"...существующий вакуум, прежде всего, лежит в сфере идеалов, целей и стремлений, доходя до абсурда..., но любая духовность, даже та, которая не выходит за рамки фантазии, может дать выход из положения...; увлечение историей, искусством, эстетикой, поэзией и музыкой может заполнить пустоту, корни которой во взыскующей идеалов сущности человека и в его совершенстве, ищущем положенного ему".

"Очевидно, что наука не может занять место веры, которая дает не только просвещение и силу, но и любовь и надежду, повышает уровень наших желаний, не только помогает нам достичь своих целей, но и освобождает нас от тех целей и устремлений, которые, в силу природных инстинктов, находятся в сфере индивидуализма и эгоизма. Вместо этого вера дает нам такие идеалы, которые основаны на любви и духовной привязанности. Вера – это еще и инструмент, с помощью которого мы можем изменить свою сущность. С другой стороны, и вера не может заменить науку и дать нам возможность понять природу, ее законы, а также нас самих".

"Исторический опыт свидетельствует, что отделение науки от веры принесло с собой невосполнимые потери. Веру следует познавать в свете науки, ибо только тогда она освобождается от предрассудков и суеверий. Когда наука отделяется от нее, вера окаменевает, застывает и превращается в слепой фанатизм. В этом случае она просто крутится по собственной оси, никуда не продвигаясь. Там, где нет знания, вера невежественных, хотя и набожных, людей становится орудием в руках хитроумных лицемеров...

Но и наука без веры подобна лезвию в руках пьяного, светильнику в руках полуночного вора, который помогает ему лучше выбрать, чтобы своровать. Поэтому нынешний сведущий, но не верующий человек, с точки зрения сущности и природы своих поступков, ничем не отличается от вчерашнего невежественного и несведущего человека..."

И здесь уместно напомнить, что такие гении России, как Л. Толстой, И. Павлов, А. Пушкин были людьми верующими.

В заключение можно отметить, что этика науки не ставит своей целью выработку предписаний на все случаи жизни. Ее главной задачей следует считать четкую постановку этических проблем и противоречий, возникающих в связи с научной деятельностью.

2. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ

2.1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КАК СОСТАВНАЯ ЧАСТЬ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Научно-техническая революция создает основу для значительного повышения производительности труда и предполагает переход от экстенсивных к интенсивным методам производства. Повышение эффективности производства с целью наиболее полного удовлетворения потребностей населения – важнейшая стратегическая задача экономики любого государства. В связи с этим существенно возрастает необходимость рационального использования в науке и технике производительных сил и средств производства. Особенностью современного этапа развития НТР является ее ускорение, переход от научного открытия к практическому использованию осуществляется все быстрее. Так, например, для фотографии он составил более ста лет, для телефона – более пятидесяти лет, для радиолокатора – пятнадцать лет, для транзисторов – пять лет. Таким образом, в современных условиях, когда уменьшается время на изучение особенностей новых технических решений, объективно увеличивается опасность ошибок и просчетов в реализации научных открытий для практического использования. При принятии решений как по глобальным хозяйственным, так и по частным техническим вопросам требуется учитывать современные особенности приемлемых альтернатив:

необходимость учета возможно большего числа влияющих на решение задачи факторов, рассмотрения явления со всех сторон;

дальнейшее развитие науки и техники сопровождается повышением требований к глубине проникновения в сущность исследуемого явления;

увеличение сложности и точности применяемой в исследованиях аппаратуры и оборудования приводит к тому, что во многих областях техники современные эксперименты становятся исключительно дорогостоящими;

наука на современном этапе является производительной силой общества и проникает во все отрасли экономики развитых государств, а производительность самого научного труда зависит от применения соответствующих методов и средств

Принятие решений – основа любой целенаправленной деятельности. Как подчеркнуто в [2], "оптимальные (эффективные) решения позволяют достигать цели при минимальных затратах трудовых, материальных и сырьевых ресурсов". Для принятия решения необходимо прогнозировать будущие события.

С необходимостью решения задач прогнозирования человек столкнулся с самого начала своего существования И постепенно сама жизнь совершенствовала способность человека к предвидению будущих событий.

Особое впечатление оставляют блестящие военные операции, проведенные известными полководцами, планы которых основывались на точном предвидении поведения противника в той или иной ситуации. Примером может служить Куликовская битва 1380 года между русским войском во главе с великим князем владимирским и московским Дмитрием Ивановичем, получившим после этой битвы почетное прозвище Донской, и войском Золотой Орды под командованием темника Мамая. Исходя из обычной тактики врага – вести бой на окружение – руководство русского войска создало глубокий боевой порядок на местности, исключающей возможность охвата с флангов. С левого фланга скрытно был расположен сильный засадный полк, именно его удар с фланга и даже с тыла поставил прорвавшуюся вперед татаро-монгольскую конницу в состояние окруженного войска и решил окончательный исход боя. Как видно, русские князья оказались прилежными учениками своих угнетателей, изучили их тактику и успешно использовали ее против войска Мамая, сумев, тем самым, предвидеть ход всего сражения.

Однако в современных условиях интуитивные прогнозы не всегда точны и страдают субъективизмом. Так, известный английский астроном Д. Вулли, консультант правительства по проблемам космоса, в 1956 году заявил, что "космические полеты – совершеннейшая чепуха". И это было сказано всего за пять лет до полета Ю. А. Гагарина! К разряду таких "прогнозов" относится высказывание Н. С. Хрущева в 1959 году об артиллерии как о "пещерной технике", что привело к временному закрытию в СССР артиллерийских конструкторских бюро, к ликвидации в гражданских вузах специальностей по подготовке инженеров-конструкторов. Дальнейшее развитие техники все равно заставило возродить разрушенное, но это уже потребовало дополнительных сил и материальных средств.

Сложность проблемы прогнозирования, как отмечает Ю. В. Чуев [3], в наличии неопределенностей, сопровождающих прогнозируемый процесс в прошлом, настоящем и будущем. Устранить эти неопределенности полностью невозможно, а вот максимально уменьшить их - одна из основных задач прогнозирования

Объективной основой научного прогнозирования является наличие закономерностей в развитии природы и общества. Познавая эти закономерности, человек использует их для удовлетворения своих потребностей, для развития техники. При этом следует учитывать, как замечает А. И. Половинкин [4], сложные прямые и обратные связи техники с неживой и живой природой, с человеком и обществом

Однако только знать, что закономерности развития природы, общества и техники объективно существуют, недостаточно. Их необходимо познать для успешного прогнозирования явлении. Только познанные законы вооружают человека, позволяют ему установить контроль над рассматриваемым явлением, рационально использовать силы природы.

Важнейшими условиями научного прогнозирования являются конкретность и вероятностный характер Эти две противоречивые характеристики позволяют более объективно рассматривать изучаемый процесс. Конкретизация вопроса позволяет более глубоко проникнуть в суть процесса или явления И очень часто конкретно и правильно поставленный вопрос содержит уже значительную часть своего решения. Вместе с тем принципиально нельзя абсолютно точно предугадать будущую ситуацию. Наличие субъективных факторов, действующих наряду с объективными законами, приводит к ярко выраженному вероятностному характеру научного прогнозирования.

Жизнь и развитие природы включают в себя и медленную эволюцию, и быстрые скачки, перерывы и постепенности. Следовательно, проблема прогнозирования скачкообразных изменений в развитии исследуемого процесса является одной из самых главных. Во избежание грубых ошибок в прогнозировании его необходимо разрабатывать так, чтобы была предусмотрена возможность определения как характеристик эволюционного развития, так и параметров возможных скачкообразных изменений.

В настоящее время разработано более ста сорока методов прогнозирования. Уровень их разработки по научной обоснованности и реальной применимости весьма различен На практике их, конечно, применяют далеко не все. Рассмотрим их укрупненно, сведя в три основных класса, как предложено Г. М Добровым [5]: методы экстраполяции, методы экспертизы и методы моделирования

Прогнозирование на основе экстраполяций базируется на переносе событий и состояний, имевших место в недалеком прошлом, на будущее. При этом предполагают, что сохраняется относительная стабильность тенденций развития прогнозируемого процесса. Для описания тенденций чаще всего используют статистически обработанные количественные характеристики процессов, хотя могут использоваться и описания на естественном языке. Полагая, что полученная тем или иным способом зависимость $y=f(t)$ характеризует интересующий исследователя процесс, можно подставлять в нее величину t и принять получившуюся величину y за прогноз на данное время t.

Точность экстраполяционных прогнозов зависит от выбранных пределов экстраполяции и от стабильности используемых характеристик процессов. В связи с этим прогнозирование экстраполяционными методами целесообразно применять при относительно небольшом пределе экстраполирования, при краткосрочном прогнозировании (пять-семь лет) и в тех областях науки и техники, где не предвидятся существенные скачкообразные изменения, где можно ограничиться прогнозированием эволюционных ситуаций и процессов, медленно изменяющихся во времени. В целях повышения точности прогнозирования, особенно для оценки изменения обобщенных характеристик функционирования технических средств (КПД, удельная мощность, коэффициент использования металла и т. п.), часто используют данные о развитии другого класса машин, опережающих в своем совершенствовании прогнозируемые. Например, для оценки развития гражданской авиации (транспортных машин и пр.) в качестве аналога можно принимать развитие военной авиации (транспортных машин и пр.) и вносить в указанную выше зависимость $y=f(t)$ соответствующие коррективы.

Следует отметить, что если под функцией y понимается какой-либо конструктивный параметр или отдельный узел машины, то прогнозировать его изменение можно только с учетом комплексного взаимодействия всех конструктивных параметров (отдельных узлов).

В большинстве случаев целесообразно рассматривать экстраполяцию не как самоцель, а как начало анализа тенденций развития. Такой подход не приведет к фетишизации полученных характеристик процессов, к излишнему наукообразию. При этом надо помнить, что используемые в методах экстраполяции статистические связи величин еще не доказывают существования причинных связей между ними.

Методы экспертных оценок состоят в том, что группе специалистов (экспертов) ставится ряд вопросов, касающихся развития данного явления или процесса. Суждение о прогнозе получается после соответствующей обработки ответов экспертов. Существует довольно-таки большое количество методов экспертиз, отличающихся организацией опроса экспертов и обработки результатов (метод Делфи, Цвикки, мозговой атаки и др.) Особое внимание уделяется привлечению компетентных специалистов, для чего применяется оценка качества экспертов. Важной задачей является также определение согласованности мнений экспертов. Многие процедуры организации и обработки экспертиз в настоящее время выполняются на ЭВМ, что позволяет в кратчайшее время на основе вновь поступающей научно-технической информации обеспечить относительно объективную и автоматическую переоценку сформулированных ранее гипотез.

Методы экспертных оценок в последние годы бурно развиваются, с их помощью успешно решаются многие задачи прогнозирования. При этом, конечно, не следует забывать объективно существующие некоторые недостатки этих методов. Например, возможность необъективности экспертов, возможность ошибочности их мнений (так, Г. Р. Герц считал практически бесполезным обнаружение им электромагнитных волн; Э. Резерфорд в 1938 году утверждал, что время практического использования атомной энергии наступит лишь в XXI веке).

Одним из вариантов применения методов экспертных оценок является использование их для решения задач по отсеиванию малозначащих факторов. Более подробно об этом будет рассказано в главе 4.

Методы моделирования основаны на целесообразном абстрагировании процессов развития событий в будущем. К таким методам относятся логические модели, информационные и математические модели, аналогии, игры и т. д.

Моделирование – наиболее общий метод прогнозирования. Оно является специфическим методом познания и основывается на принципе материального единства мира и наличии в живой и неживой природе общих диалектических законов развития, на признании всеобщей связи и взаимообусловленности явлений. Каждая модель рассматривается в качестве специфической формы отражения действительности. Конечно, формы отражения имеют различную степень сложности. Так, в логико-математических моделях соответствие их своему оригиналу носит более сложных характер, чем в моделях вещественных.

Термин "модель" в современной науке применяется в самых различных смыслах [6]. Так, говоря только о математических моделях, В. В. Налимов [7] группирует их следующим образом:

эскизные модели, заданные дифференциальными уравнениями;

программные модели для расчета на ЭВМ, имитирующие деятельность человека при решении некоторых интеллектуальных задач (интегрирование функций, игра в шахматы и др.);

комбинированные модели для выработки решений в сложных ситуациях при неполном знании, включающие в себя статистические исследования и представления в дифференциальной форме;

полиномиальные модели, связывающие входы в систему и выходные параметры, при этом почти ничего не известно о механизме явлений, протекающих в системе.

В самом общем смысле слова моделью называется специально созданная форма объекта для воспроизведения некоторых характеристик подлинного объекта, подлежащего познанию (по С. И. Архангельскому [8]). Модель как инструмент исследования должна отражать признаки, связи и отношения объектов в простой и наглядной форме, удобной для анализа. Поскольку модель строится для решения конкретной задачи исследования, то в зависимости от этой задачи существенными могут оказаться в одном случае одни стороны объекта, а другом случае – другие, хотя рассматриваться может один и тот же объект. Представление модели лишь как взгляда на объект с некоторых, но не всех сторон – одно из условий построения модели. Попытки создания универсальных моделей, учитывающих все возможные связи и стороны изучаемого объекта, приводят к неоправданному усложнению моделей.

Так как модель должна отображать интересующие исследователя в данной задаче факты, явления и т. д., то при моделировании существенное значение принимают всевозможные отвлечения и идеализации. Процесс научного моделирования требует установления между оригиналом и моделью некоторых определенных отношений. Основу таких отношений, особенно для решения технических задач, дает теория подобия, позволяющая сравнивать и сопоставлять объекты и модели, выражаемые в самой разнообразной форме.

Изучая функционирование построенных моделей, полученные данные переносят на объект исследования, помня при этом, что перенос осуществим и правомочен лишь в определенных границах. Таким образом, моделирование является методом опосредованного познания при помощи естественных и искусственных систем, которые способны в определенных отношениях замещать изучаемый объект и давать о нем новые сведения на основе проведенных экспериментов, расчетов и логического анализа.

Как видно, все рассмотренные методы прогнозирования предполагают проведение научных исследований или до прогнозирования (в методах экстраполяции и экспертных оценок) или в процессе прогнозирования (в методах моделирования). Следовательно, научные исследования являются главной базой для принятия решений, особенно на современном этапе. Научно-техническое развитие народного хозяйства невозможно без кардинального обновления организационно-экономического управления наукой. Отсюда вытекает особое значение изучения основ научных исследований как для будущих конструкторов и исследователей, так и для технологов и мастеров производства, ибо всем им в своей трудовой деятельности придется принимать те или иные решения.

2.2. ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Принятие решения – это процесс, в результате которого из ограниченного числа предварительно отобранных вариантов руководитель или лицо, принимающее решение (ЛПР), выбирает один, по его мнению, наилучший вариант. Возможны, конечно, случаи, когда ЛПР одобряет предложенный специалистами единственный вариант. Риск неправильно принятого решения существует, поэтому одна из задач специалистов – свести его к минимуму.

Для объективной оценки сравниваемых вариантов необходим системный подход к решению любой задачи. Широкое распространение системного подхода в последние годы определяется, как показано в [9], фокусированием познания на раскрытии существования и развития различного рода систем, а также такими особенностями развития техники, которые вызывают повышение связанности социальной и производственной деятельности.

2.2.1. Понятие системы

Одним из наиболее общих определений понятия "системы" является следующее [10]: "система – упорядоченная совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих элементов, образующих единое функциональное целое, предназначенное для решения определенных задач (достижения определенных целей)". Следовательно, системой может быть назван весьма широкий круг объектов (стол, система телевещания, автомобиль, колонна автомобилей и т. д.).

Как указано в [9], система должна иметь, по меньшей мере, следующие свойства.

Целостность и делимость. Первичным свойством является признак целостности, то есть система рассматривается как единое целое, состоящее из взаимодействующих частей. Вместе с тем в системе могут быть выделены составляющие ее элементы, являющиеся, в свою очередь, целостными объектами.

Связи. Между элементами системы существуют устойчивые связи, превосходящие по мощности связи этих элементов с элементами, не входящими в данную систему. Именно связи выделяют систему в виде целостного образования из окружающей среды. Под связью обычно понимают канал, по которому обеспечивается обмен между элементами веществом, энергией или информацией, при этом данный обмен не изменяет физической природы каждого из входящих в систему элементов. Связи характеризуются направленностью, мощностью, ролью в системе (связи соединительные, усиливающие, ограничивающие и т. п.). Частным случаем связей являются отношения (связи в абстрактной форме); они могут быть сильными ($>$ или $<$) или слабыми ($\geq$ или $\leq$).

Примером системы с информационной связью может являться студенческая группа, которую в период ее становления на первом курсе объединяет практически только одна информационная связь расписание занятий.

Организация. При объединении элементов в систему на них накладываются определенные связи, уменьшается неопределенность их поведения. В связи с этим говорят, что наличие определенной организации уменьшает энтропию (степень неопределенности) системы по сравнению с энтропией всех факторов, определяющих возможность создания системы. К таким системообразующим факторам относят число элементов, число значимых для системы свойств элементов, число возможных существенных связей элементов, число значимых для системы свойств связей, число квантов пространства и времени, в которых могут быть элементы, связи и их свойства.

Данную модель можно записать в виде неравенства:

$$H(S) < H(F),$$

где $H(S)$ – неопределенность поведения системы;

$H(F)$ – суммарная неопределенность поведения всех элементов системы, при этом F – это число элементов, число их свойств, квантов пространства и времени их существования.

Интегративные качества. Системе присущи некоторые качества, не присущие ее отдельным элементам. Так, если рассматривать кучу песка в виде системы, то ее можно охарактеризовать понятием "сыпучесть", хотя к отдельно взятым песчинкам такое понятие неприменимо. Сходное появление нового свойства присуще также толпе, например, футбольных фанатов, которая обладает повышенной агрессивностью, хотя отдельно взятый индивид этой толпы в других условиях может не иметь такого качества.

2.2.2. Принципы системного подхода

Системный подход в качестве научных исследований основывается на некоторых принципах диалектики, взаимосвязь и развитие, зависимость и независимость, качественное различие части и целого. Являясь частью диалектико-материалистической методологии, системный подход имеет в то же время и свои специфические черты.

Как указано в [9], к таковым можно отнести следующие принципы:

Принцип системности. Системный подход связан с созданием и исследованием объектов как систем, он относится только к системам.

Принцип иерархичности. Каждый объект должен рассматриваться на трех уровнях: изучение самого предмета, изучение предмета в качестве элемента более общей системы, изучение предмета в соотношении с составляющими его элементами.

Принцип интеграции. Системный подход направлен на изучение общих свойств и закономерностей систем и комплексов систем, на раскрытие основных механизмов объединения элементов в целое.

Принцип формализации. Системный подход нацелен на получение количественных характеристик систем, на разработку методов описания, анализа и синтеза систем.

Важнейшим элементом системного подхода является системный анализ. Существуют следующие основные методы системного анализа: эвристическое программирование, методы аналогии, аналитические методы и имитационное моделирование.

Эвристическое программирование основывается на принципах анализа деятельности человека, решающего сложную задачу со значительной степенью неопределенности. Важнейшими в нем являются упомянутые выше различные методы экспертных оценок.

Методы аналогии чаще всего используют бионические аспекты, рассматривая биологические системы в качестве прототипов системотехнических комплексов и используя многовековой опыт живой природы в процессе длительной эволюции. Аналогии могут использоваться при рассмотрении сложных систем по каким-то отдельным характеристикам, сводя их к известным и хорошо изученным процессам (течение идеального газа, диффузионные процессы и т. п.).

Аналитические методы системного анализа весьма разнообразны. Это теория принятия решений, теория графов, метод "черного ящика" и многие другие. Однако они не играют ведущей роли из-за отсутствия в них достаточной всеобщности.

В системном анализе наибольшее значение имеет моделирование, особенно имитационное, под которым понимается как процесс формирования модели на ЭВМ, так и проведение на этой модели экспериментов в целях выявления свойств системы и путей ее создания, совершенствования и использования. Имитационные модели позволяют заменить эксперименты в реальных условиях экспериментами в искусственной среде, наглядно представить невоспроизводимые ранее процессы, обеспечивать стабильность проведения экспериментов. Однако следует помнить о пока еще высокой стоимости имитационного моделирования и о трудности распознавания ложной имитации, что может привести к псевдонаучным выводам.

Структуры моделей и систем, критерии их оценки существенным образом зависят от типа систем и целей создания их моделей. В дальнейшем будем рассматривать только модели технических систем.

2.3. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЕ

Для рассмотрения вопросов качества прогнозирования используем подход, рекомендованный Ю. В. Чуевым и Ю. Б. Михайловым [3], которые полагают, что к процессу прогнозирования можно и нужно относиться как к некоторой системе.

Прогнозирующая система – это система, включающая в себя математические, логические, эвристические элементы и позволяющая на основании имеющейся информации об объекте получить данные о будущем состоянии этого объекта. Полученный прогноз будет или качественным, описывающим общие тенденции и ожидаемый характер изменения объекта исследования, или количественным, характеризующим будущие численные значения прогнозируемых показателей и вероятность достижения этих значений. Количественный прогноз может быть точечным, оценивающим математическое ожидание показателя в заданный момент времени в будущем, или интервальным, характеризующим размер области, в которую с заданной вероятностью попадет значение прогнозируемого показателя. Общая схема прогнозирования показана на рис. 2.1 [3].

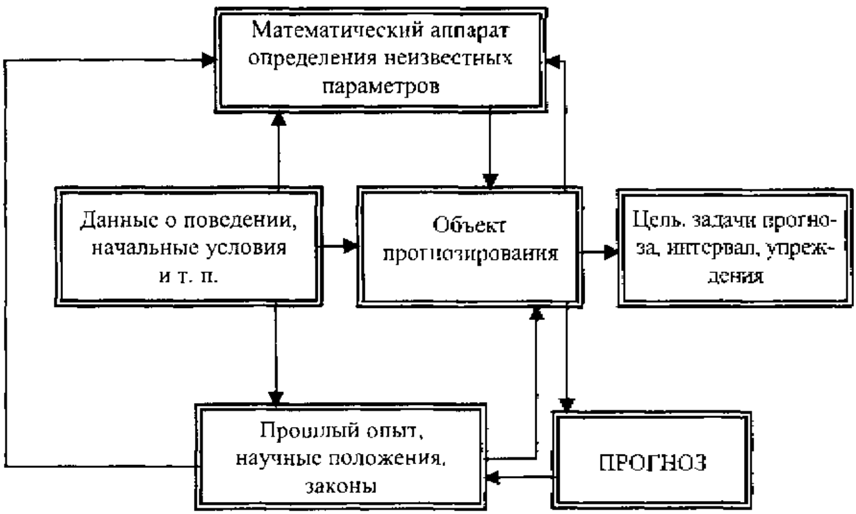


Рис. 2.1. Блок-схема прогнозирующей системы

Прежде всего, необходимо четкое представление о том, что мы хотим получить в результате прогноза. Правильно сформулированные цели и задачи позволят приблизить общее ее решение. В общем случае последовательность действий при прогнозировании выглядит следующим образом:

сбор и анализ информации о поведении объекта исследования в прошлом и настоящем, а также о поведении подобных ему объектов, о научных положениях и законах, описывающих такие объекты;

создание модели объекта прогнозирования на базе распознавания и изучения закономерностей; модель может быть физической, математической, лингвистической и т. п.;

определение неизвестных параметров модели, для чего необходимо выбрать соответствующий математический аппарат;

формулирование прогноза и оценка его точности.

Информация об объекте прогнозирования должна соответствовать целям и задачам прогнозирования и обладать необходимой точностью. По степени полноты ее можно разделить на неполную, полную и избыточную. В принципе это можно представить так, как показано на рис. 2.2.

Конечно, в случае *а* информации для прогноза недостаточно, ибо через одну точку можно провести сколько угодно линий и получить в качестве прогноза самые разные величины $y(t)$. В случае *б* по двум значениям $y(t)$ в прошлом ($t_п$) и в настоящем ($t_н$) времени можно провести только одну прямую и получить единственное значение прогнозируемой величины на интервале упреждения Δt. В случае *в* одно из значений $y(t)$ в прошлом даже лишнее, ибо не меняет положения прямой. Однако такое рассуждение будет ошибочным по двум причинам: функция $y(t)$ не обязательно должна быть линейной; каждое из принятых к анализу значений $y(t)$ при $t_{п1}$, $t_{п2}$, $t_н$ и т. д. на самом деле определяется с некоторой ошибкой (отклонением от точечного значения), поэтому положение функции $y(t)$ даже в случае ее линейности будет определяться при прогнозе в некотором интервале.

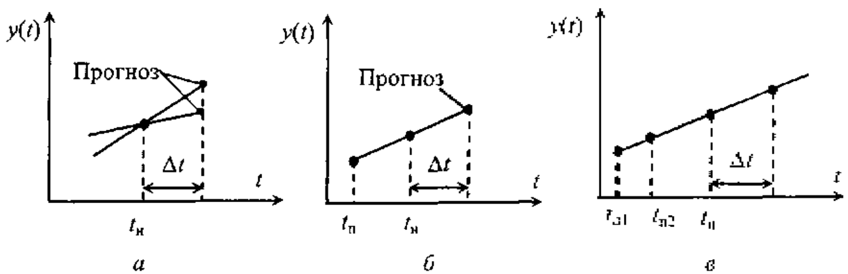


Рис. 2.2. Примеры полноты информации: *а* – неполная, *б* – полная, *в* – избыточная

По виду получаемая информация об исследуемом процессе может быть *непрерывной* и *дискретной*, при этом сами процессы также могут быть непрерывными или дискретными. Примером непрерывной информации о непрерывном процессе может служить осциллографическая запись об изменении давлений в сосуде, о перемещениях деталей в каком-то устройстве и т. д. Дискретной информацией о непрерывном процессе может быть, например, фиксация только максимального давления в сосуде. Конечно, непрерывная информация обладает большей полнотой, ибо по ней можно судить о характере изменения процесса в течение всего наблюдаемого времени, а не только в какие-то фиксированные моменты

Примером дискретных процессов могут быть количество изделий, забракованных приемкой, масса поступивших на обработку отдельных изделий и т. п. Эти процессы характеризуются определенными конечными числами в определенные отрезки времени, поэтому и прогноз дискретных процессов, как правило, получают в виде определенных числовых величин в каких-то заданных отрезках (моментах) времени. Для непрерывных же процессов прогноз должен характеризовать состояние этого процесса в будущем.

Методы сведения информации к виду, удобному для анализа и обработки, основываются на общих положениях теории вероятностей и математической статистики. Основные их понятия изложены в следующей главе.

Главным требованием к прогнозирующей системе является обеспечение точности прогноза. *Точность качественного прогноза* определяется совпадением или несовпадением развития явления или процесса с тем, что прогнозировалось заранее. При этом, естественно, прогноз должен делаться не в категорической форме ("будет - не будет"). Его необходимо связывать с понятием вероятности будущего события. Тогда он будет формулироваться, например, в виде: "в данный интервал времени в будущем прогнозируемое событие может произойти с некоторой вероятностью (достоверностью) P". Чем меньший по времени интервал мы можем предсказать и чем выше предвидится вероятность P, тем точнее используемая нами прогнозирующая система

Количественный прогноз подразумевает формулирование его в виде некоторых численных величин, характеризующих исследуемое событие или процесс, его свойства. Это могут быть бюджет в рублях, скорость в м/с, грузоподъемность транспортных машин в кг и т. п. Точность такого прогноза будет определяться величиной области, в какую с заданной вероятностью попадет прогнозируемая характеристика события или процесса. При этом, конечно, абсолютно точный прогноз невозможен и не нужен для практики. Бессмысленно, например, прогнозировать грузоподъемность будущих самосвалов с точностью до граммов.

Важным требованием к прогнозирующей системе является ее способность к быстрому реагированию на изменения в объекте прогнозирования. Как правило, текущие наблюдения за объектом прогнозирования будут несколько отличаться от предсказанных величин. Это может быть как следствием неточности самой прогнозирующей системы, так и влиянием многочисленных неопределенностей, сопровождающих развитие события или процесса, появлением новых факторов, которые могут начать действовать в процессе этого развития. Прогнозирующая система, особенно при прогнозировании военных событий, должна быстро реагировать на возможные изменения, обеспечивая принятие адекватных решений. В конечном счете, возможность системы к быстрому реагированию повышает ее точность.

В зависимости от вида прогнозирующей системы к ней могут предъявляться специфические требования: быстродействие, малые габариты, простота устройства и т. д.

3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

В данной главе приведены только самые основные понятия теории вероятностей и математической статистики, имеющие непосредственное отношение к проблемам планирования и обработки экспериментов. Более подробно с излагаемыми здесь вопросами можно ознакомиться в работах [11, 12, 13, 14].

3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Основными понятиями в теории вероятностей являются такие, как опыт, событие, частота события, вероятность и т. п. Как показывает Е. С. Вентцель [11], наиболее характерные примеры, раскрывающие суть основных понятий теории вероятностей, можно заимствовать из теории стрельбы, ибо на результаты стрельбы влияет множество различных факторов (ветер, влажность воздуха, масса заряда, масса снаряда и т. п.), что делает ее итоги явно случайными величинами. В связи с этим мы в дальнейшем будем иллюстрировать теоретические вопросы примерами, в основном, из военной техники.

Опыт (или испытание) – это совокупность условий, при которых получен или может быть получен тот или иной результат. Результат опыта принято называть *событием*. Так, например, попадание в мишень или промах – это возможные события конкретного опыта (выстрела из винтовки или другого оружия). В зависимости от того, какие стороны проводимого опыта анализируются, всегда возможно одновременное появление при проведении одного опыта нескольких событий. Так, при одном выстреле могут быть прыжок орудия и недокат ствола, перелет снаряда и его рикошет, попадание в мишень и попадание в "десятку" и т. п.

Появление того или иного события зависит от условий проводимого опыта. Эти условия могут быть такими, что данное событие произойдет обязательно или появление его невозможно. Событие, которое в данных условиях произойдет обязательно, называется *достоверным* Событие, которое в данных условиях произойти не может, называется *невозможным* Примером достоверного события может служить выпадение не более шести очков при одном бросании игральной кости. Появление более шести очков при одном бросании игральной кости - пример невозможного события.

В артиллерийско-стрелковой практике чаще всего приходится иметь дело с такими опытами, при которых рассматриваемое нами событие может быть, а может и не быть. О появлении таких событий говорят обычно, что они возможны. Эти события принято называть *случайными*. Отклонение отдельных условий выстрела от заданных величин (например, отклонение в пределах допуска на изготовление снаряда, заряда и т. п.) приводит к тому, что снаряды и пули попадают не в одну и ту же точку, а распределяются на некоторой площади. Производя достаточно большое число выстрелов при возможно одинаковых условиях, можно обнаружить некоторые закономерности в распределении точек попадания относительно средней точки попадания (центра рассеивания). Так, например, мы можем заметить, что рассеивание снарядов и пуль неравномерно: в центре эллипса рассеивания точки попадания встречаются чаще, чем у его краев. Рассматривая попадание в некоторую единицу площади как случайное (возможное) событие, отмечаем, что степень возможности получения данного события или, как будем говорить в дальнейшем, *вероятность* события зависит от места расположения площади внутри эллипса рассеивания

Для установления закономерностей появления случайных событий используется понятие о *частоте* (частости) события, при этом полагают, что проведена некоторая серия опытов.

Если всего было сделано n опытов, в каждом из которых могло появиться или не появиться событие A, то частотой события A в рассматриваемой серии опытов называется отношение числа m опытов, в которых появилось событие A, к общему числу n проведенных опытов. Таким образом, частоту можно вычислить по формуле:

$$p^*(A) = \frac{m}{n}. \tag{3.1}$$

Как следует из формулы (3.1), частота события может быть выражена любым положительным числом в пределах от 0 до 1 включительно При небольшом числе опытов частота события носит случайный характер и может существенно изменяться при изменении числа опытов

При увеличении числа испытаний частота рассматриваемого события приобретает более устойчивый характер, пределы ее изменения постепенно сужаются, поэтому с достаточной для практики точностью ее можно считать постоянной. Это свойство частоты подтверждается многими опытами. На рис. 3.1 графически показано изменение частоты появления четного числа в таблице случайных чисел, заимствованной из [13] и приведенной в Приложении (табл. 1).

Свойство устойчивости частот является одной из наиболее характерных закономерностей, наблюдаемых в случайных явлениях. Я. Бернулли доказал, что при неограниченном увеличении числа однородных независимых опытов частота события практически сколь угодно мало будет отличаться от вероятности этого события в отдельном опыте.

Вероятность события в условиях опыта характеризует объективно существующую связь между условиями и появлением события. Она может быть вычислена по формуле:

$$P = \frac{m}{n}, \tag{3.2}$$

где n - число всех равновозможных случаев;

m – число случаев, благоприятных для появления интересующего нас события.

Такой статистический способ нахождения вероятности события применим для широкого круга задач науки и техники. В стрелково-

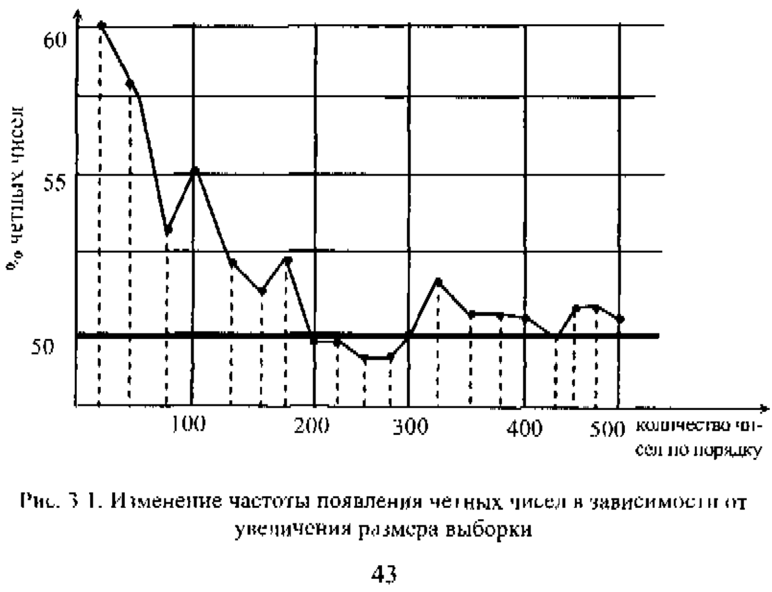


Рис. 3.1. Изменение частоты появления четных чисел в зависимости от увеличения размера выборки

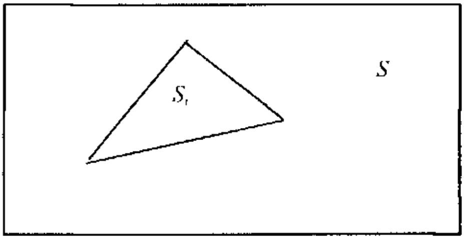


Рис 3 2 Геометрическое определение вероятности

артиллерийской практике часто используется геометрический способ определения вероятности путем сопоставления площадей, что допустимо только в случае равной возможности попадания в любую точку рассматриваемых площадей. При таких условиях вероятность попадания в фигуру площадью S_t (рис. 3.2) будет равна $P=S_t/S$, если S площадь фигуры, включающей в себя также и площадь S_t.

Несмотря на тесную связь и взаимную обусловленность между частотой и вероятностью, существуют определенные различия. Для того, чтобы вычислить вероятность, необходимо знать условия опыта, а производить сам опыт необязательно, ибо вероятность отвечает на вопрос: как часто можно ожидать появление рассматриваемого события. Для определения частоты обязательно проведение испытаний, так как она отвечает на вопрос: как часто происходило данное событие.

Непосредственное определение вероятностей через частоту не всегда приемлемо из-за сложности и дороговизны опытов. В связи с этим чаще пользуются косвенными методами определения вероятностей, которые так или иначе связаны с применением основных теорем теории вероятностей.

Теорема сложения Вероятность появления одного из нескольких несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B). \tag{3.3}$$

Следствием теоремы может служить следующее утверждение: если события A, B,...N образуют полную группу несовместных событий, то сумма их вероятностей равна единице, или

$$P(A)+P(B)+...+P(N)=1. \tag{3.4}$$

Пользуясь этим следствием, можно определить вероятность конкретного несовместного события, если вероятности остальных из ряда единственно возможных или несовместных событий известны. Например, определим вероятность попадания в цель, если вероятность перелета $P_п=0{,}31$, а вероятность недолета $P_н=0{,}42$. Она будет равна:

$$P_{поп}=1-(P_п+P_н)=1-(0{,}31+0{,}42)=0{,}27.$$

Вторым следствием теоремы сложения является утверждение: сумма вероятностей противоположных событий равна единице. Например, промах и попадание в цель – противоположные события. Значит, для них

$$P+q=1, \tag{3.5}$$

где P – вероятность попадания;

q – вероятность промаха.

Теорема умножения

Вероятность появления сложного события, состоящего из нескольких простых зависимых событий, равна произведению этих событий, причем вероятность каждого следующего по порядку события вычисляется при условии, что все предыдущие имели место:

$$P=P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot \ldots \cdot P_n, \tag{3.6}$$

где P – вероятность сложного события;

P_1 – вероятность первого события, входящего в состав сложного;

P_2 – вероятность второго события, вычисленная при условии, что первое событие уже произошло;

P_3 – вероятность третьего события, вычисленная при условии, что первое и второе события уже произошли, и т. д.

Очень часто формулу (3.6) представляют в несколько другом виде:

$$P(A_1A_2\ldots A_n) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1A_2)\ldots P(A_n/A_1A_2\ldots A_n), \tag{3.7}$$

где каждый сомножитель после $P(A_1)$ представляет собой условную вероятность (появление события при условии, что предыдущие уже произошли).

Для независимых событий формулировка упрощается: вероятность появления сложного события, состоящего из нескольких простых независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Формулой (3.6) можно пользоваться и в этом случае, но под величинами P_1, P_2, P_3, ... P_n следует понимать другое: это вероятности простых независимых событий.

Рассмотрим пример с использованием теорем сложения и умножения

П р и м е р. Происходит бой между двумя танками A и B. У танка A в запасе 2 снаряда, у танка B – 1 снаряд. Вероятность попадания при одном выстреле из танка A равна 0,2, из танка B – 0,3. Определить вероятности поражения танков, если сначала стреляет танк A, а потом – танк B (если он не поражен), а затем снова танк A (если он не поражен).

Вероятность попадания танка A (по теореме умножения для зависимых событий) будет:

$$P(A) = (1 - 0{,}2) \cdot 0{,}3 = 0{,}24.$$

Поражение танка B может быть при первом или втором выстреле из танка A. Для первого выстрела $P(B_1) = 0{,}2$.

Для поражения при втором выстреле должно произойти сложное событие (непоражение танка B первым выстрелом, непоражение танка A при ответном выстреле), его вероятность будет:

$$P(B_2) = (1 - 0{,}2)(1 - 0{,}3) \cdot 0{,}2 = 0{,}112.$$

Вероятность поражения танка B:

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2) = 0{,}2 + 0{,}112 = 0{,}312.$$

Вероятность комбинаций и вариантов. В практике часто приходится решать задачи по определению вероятностей сложных событий, состоящих из противоположных событий (надежное и ненадежное изделие, перелет и недолет снаряда, попадание и промах, победа и поражение боксера и т. д.) и составляющих некоторые их комбинации. Комбинацией принято называть определенную совокупность событий независимо от очередности их появления. Комбинации состоят из вариантов (совокупности событий в строго определенной очередности их появления), число которых может быть различным. Для противоположных событий, имеющих вероятности P и q, выражение (3.5) можно записать иначе:

$$(P + q)^N = 1, \tag{3.8}$$

где N – число испытаний.

Пользуясь правилом разложения бинома Ньютона, запишем:

$$(P+q)^N = P^N + NP^{N-1}q + \ldots + \frac{N!}{m!n!}P^m q^n + \ldots + NPq^{N-1} + q^N = 1, \tag{3.9}$$

где m – число появлений одного из двух противоположных событий, вероятность появления которого P;

n – число появлений второго события, вероятность которого q.

В общем члене формулы (3.9) произведение $P^m q^n$ можно рассматривать как вероятность одного варианта, а $\frac{N!}{m!n!}$ – число вариантов в интересующей нас комбинации. Тогда каждый член разложения численно равен вероятности одной из возможных комбинаций.

Если, например, взять партию из десяти деталей, вероятность годности которых $P = 0{,}95$, то вероятность обнаружения в ней двух негодных деталей и восьми годных будет:

$$P = \frac{10!}{8!2!} \cdot 0{,}95^8 \cdot (1 - 0{,}95)^2 \approx 0{,}0746.$$

Формула (3.9) может быть использована для определения вероятности появления какого-то события хотя бы один раз. Например, если вероятность попадания P, а промаха – q, то последний член в (3.9) представляет собой вероятность всех промахов. Значит, вероятность хотя бы одного попадания будет:

$$P_1 = 1 - q^N. \qquad (3.10)$$

3.2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ЗАКОНЫ ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Одним из важнейших основных понятий теории вероятностей является понятие о случайной величине.

Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно. Говоря о значениях случайной величины, мы подчеркиваем тем самым, что они (значения) могут быть получены путем тех или иных измерений. Если ожидаемые результаты измерений можно заранее отделить друг от друга, то соответствующие им случайные величины называются *дискретными* (число попаданий при пяти выстрелах, количество годных деталей в партии из заранее оговоренного их числа и т. п.). В то же время существуют случайные *непрерывные* величины, когда возможные их значения не могут быть перечислены, не отделены друг от друга, заполняют непрерывно некоторый промежуток (дальность полета снаряда, ошибка взвешивания тела на весах и т. п.).

При рассмотрении любой дискретной случайной величины можно установить связь между конкретным ее значением и частотой появления этого значения (в пределе частота событий будет равна вероятности событий). Всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями называется *законом распределения* этой величины.

Простейшей формой задания закона распределения является таблица с приведенными в ней возможными значениями случайной величины x_i и соответствующими им вероятностями (ряд распределения). Пример такого ряда распределения приведен в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Табличное распределение

x_i	2	4	6	8	10
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	1

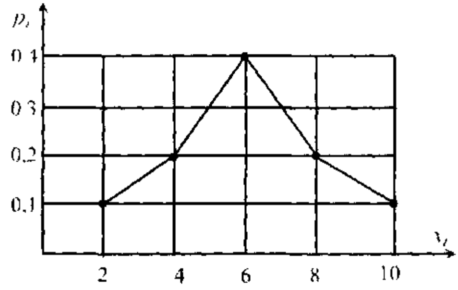


Рис 3.3 Многоугольник распределения

Поскольку дискретные величины являются несовместными, то полная сумма их вероятностей $\sum\limits_{i}^{i} P_i = 1$. Для придания ряду распределения наглядного вида часто изображают его графически, получая многоугольник распределения. Пример, соответствующий данным, приведенным в табл. 3.1, показан на рис. 3.3.

Ряд распределения дает исчерпывающую характеристику случайной величины, но построить его для непрерывной случайной величины нельзя, так как невозможно перечислить все ее возможные значения. Для количественной характеристики такого распределения удобно воспользоваться не вероятностью события $X = x_i$, а вероятностью события $X < x_i$ и ввести понятие *функции распределения*, называемой иногда *интегральной* функцией распределения:

$$F(x_i) = p(X < x_i). \tag{3.11}$$

Она имеет следующие общие свойства:

1) функция распределения $F(x_i)$ есть неубывающая функция своего аргумента;

2) на минус бесконечности функция распределения равна нулю, то есть $F(-\infty) = 0$;

3) на плюс бесконечности функция распределения равна единице, то есть $F(+\infty) = 1$.

Функция распределения - универсальная характеристика случайной величины. Она существует и для непрерывных, и для дискретных случайных величин. Так, для примера, приведенного в табл. 3.1, график функции распределения показан на рис. 3.4.

Если на некоторых участках случайная величина будет изменяться непрерывно, то на данных участках $F(x_i)$ будет плавно возрастать. Если же случайная величина непрерывна на всех участках, то она примет вид кривой, приведенной на рис. 3.5

Как следует из определения функции $F(x)$, что и отражено на рис. 3.4. и 3.5, функция распределения дискретной величины изображается ступенчатой линией, а функция распределения непрерывной случайной величины - в виде плавной возрастающей линии.

Важной характеристикой случайной величины является ее *плотность вероятности*, или *плотность распределения*. Так называют предел отношения вероятности попадания значения случай-

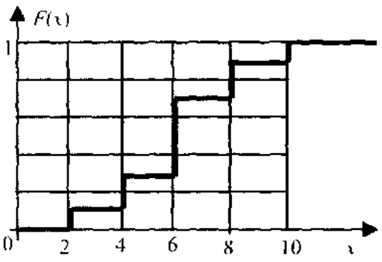


Рис 3 4 Функция распределения дискретной случайной величины

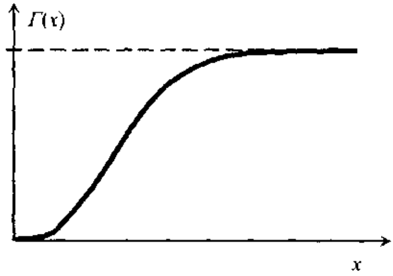


Рис 3 5 Функция распределения непрерывной случайной величины

ной величины *в бесконечно малый интервал* $(x, x + \Delta x)$ к длине этого интервала Δx. $f(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{P(x \le x \le x + \Delta x)}{\Delta x}$, (3.12)

что, собственно, является производной функции распределения.

Вид кривой плотности распределения для общего случая показан на рис. 3 6

Следует отметить, что плотность распределения существует только для непрерывных случайных величин Ее основные свойства

1 Плотность распределения не является отрицательной величиной. $f(x) \ge 0$.

2. Интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения равен единице

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1. \qquad (3\ 13)$$

3 Вероятность попадания случайной величины x в интервал a, b (см рис. 3 6) определяется равенством·

$$P(a \le x < b) = \int\limits_{a}^{b} f(x)\, dx \qquad (3.14)$$

4. Функция распределения $F(x)$ может быть выражена через плотность распределения.

$$F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(x)\, dx \qquad (3\ 15)$$

Плотность распределения является одной из форм закона распределения Среди законов распределения большое значение имеют биномиальное распределение, распределение Пуассона и нормальное распределение

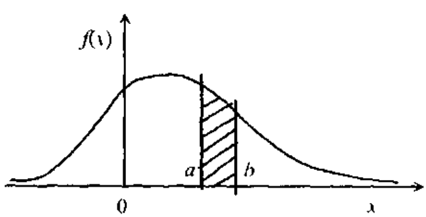


Рис 3 6 Кривая плотности распределения

Биномиальное распределение. Как отмечалось выше, в формуле (3.9) каждый член разложения численно равен вероятности некоторого события A, характерного тем, что при известной вероятности P его появления в каждом единичном опыте оно появится m раз из возможного числа N всех испытаний. Общий член разложения из формулы (3.9) удобнее представить в виде:

$$P_m = \frac{N!}{m!(N-m)!} P^m (1-P)^{N-m}. \tag{3.16}$$

Эта формула и представляет собой закон биномиального распределения. Поскольку величины m могут принимать только вполне определенные целые значения, то данное распределение относится только к дискретным случайным величинам. График биномиального распределения представляет собой ломаную линию, форма которой зависит от значений P, m и N. На рис. 3.7 показаны примеры таких графиков.

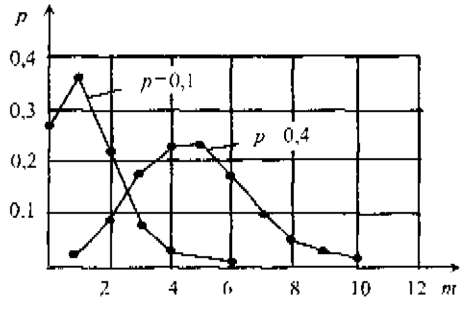


Рис. 3.7. Вероятности частот при $N = 12$

Распределение Пуассона. Рассматривая закон биномиального распределения (3.16), можно задать следующие условия: число опытов N стремится к бесконечности, а вероятность P стремится к нулю, при этом их произведение $\alpha = N \cdot P$ сохраняет постоянное значение. Такое предельное представление биномиального распределения называется распределением Пуассона и может быть выражено, как показывает Е. С. Вентцель [11], формулой

$$P_m = \frac{\alpha^m}{m!} e^{-\alpha}, \tag{3.17}$$

позволяющей найти для записанных выше условий вероятность появления некоторого события A при большом числе N независимых опытов, в каждом из которых событие A имеет очень малую вероятность P.

Иногда распределение Пуассона называют законом редких явлений. Покажем его применение на примере. Пусть известно, что на ткацком станке нить обрывается в среднем 0,25 раза за один час работы станка ($P = 0,25$). Определить вероятность того, что за восемь часов работы произойдет три обрыва нити ($m = 3$).

Для решения определим $\alpha = N \cdot P = 0{,}25 \cdot 8 = 2$ и по формуле (3 17) получаем искомый результат: $P_m = \frac{2^3}{3!} e^{-2} = 0{,}18$.

Значения P_m можно также получить, пользуясь табл. 2 Приложения.

Из формулы (3.16) можно получить вероятность появления события хотя бы один раз в некоторой группе N:

$$P_1 = 1 - e^{-\alpha}. \quad (3.18)$$

Зависимость (3.18) используют для решения, например, таких задач: определить вероятность поражения малоразмерной цели при стрельбе по площади.

Пусть известно, что цель площадью S=0,6 м^2 находится в некотором осколочном поле, характеризующимся двумя попаданиями на один квадратный метр. Если для поражения цели достаточно попадания в нее хотя бы одного осколка, то вероятность такого события при $\alpha = 2 \cdot 0{,}6 = 1{,}2$ будет равна:

$$P_1 = 1 - e^{-1{,}2} = 1 - 0{,}301 = 0{,}699.$$

Нормальное распределение. Расчет вероятностей по формуле (3.16) при больших N весьма громоздок; с учетом прерывности величины m аналитическое отыскание суммы вероятностей для областей с некоторыми границами затруднителен. Как показано в [13], в предельном случае ($N \to \infty$, m – любое число, в том числе и не целое, P=0,5) закон биномиального распределения можно выразить иначе. Новое его выражение называется законом нормального распределения (законом Гаусса), а плотность вероятности в этом случае будет:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.19)$$

где m – математическое ожидание величины x; σ – среднее квадратическое отклонение величины x (определение величин m и σ будет дано ниже).

Кривая по закону нормального распределения имеет симметричный вид (см. рис. 3.8), при этом максимальная ордината кривой равна $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ в точке x=m; по мере удаления от точки m плотность распределения уменьшает-

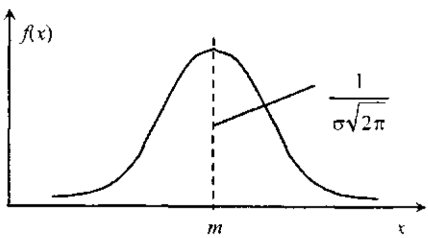


Рис 3 8. Кривая плотности по закону нормального распределения ся, а при $x \to \pm\infty$ кривая асимптотически приближается к оси абсцисс. Поскольку площадь под кривой плотности в любом случае равна единице, то параметр σ влияет на форму кривой, вытягивая ее вверх при уменьшении значения σ.

Большинство встречающихся на практике случайных величин могут быть представлены как суммы весьма большого числа отдельных слагаемых, практически не зависящих друг от друга. Например, отклонения в попаданиях снарядов от средней точки прицеливания зависят от метеоусловий, отклонений в массе снаряда и т. д. Показано [11], что такая сумма приближенно подчиняется закону нормального распределения, при этом чем большее число факторов будет влиять на рассматриваемую случайную величину, тем ближе будет это распределение к теоретическому нормальному закону распределения.

Закон нормального распределения, имеющий глубокое теоретическое обоснование его свойств, используется в качестве основного во многих практических исследованиях, результаты опытов сравниваются именно с ним.

3.3. МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Анализ результатов любого исследования становится более убедительным и наглядным, если он соответствующим образом обработан. Разработка методов регистрации, описания и анализа результатов исследований составляет содержание специальной науки – *математической статистики*. Основной предпосылкой существующих методов обработки результатов является представление последних в качестве случайных величин, полученных как некоторая выборка из генеральной совокупности этих величин, под которой подразумевается все множество возможных значений этих величин.

3.3.1. Вычисление средних величин

Одной из основных характеристик случайной величины является ее математическое ожидание:

$$M(y) = \sum_{i}^{n} P_i y_i , \tag{3.20}$$

где P_i – вероятность появления случайной величины y_i в каждом n_i измерении при их общем числе n.

При ограниченном числе измерений вместо вероятности используется частота события и вместо $M(y)$ определяется средняя арифметическая величины y:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} y_i . \tag{3.21}$$

Для измерений, подчиняющихся закону нормального распределения, иногда вместо средней арифметической величины используют *моду* (наиболее часто встречающуюся величину) или *медиану* (среднюю в ранжированном ряду величин).

Конкретные величины y_i будут отличаться от средней на разность $\Delta_i = y_i - \bar{y}$. Для анализа этих отклонений используются следующие характеристики:

1) среднее арифметическое отклонение

$$E_1 = \sum_1^n |\Delta_i| \cdot P_i, \tag{3.22}$$

а для малого числа измерений

$$E_1 = \frac{\sum_1^n |\Delta_i|}{\sqrt{n(n-1)}}; \tag{3.23}$$

2) среднее квадратическое отклонение

$$E_2 = \sqrt{\sum_1^n \Delta_i{}^2 P_i} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \Delta_i{}^2}{n-1}}, \tag{3.24}$$

при этом $E_2^2 = \sigma^2$ – дисперсия (математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания. В дальнейшем мы будем обозначать дисперсию σ_y^2, σ_x^2, σ_ν^2 и т. п., подчеркивая тем самым, какую конкретно величину мы анализируем);

3) срединное (вероятное отклонение) E – это такая величина, относительно которой вероятность отклонений в большую и меньшую сторону одинакова и равна 0,5. Соотношения между этими отклонениями приблизительно равны:

$$6E \approx 5E_1 \approx 4E_2. \tag{3.25}$$

Чаще других используется среднее квадратическое отклонение σ_y, определяющее характер разброса случайной величины, точность ее определения. Для оценки достоверности полученных результатов А. К. Митропольский [13] рекомендует использовать *показатель точности исследования*:

$$p_т = \frac{\sigma_y}{\bar{y}\sqrt{n}} 100[\%]. \tag{3.26}$$

Чем точнее проведено исследование, тем меньше будет показатель $p_т$. Для технических задач его желательно иметь менее 5 %. Если известна (или задана) мера изменчивости $\nu = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} 100[\%]$, то из формулы (3.26) можно получить необходимое для достоверности число экспериментов (наблюдений) n.

При прогнозировании следует знать не только конкретную среднюю в какой-либо точке t_i, но и ее изменение от времени или изменения какого-то иного фактора, то есть знать эти средние в нескольких точках. Если линии, соединяющие указанные точки, представляют собой ломаную, пример которой показан на рис. 3.9, то ее следует сгладить. В ряде случаев сглаживание может облегчить применение методов выделения существующих тенденций изменения $y(t)$.

Один из наиболее простых приемов сглаживания [15] заключается в расчете *скользящих средних*, позволяющих сделать более плавным периодические и случайные колебания исследуемой величины.

Если рассматривать динамический ряд, состоящий из n уровней, то скользящая средняя будет представлять собой среднюю величину для m последовательных уровней этого ряда ($m < n$). Для каждого i-го уровня ряда скользящая средняя может быть вычислена по формуле:

$$\bar{y}_{ck_i} = \frac{1}{m}\sum_{i=t-p}^{i+p} y_i , \qquad (3.27)$$

где $p = \dfrac{m-1}{2}$.

Желательно принимать m нечетным числом, тогда $p = 1; 2; 3; ..$ Как видно, при вычислении скользящей средней теряются 1, 2, 3...

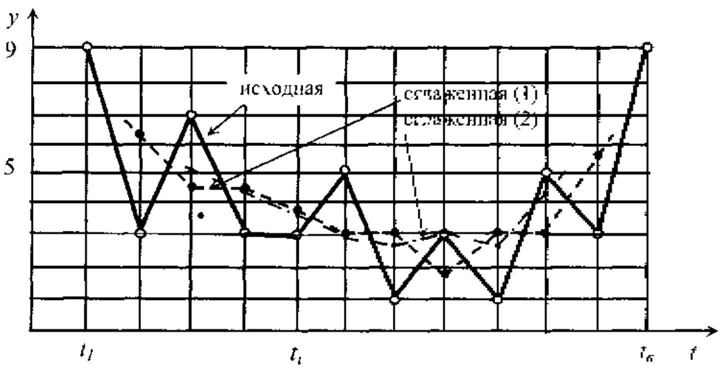


Рис 3.9 Сглаживание ломаной линии скользящими средними

$1 \quad \bar{y}_{ck_i} = \dfrac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3}, \; 2 \quad \bar{y}_{ck_i} = \dfrac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5}$

крайние точки ряда. Зато можно наглядно наблюдать существующую тенденцию изменения $y(t)$ (рис. 3.9).

Считая, что простые скользящие средние являются весьма грубым статистическим приемом выявления тенденции, часто искажающим оценку исследуемого процесса, Е. М. Четыркин [15] рекомендует применять взвешенные скользящие средние. Под весом в данном случае понимается расстояние от середины интервала сглаживания; точкам, находящимся ближе к середине конкретного интервала, приписывается больший вес. Метод определения весов, рекомендованный им, позволяет получить следующие формулы для нечетных m:

$$m=3:\ \bar{y}_{ck\,\text{взв}}=y_t\,. \tag{3.28}$$

$$m=5:\ \bar{y}_{ck\,\text{взв}}=\frac{1}{35}(-3y_{t-2}+12y_{t-1}+17y_t+12y_{t+1}-3y_{t+2})\,. \tag{3.29}$$

$$m=7:\bar{y}_{ck\,\text{взв}}=\frac{1}{21}(-2y_{t-3}+3y_{t-2}+6y_{t-1}+7y_t+6y_{t+1}+3y_{t+2}-2y_{t+3}). \tag{3.30}$$

Если полученные расчетные значения $\bar{y}_{ck\,\text{взв}}$ все еще обладают значительной колеблемостью, то рекомендуется повторить процесс усреднения, то есть произвести второе, а потом, может быть, и третье сглаживание.

На наш взгляд, целесообразнее использовать в качестве коэффициентов при y известные биномиальные коэффициенты из так называемого треугольника Паскаля. Тогда при нечетных m получатся следующие формулы:

$$m=3:\ \bar{y}_{ck\,\text{взв}}=(y_{t-1}+2y_t+y_{t+1})\frac{1}{4}\,. \tag{3.31}$$

$$m=5:\ \bar{y}_{ck\,\text{взв}}=(y_{t-2}+4y_{t-1}+6y_t+4y_{t+1}+y_{t+2})\frac{1}{16}\,. \tag{3.32}$$

$$m=7:\bar{y}_{ck\,\text{взв}}=(y_{t-3}+6y_{t-2}+15y_{t-1}+20y_t+15y_{t+1}+6y_{t+2}+y_{t+3})\frac{1}{64}\,. \tag{3.33}$$

Сглаживания по этим формулам меньше искажают общую тенденцию, а мелкие волны не меняют свой знак (вместо выпуклого участка на кривой не получается вогнутый). Для наглядности покажем это на рис. 3.10.

Кстати, для приведенного на рис. 3.10 примера вычисления, произведенные по формуле (3.29) практически совпадают с вычислениями по формуле (3.27) при $m=3$. Также близки между собой вычисления, произведенные по формулам (3.31) и (3.32). В связи с этим не всегда нужно расширять интервал сглаживания m.

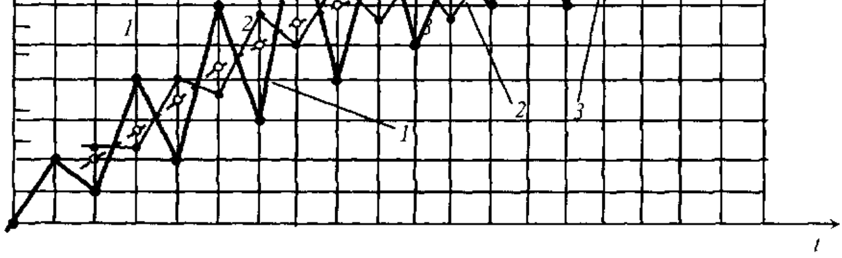


Рис 3 10. Сглаживание ломаной линии
1 – исходная ломаная, *2* - сглаженная по формуле 3 29, *3* сглаженная по формуле 3 32

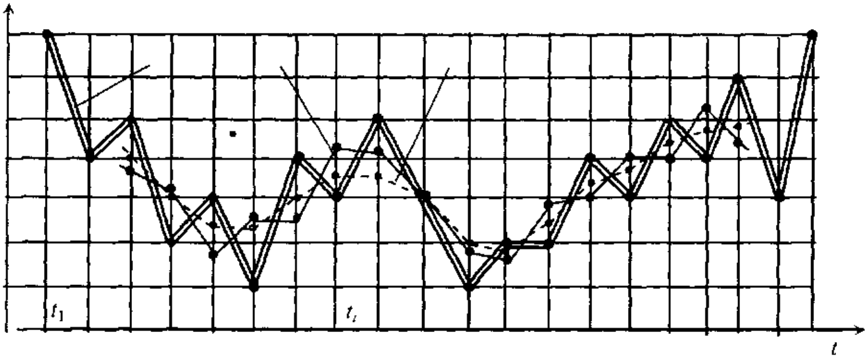


Рис 3 11 Сглаживание ломаной линии
1 – исходная ломаная, *2* - сглаженная по формуле 3 29, *3* сглаженная по формуле 3 32

Более мягкое сглаживание по формуле (3.32) по сравнению с формулой (3.29) получается также и для ломаной с некоторой цикличностью. Пример этого показан на рис. 3.11.

Следует отметить, что сам термин "взвешенная скользящая средняя" в приведенном выше варианте соответствует одинаковому числу измерений в каждой точке t_i Более логично было бы учесть также число измерений для каждой i-й точки, особенно для технических задач. Для этого каждую величину y_i (y_{i+1},..) следует умножить на соответствующее число измерений n_i (n_{i+1},...).

3.3.2. Исключение анормальных результатов

Анализируя полученную информацию, необходимо убедиться в ее достоверности. Как указывалось выше, показатель точности исследования оценивается по формуле (3.26). Кроме того, следует исключить явные ошибки. Обычно принято исключать результаты, отличающиеся от среднего более чем на три среднеквадратических ошибки ($\pm 3\sigma$). Если гистограмма экспериментальных данных соответствует закону нормального распределения, то ошибка такого исключения будет составлять всего порядка 0,3 %. При исключении анормальных результатов обычно рекомендуется определять среднюю величину $\bar{y}$ и ее среднеквадратическое отклонение σ_y, не учитывая "подозреваемый в завышенном отклонении" результат. Если окажется, что он находится за пределами ($\pm 3\sigma$, то его не включают в общую сумму результатов и отбрасывают. Если же подозреваемый результат не выходит за пределы ($\pm \sigma_y$, то его надо включить в общую совокупность и окончательно установить $\bar{y}$ и σ_y.

Однако, как справедливо отмечают О. Н. Кассандрова и В. В. Лебедев [16], при малом числе измерений определение σ_y сопровождается большой погрешностью, поэтому целесообразнее выявлять анормальные результаты с помощью критериев, не связанных с величиной σ_y. Они предлагают использовать распределение случайной величины:

$$V = \frac{\left| y_{\min.\,(\max)} - \bar{y} \right|}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(\Delta y)^2}}, \tag{3.34}$$

где $y_{\min.\,(\max)}$ – подозреваемый результат величины y;

$\bar{y}$ – средняя величина y;

n – общее число измерений;

$\Delta y = y_i - \bar{y}$.

Полученную в результате обработки измерений величину V сравнивают с табличной при выбранном уровне достоверности p и имеющемся числе n. Если $V > V_{доп}$, то с заданным уровнем достоверности подозреваемый результат можно исключить из рассмотрения. В табл. 3.2 приведены допустимые величины $V_{доп}$ [16].

Таблица 3.2

Допустимые величины $V_{доп}$

	n	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	50
	0,90	1,41	1,64	1,79	1,89	1,97	2,04	2,10	2,15	2,45	2,61	2,81
p	0,95	1,41	1,69	1,87	2,00	2,09	2,17	2,24	2,29	2,62	2,79	3,00
	0,99	1,41	1,72	1,96	2,13	2,26	2,37	2,46	2,54	2,96	3,16	3,39

Пример. Пусть имеем результаты измерения некоторой величины y, равные 18, 19, 19, 20, 21, 14 (всего шесть измерений). Можно ли считать результат $y = 14$ анормальным?

Находим $\bar{y} = \frac{1}{16}(18 + 19 + 19 + 20 + 21 + 14) = 18{,}5$.

По формуле (3.34)

$$V = \frac{|14 - 18{,}5|}{\sqrt{\frac{1}{6}(0{,}5^2 + 0{,}5^2 + 0{,}5^2 + 1{,}5^2 + 2{,}5^2 + 4{,}5^2)}} = 2{,}03.$$

Сравнивая V с $V_{доп}$ из табл. 3.2, получаем, что для $n = 6$ $V > V_{доп}$ при $p = 0{,}95$, но $V < V_{доп}$ при $p = 0{,}99$

Следовательно, с достоверностью $p = 0{,}95$ результат $y = 14$ можно считать анормальным, но утверждать это же с достоверностью $p = 0{,}99$ нельзя.

3.3.3. Дисперсия и ее свойства

Как уже было сказано выше, дисперсия представляет собой математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания. Дисперсию можно вычислить по формуле:

$$\sigma^2 = \sum_1^n \Delta_i^2 p_i = \frac{1}{n-1} \sum_1^n \Delta_i^2 . \qquad (3.35)$$

Она является характеристикой рассеивания значений случайной величины относительно ее математического ожидания (результатов измерения от их средней). Дисперсия обладает следующими основными свойствами.

1. Если все измерения, по которым вычислена дисперсия, увеличить (или уменьшить) в k раз; то дисперсия увеличится (уменьшится) в k^2 раз; кстати, при таких условиях среднее квадратическое отклонение увеличится (или уменьшится) в число раз, равное абсолютной величине k.

На основании этого свойства, если в ряде измерений можно выделить постоянный сомножитель, то полученную при вычислении дисперсию можно умножить на квадрат этого сомножителя. Например, есть числа 15, 10, 20, которые можно представить как $5 \cdot 3$, $5 \cdot 2$ и $5 \cdot 4$. Их дисперсия будет равна

$$\sigma^2 = 25\left[(3-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2\right] \cdot \frac{1}{3-1} = 25 .$$

2. Увеличение или уменьшение всех измерений на одну и ту же величину не изменяет дисперсии. Следовательно, при вычислении дисперсии можно менять начало отсчета Например, вместо вычис-

ления дисперсии ряда 105, 110, 108, 107 можно вычислять дисперсию ряда чисел 5, 10, 8, 7; они будут равны

3. Дисперсия относительно средней арифметической величины ряда измерений всегда меньше дисперсии относительно любой другой точки отсчета на величину квадрата разности между средней арифметической и этой другой точкой отсчета:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_1^n (y_i - c)^2 - (\bar{y} - c)^2, \tag{3.36}$$

где y_i – конкретные результаты n измерений;

$\bar{y}$ – средняя арифметическая измерений y_i;

c - произвольная величина.

4. Дисперсия суммы независимых величин равна сумме их дисперсий.

5. Если некоторая совокупность измерений разбита на непересекающиеся группы объемом n_i, то общая дисперсия равна сумме средней групповых дисперсий и межгрупповой дисперсии:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2, \tag{3.37}$$

где $\overline{\sigma^2} = \frac{1}{n}\sum_1^k \sigma_i^2 n_i$ – средняя групповых дисперсий;

k – количество групп;

$\delta^2 = \frac{1}{n}\sum_1^k \left(\bar{y}_i - \bar{y}\right)^2 n_i$ – межгрупповая дисперсия;

$\bar{y}_i$ – среднее арифметическое измерение в i-й группе.

Пример. Пусть имеем некоторые данные о заработной плате рабочих на четырех участках, представленные в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Заработная плата рабочих в рублях

Номер участка	Порядковые номера рабочих											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1560	1600	1610	1580	1600	1630	1580	1610	1640	1590	–	–
2	1700	1650	1640	1710	1720	1690	1720	1770	–	–	–	–
3	1680	1640	1700	1690	1730	1800	1780	1620	1750	1680	1580	1750
4	1710	1800	1830	1850	1810	1750	1850	1800	1770	1830	–	–

Определить средние квадратические отклонения в размерах заработной платы по участкам и в целом по цеху.

На первом участке.

$\overline{y}_1 = 1600$ рублей средняя арифметическая зарплата.

Дисперсия (с учетом свойств 1 и 2):

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{9}10^2(4^2 + 0 + 1^2 + 2^2 + 0 + 3^2 + 2^2 + 1^2 + 4^2 + 1^2) = 577{,}8 .$$

Среднее квадратическое отклонение $\sqrt{\sigma_1^2} = 24{,}04$ рубля.

На втором участке:

$\overline{y}_2 = 1700$ рублей. $\sigma_2^2 = 1714{,}3.$ $\sqrt{\sigma_2^2} = 41{,}4$ рубля.

На третьем участке:

$\overline{y}_3 = 1700$ рублей. $\sigma_3^2 = 4327{,}3.$ $\sqrt{\sigma_3^2} = 65{,}78$ рубля.

На четвертом участке:

$\overline{y}_4 = 1800$ рублей. $\sigma_4^2 = 2044{,}4.$ $\sqrt{\sigma_4^2} = 45{,}22$ рубля

Средняя зарплата $\overline{y_4} = 1700$ рублей.

Средняя дисперсия:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{1}{4}(577{,}8 \cdot 10 + 1714{,}3 \cdot 8 + 4327{,}3 \cdot 12 + 2044{,}4 \cdot 10) = 2296{,}6 .$$

Межгрупповая дисперсия

$$\delta^2 = \frac{1}{40}\left[(1600 - 1700)^2 \cdot 10 + 0 + 0 + (1800 - 1700)^2 \cdot 10\right] = 5000 .$$

Общая дисперсия:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2 = 2296{,}6 + 5000 = 7796{,}6 .$$

Общее среднее квадратическое отклонение составляет 85,42 рубля.

3.3.4. Оценка близости эмпирического распределения к теоретическому

В предыдущем параграфе (3.2) нами были рассмотрены некоторые виды распределений. Наиболее употребительным распределением является нормальное, которое мы и будем оценивать в дальнейшем. На основании большого числа измерений можно построить эмпирическую кривую плотности распределения, аналогичную показанной на рис. 3.8. Однако оценка получившегося распределения по внешнему виду кривой слишком груба, особенно при малом числе измерений (до 20–30). В связи с этим разработан ряд объективных оценок для определения близости результатов опытов к нормальному распределению. Такие оценки называются *критериями согласия*.

Критерий согласия Пирсона. Данный критерий основан на определении величины χ^2, которая вычисляется как сумма квадратов разностей эмпирических и теоретических частот, отнесенных к теоретическим частотам

$$\chi^2 = \sum_1^r \frac{(m_i - m_{\text{т}i})^2}{m_{\text{т}i}}, \qquad (3.38)$$

где m_i – эмпирические частоты, в интервалах;

$m_{\text{т}i}$ – теоретические частоты для этих интервалов;

r – число интервалов, на которые разбита вся область измерений.

Под теоретической частотой $m_{\text{т}i}$ понимается математическое ожидание попадания случайной величины (результатов измерения) в i-й интервал. Для закона нормального распределения величины $m_{\text{т}i}$ можно [11, 12] определить по формуле

$$m_{\text{т}i} = n\frac{\beta_i - \alpha_i}{\sigma} \cdot f(t), \qquad (3.39)$$

где α_i и β_i – нижняя и верхняя границы i-го интервала;

σ – среднее квадратическое отклонение для всей выборки n.

Функция $f(t)$ вычисляется по формуле:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}, \qquad (3.40)$$

где $t = \dfrac{y_i - \bar{y}}{\sigma}$ – нормированное отклонение середины каждого интервала y_i от общей средней $\bar{y}$.

Функция $f(t)$ табулирована и приведена в табл. 3 Приложения.

Вычисления критерия χ^2 можно производить по следующему алгоритму:

1) выборку, для которой производится оценка близости ее распределения к нормальному, необходимо разделить на несколько интервалов (8–12), при этом в каждом интервале должно содержаться не менее пяти-восьми значений исследуемой величины y Общий объем выборки должен быть достаточно большим (>50);

2) по имеющимся значениям величины y найти параметры, характеризующие ее среднее арифметическое $\bar{y}$ и дисперсию σ^2;

3) определить теоретические частоты $m_{\text{т}i}$;

4) по формуле (3.38) вычислить величину $\chi^2_{\text{расч}}$;

5) определить число степеней свободы k. Число степеней свободы определяется как число интервалов, на которые разделена выборка минус число наложенных связей (для нормального распределения связями являются $\bar{y}$, дисперсия σ^2 и требование равенства сумм эмпирических и теоретических частот);

6) по полученным значениям $\chi^2_{\text{расч}}$ и k, пользуясь табл. 4 Приложения, найти вероятность P того, что случайная величина,

имеющая χ^2-распределение, примет какое-нибудь значение, не меньшее $\chi^2_{расч}$;

7) сформулировать вывод о близости эмпирического распределения к теоретическому; если $p > 0{,}01$, то имеющиеся расхождения этих распределений следует считать несущественными; в случае $p < 0{,}01$ указанные расхождения признаются неслучайными, а закон нормального распределения для данной эмпирической выборки не подходит, отвергается.

Пример. Пользуясь критерием согласия χ^2, определить близость результатов выборки, представленной в табл. 3.4, к закону нормального распределения

Таблица 3.4

Результаты измерения величины y

Y	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	$\sum$
m	6	10	25	40	50	52	56	38	36	34	27	18	8	400

Величину y характеризуют следующие величины:

$\bar{y} = 24{,}0$ – среднее арифметическое значение;

$\sigma_y = 2{,}8$ – среднее квадратическое отклонение от $\bar{y}$.

Определение теоретических частот сведено в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Определение теоретических частот измерений

y	m	$t=\frac{y_i-\bar{y}}{\sigma_y}$	$f(t)$ (по табл. 3 Приложения)	$m_T = f(t)\frac{n\cdot a}{\sigma_y}$	m_T (округл.)	$\frac{(m-m_T)^2}{m_T}$
18	6	–2,14	0,0404	5,77	6	0
19	10	–1,79	0,0804	11,50	12	0,33
20	25	–1,43	0,14350	20,51	21	0,76
21	40	1,07	0,2251	32,15	33	1,48
22	50	0,71	0,3101	44,30	45	0,56
23	52	–0,36	0,3739	53,42	54	0,07
24	56	0	0,3989	56,99	58	0,07
25	38	0,36	0,3739	53,42	54	4,74
26	36	0,71	0,3101	44,30	45	1,80
27	34	1,07	0,2251	32,15	33	0,03
28	27	1,43	0,1435	20,51	21	1,71
29	18	1,78	0,0804	11,50	12	3,00
30	8	2,14	0,0404	5,77	6	0,67
	400				400	$\chi^2_{расч} = \sum_1 \frac{(m_i - m_{T_i})^2}{m_{T_i}} = 15{,}2$

В множителе $\dfrac{n \cdot \alpha}{\sigma_y}$ имеем общий объем выборки $n=400$ и шаг интервалов $\alpha = \beta_i - \alpha_i = 1$ при общем числе интервалов $r=13$.

Округление полученных величин m_T в большую сторону производим, чтобы соблюсти условие $\sum m = \sum m_T$. Таким образом, при соблюдении этого условия и вычисленных $\bar{y}$ и σ_y имеем число степеней свободы $k=r-3=10$.

По расчетной величине $\chi^2_{расч} = 15{,}22$ и степени свободы $k=10$ из табл. 4 Приложения находим, что вероятность $p=0{,}125$, можно считать имеющиеся расхождения между теоретическими и опытными частотами несущественными, а опытное распределение – близко к нормальному.

Критерий согласия Колмогорова. Данный критерий согласия устанавливает близость теоретических и опытных распределений путем сравнения интегральных распределений. Для установления согласия вычисляется величина:

$$\lambda = \frac{|\Delta m|_{max}}{\sqrt{n}}, \tag{3.41}$$

где $|\Delta m|_{max} = \left|\sum m_i - \sum m_{T i}\right|$ – максимальная разность между теоретическими и эмпирическими текущими накопленными частотами; n – общий объем выборки; $\sum m_i$; $\sum m_{Ti}$ – накопленные частоты.

По вычисленной величине λ находится $P(\lambda)$ – вероятность того, что λ достигнет данной величины. Если $P(\lambda)>0{,}05$, то расхождение между частотами может быть случайным и распределения хорошо соответствуют друг другу. Таблица вероятностей $P(\lambda)$ приведена в табл. 5 Приложения.

Как следует из сказанного, для получения λ необходимо предварительно вычислить теоретические частоты, а потом произвести их последовательное накопление. Покажем это на результатах предыдущего примера, сведенных в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Вычисление критерия согласия Колмогорова

m	6	10	25	40	50	52	56	38	36	34	27	18	8
$\sum m_i$	6	16	41	81	131	183	239	277	313	347	374	392	400
m_T	6	12	21	33	45	54	58	54	45	33	21	12	6
$\sum m_T$	6	18	39	72	117	171	229	283	328	361	382	394	400
$\|\Delta m\|_i$	0	2	2	9	14	12	10	6	15	14	8	2	0

По величине $\left|\Delta m\right|_{max} = 15$ находим $\lambda = \frac{15}{\sqrt{400}} = 0,75$. Из табл. 5 Приложения по величине $\lambda = 0,75$ находим $p(\lambda) = 0,6272$. Поскольку $p(\lambda) > 0,05$, расхождение между эмпирическим и теоретическим распределениями можно считать случайным.

Числа Вестергарда. С помощью этих чисел можно упрощенным способом проверять "нормальность" эмпирического распределения. Числами Вестергарда являются: 0,3; 0,7; 1,1, 3. Для их использования сначала определяют среднюю арифметическую величину $\bar{y}$ и среднее квадратическое отклонение σ_y. Считается, что оцениваемое эмпирическое распределение близко к нормальному, если выполняются следующие условия:

1) в диапазоне $\bar{y} \pm 0,3\sigma_y$ находится примерно 25 % всех измерений y;

2) в диапазоне $\bar{y} \pm 0,7\sigma_y$ находится примерно 50 % всех измерений y;

3) в диапазоне $\bar{y} \pm 1,1\sigma_y$ находится примерно 75 % всех измерений y;

4) в диапазоне $\bar{y} \pm 3\sigma_y$ расположено 99,8 % всех измерений.

Применяя числа Вестергарда к данным предыдущего примера (см. табл. 3.4) при $\bar{y} = 24,0$ и $\sigma_y = 2,8$, можно получить следующие проценты расположения измерений в указанных диапазонах: 32,9; 57,0; 77,5; 100. Расхождения с требуемыми условиями относительно невелики, поэтому распределение данного ряда измерений можно отнести к нормальному. По терминологии А. К. Митропольского [13], данное распределение относится к плосковершинным (отрицательная мера крутости) с незначительной положительной косостью ($\alpha = 0,14$).

Мера крутости определяется по формуле:

$$\tau = \frac{\sum_{i}^{k}\left(y_i - \bar{y}\right)^4 m_i}{\sigma_y^4 \sum_{i}^{k} m_i} - 3, \tag{3.42}$$

где k – количество интервалов в распределении,

m_i – количество измерений в i-м интервале.

Плосковершинные кривые распределения имеют $\tau < 0$, островершинные – $\tau > 0$. Для рядов с нормальной кривой распределения мера крутости практически равна нулю.

Мера косости определяется по формуле

$$\alpha = \frac{\sum_{1}^{k}\left(y_i - \overline{y}\right)^3 m_i}{\sigma_y^3 \sum_{1}^{k} m_i}. \quad (3.43)$$

Для симметричных рядов распределения $\alpha = 0$; для рядов с положительной косостью $\alpha > 0$, с отрицательной косостью $\alpha < 0$ Примеры различных кривых приведены на рис 3.12.

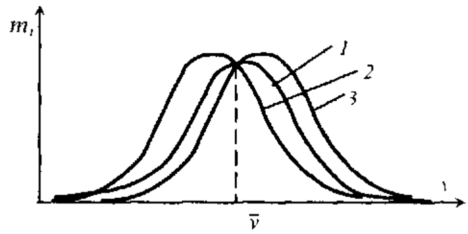


Рис 3 12 Примеры кривых распределения
1 – симметричная, *2* – с положительной косостью, *3* – с отрицательной косостью

3.3.5. Определение доверительных интервалов и доверительных вероятностей

Вычисленные по результатам измерений средние арифметические величины $\overline{y}$ и среднеквадратические отклонения σ_y являются случайными величинами, их отклонения от генеральных (истинных) величин также будут случайными. Оценка этих отклонений, естественно, носит вероятностный характер. В общем случае ее можно произвести следующим образом.

Если положить, что для найденной в результате измерений величины $\overline{y}$ существует некоторое истинное ее значение Y, то можно найти тот диапазон величин y, в котором находится $\overline{y}$. Назначим для этого достаточно большую вероятность β попадания $\overline{y}$ в этот диапазон, считая такое событие практически достоверным.

Величина диапазона отклонения $\overline{y}$ от Y является функцией принятой вероятности β. Это можно выразить зависимостью:

$$P\left(\left|\overline{y} - Y\right| \leq \varepsilon_\beta\right) = \beta \quad (3\ 44)$$

Ошибки, большие $\pm\varepsilon_\beta$, будут появляться с малой вероятностью

$$\alpha = 1 - \beta, \quad (3\ 45)$$

которую часто называют уровнем значимости. Вероятность β называется *доверительной вероятностью* и характеризует надежность полученной в результате измерений величины $\overline{y}$. В связи с этим зависимость (3 44) нагляднее представлять в виде.

$$\overline{y} - \varepsilon_\beta \leq Y \leq \overline{y} + \varepsilon_\beta \quad (3\ 46)$$

Интервалы $\overline{y} \pm \varepsilon_\beta$ называют *доверительными*, а их внешние границы – *доверительными границами*. Если мы хотим с большей надежностью гарантировать результат $\bar{y}$ (то есть при увеличении β), то ширина доверительного интервала должна увеличиваться.

При известном законе распределения $\bar{y}$ задача о нахождении доверительных границ решается достаточно просто.

Для примера рассмотрим построение доверительного интервала для математического ожидания случайной величины Y с известным средним квадратическим отклонением σ_y. Если принять, что генеральная совокупность величин y имеет нормальное распределение, то величина $\bar{y}$ также будет иметь нормальное распределение с математическим ожиданием Y и средним квадратическим отклонением $\sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}$, где n – объем выборки, по которой определялась величина $\bar{y}$. В этом случае рекомендуется (например, в [17]) использовать функцию Лапласа:

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y e^{-\frac{y^2}{2}} dy, \tag{3.47}$$

которая дает возможность записать для случайной величины с параметрами Y и σ_y:

$$P\left(\left|\bar{y} - Y\right| < \varepsilon_\beta\right) = \beta = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\bar{y}}}\right). \tag{3.48}$$

Задавшись доверительной вероятностью β, можно определить по таблице функции Лапласа (табл. 6 Приложения) величину $k_\beta = \frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\bar{y}}}$. Тогда, после подстановки величины $\sigma_{\bar{y}}$, доверительные интервалы для математического ожидания будут иметь вид:

$$\bar{y} - k_\beta \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}} \le Y \le \bar{y} + k_\beta \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}. \tag{3.49}$$

Если n – достаточно большой объем выборки (на практике так полагают при $n \ge 50$), то генеральную дисперсию σ^2 заменяют на полученную для выборки. В качестве примера вычисления доверительных интервалов воспользуемся результатами измерения, приведенными в табл. 3.4, для которых $\bar{y} = 24{,}0$ и $\sigma_y = 2{,}8$. С помощью табл. 6 Приложения, учитывая выражение (3.48), находим k_β (в таблице это столбец y) по величине $\Phi(y)$. Так, если задать доверительную вероятность $\beta = 0{,}95$, то по $\Phi(y) = \frac{\beta}{2} = 0{,}475$ находим из таблицы $y = 1{,}96 = k_\beta$.

Следовательно, доверительные границы для Y будут:

$$24{,}0-1{,}96\cdot\frac{2{,}8}{\sqrt{400}}\le Y\le 24{,}0+1{,}96\cdot\frac{2{,}8}{\sqrt{400}},$$

$$\text{или } 23{,}726\le Y\le 24{,}274.$$

Если мы хотим увеличить надежность вывода, скажем до $\beta=0{,}995$, то, повторяя те же действия, получим:

$$23{,}606\le Y\le 24{,}394.$$

Для нормально распределенной величины y определение доверительных интервалов удобнее производить, используя квантили стандартного нормального распределения $U_{1-\frac{p}{2}}$ по зависимости:

$$\bar{y}-\sigma_{\bar{y}}\cdot U_{1-\frac{p}{2}}\le Y\le \bar{y}+\sigma_{\bar{y}}\cdot U_{1-\frac{p}{2}}. \qquad (3.50)$$

Поскольку стандартное нормальное распределение симметрично относительно нуля, то $U_{\frac{p}{2}}=-U_{1-\frac{p}{2}}$. Величины $U_{\frac{p}{2}}$ приведены в табл. 7 Приложения.

Величины $\alpha=1-\beta$ обычно называют *уровнями значимости*. Наиболее употребительными уровнями значимости являются 0,1; 0,05; 0,02; 0,01 и 0,001 Понятие *уровень значимости* связано с доверительной вероятностью β, поэтому иногда заменяется на понятие уровень достоверности p с величинами соответственно 0,9; 0,95; 0.98; 0,99; 0,999.

При небольших объемах выборок ($n<50$) для анализа нормального распределения случайных величин построение доверительных интервалов производится с использованием распределения Стьюдента. Распределение Стьюдента имеет величина:

$$t=\frac{\bar{y}-m_y}{S_y}\sqrt{n}, \qquad (3.51)$$

где m – математическое ожидание величины y;

S_y – среднее квадратическое отклонение, вычисленное по результатам выборки

Плотность вероятности величины t зависит от числа степеней свободы $f=n-1$ (для наиболее распространенного случая, когда средняя $\bar{y}$ и дисперсия S_y^2 определены по одной и той же выборке). Кривые t-распределения напоминают по форме нормальную кривую, но при малых f они медленнее сближаются с осью абсцисс при $|t|\to\infty$

Доверительные интервалы определяются по зависимости:

$$\bar{y} - \frac{S_y}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{p}{2}} \le m_y \le \bar{y} + \frac{S_y}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{p}{2}}. \quad (3.52)$$

Значения квантилей $t_{1-\frac{p}{2}}$ приведены в табл. 8 Приложения.

Пример. Определить доверительные границы для математического ожидания величины y по результатам измерений, представленных в табл. 3.7, при этом полагаем, что кривая распределения y подчиняется нормальному закону.

Таблица 3.7

Результаты измерений длины деталей

y	19,6	19,7	19,8	19,9	20,0	20,1	20,2	20,3	20,4
n_i	1	1	2	5	12	5	2	1	1

Обработка результатов измерений дает $\bar{y} = 20{,}0$; $S_y = 0{,}16$; при $n=30$.

Задавшись величиной $\alpha=0{,}01$, из табл. 8 Приложения по числу степеней свободы $f = 30-1$ находим $t_{1-\frac{p}{2}} \cong 2{,}75$. Тогда

$$\frac{S_y}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{p}{2}} = \frac{0{,}16}{\sqrt{30}} \cdot 2{,}75 \approx 0{,}08.$$

Следовательно, доверительные интервалы будут:

$$20 - 0{,}08 \le m_y \le 20 + 0{,}08.$$

Вывод: математическое ожидание величины y при уровне значимости 0,01 находится в пределах 19,92 ÷ 20,08.

Доверительный интервал дисперсии ограничен [11, 17] величинами:

$$\frac{S_y^2 \cdot (n-1)}{\chi_1^2} \text{ и } \frac{S_y^2 \cdot (n-1)}{\chi_2^2}, \quad (3.53)$$

где S_y^2 – дисперсия, определенная по результатам измерений;

χ_1^2 и χ_2^2 – квантили χ^2-распределения;

n – объем выборки (чаще записывают $f=n-1$ – степень свободы при вычислении дисперсии).

Квантили χ^2-распределения приведены в табл. 9 Приложения. Входными величинами в таблицу являются степень свободы f и вероятности $p_1 = \frac{\gamma}{2}$ и $p_2 = 1 - \frac{\gamma}{2}$.

Величины α определяются из соотношения.

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{1-\beta}{2}, \qquad (3.54)$$

где β — доверительная вероятность.

В результате вычислений обеспечивается одинаковая вероятность выхода генеральной дисперсии за пределы влево и вправо, равная $\frac{\gamma}{2}$.

Пример. По результатам измерений, представленных в табл. 3.7, найти доверительный интервал для генеральной дисперсии σ_y^2, задавшись доверительной вероятностью $\beta = 0{,}9$.

В предыдущем примере была вычислена оценка дисперсии $S_y^2 =$ 0,0256. Из табл. 9 Приложения находим квантили χ^2-распределения при $f = n - 1 = 29$ и вероятностях $\frac{\gamma}{2} = 0{,}05$ и $1 - \frac{\gamma}{2} = 0{,}95$. Получаем $\chi_1^2 = 42{,}6$; $\chi_2^2 = 17{,}71$.

Границами доверительного интервала будут:

$$\frac{S_y^2 \cdot (n-1)}{\chi_1^2} = \frac{0{,}0256 \cdot 29}{42{,}6} = 0{,}0174.$$

$$\frac{S_y^2 \cdot (n-1)}{\chi_2^2} = \frac{0{,}0256 \cdot 29}{17{,}71} = 0{,}0419.$$

Среднее квадратическое отклонение при доверительной вероятности $\beta = 0{,}9$ должно находиться в пределах

$$0{,}132 < \sigma_y < 0{,}205.$$

Как видно, доверительный интервал не симметричен относительно $S_y = 0{,}16$. Следует отметить, что при уменьшении числа степени свободы f асимметрия будет возрастать, а при $f \geq 50$ доверительный интервал для дисперсии будет практически симметричен относительно S_y.

3.3.6. Использование условных единиц и корреляционных таблиц

Для вычисления многих параметров, используемых в математической статистике (*дисперсия*, *коэффициент корреляции* и др.), не имеет значения начало точки отсчета. Об этом уже упоминалось при *рассмотрении свойств дисперсии* (см. п. 3.3.3). Это свойство позволяет [18, 19] упростить большинство вычислений путем перехода от реальных единиц измерения к условным единицам, которые могут быть представлены в виде:

$$x_i' = \frac{x_i - x_0}{h_x}, \quad y_i' = \frac{y_i - y_0}{h_y} \text{ и т. п.,} \tag{3.55}$$

где x_i, y_i – текущие значения величин x и y;

x_0, y_0 – произвольно выбранные значения величин x и y;

h_x и h_y – шаг изменения величин x и y.

В качестве величин x_0, y_0 целесообразно выбирать значения, близкие к средним, с условием получения условных единиц в виде целых.

Например, существует ряд измерений x=110; 112; 114; 116; 118. Если принять x_0=114 при очевидном шаге h_x=2, то вместо указанного ряда получим x' = –2; –1; 0; 1; 2. Безусловно, что все операции с численным анализом ряда x' будут проще операций с рядом x. Для обратного перехода к реальным единицам, если это необходимо, соотношения (3.50) могут быть представлены в виде

$$x_i = x_0 + h_x x', \quad y_i = y_0 + h_y y'. \tag{3.56}$$

При значительном числе измерений, особенно для изучения связей двух, трех величин, характеризующих состояние исследуемых объектов, в целях упрощения расчетов можно рекомендовать введение результатов измерений в заранее подготовленные корреляционные таблицы. Структура корреляционной таблицы для изучения связей двух величин показана на рис. 3.13.

y	x						n	$\bar{x}_j$
	x_1	x_2		x_i		x_m		
y_1	n_{11}	n_{21}		n_{i1}		n_{m1}	n_{y1}	$\bar{x}_1$
y_2	n_{12}	n_{22}		n_{i2}		n_{m2}	n_{y2}	$\bar{x}_2$
y_j	n_{1j}	n_{2j}		n_{ij}		n_{mj}	n_{yj}	$\bar{x}_j$
y_k	n_{1k}	n_{2k}		n_{ik}		n_{mk}	n_{yk}	$\bar{x}_k$
n_x	n_{x1}	n_{x2}		n_{xi}		n_{xm}	n	$\bar{x}$
$\bar{y}_i$	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$		$\bar{y}_i$		$\bar{y}_m$	$\bar{y}$	

Рис. 3.13. Структура корреляционной таблицы

При построении таблицы все возможные значения величин x и y разбиваются на интервалы равной длины: m интервалов по величине x и k интервалов по величине y. Середины интервалов обозначаются соответственно $x_i (1 \le i \le m)$ и $y_j (1 \le j \le k)$. Внутрь клеток таблицы вносится количество n_{ij} измерений, попадающих в соответствующие интервалы. Общее количество измерений, попадающих в интервал i по величине x, приводится в строке n_x. Общее количество измерений, попадающих в интервал j по величине y, приводится в столбце n_y и обозначается n_{yj}. Общее количество измерений будет $n=\sum_1^m n_{xi}=\sum_1^k n_{yj}$. Частные средние по строкам и столбцам будут равны.

$$\widetilde{x}_j=\frac{\sum_1^m x_i n_{ij}}{n_{yj}}; \tag{3.57}$$

$$\widetilde{y}_i=\frac{\sum_1^k y_j n_{ij}}{n_{xi}}. \tag{3.58}$$

Общие средние для величин x и y будут равны:

$$\overline{x}=\frac{\sum_1^k \widetilde{x}_j n_{yj}}{n}; \tag{3.59}$$

$$\overline{y}=\frac{\sum_1^m \widetilde{y}_i n_{xi}}{n}. \tag{3.60}$$

С помощью корреляционной таблицы легко определить также дисперсию в каждом столбце:

$$\sigma_{y_i}^2=\frac{\sum_1^{n_{xi}}\left(y_i-\widetilde{y}_i\right)^2 n_{ij}}{n_{xi}-1} \tag{3.61}$$

и в каждой строке:

$$\sigma_{x_j}^2=\frac{\sum_1^{n_{yj}}\left(x_j-\widetilde{x}_j\right)^2 n_{ij}}{n_{xi}-1}. \tag{3.62}$$

Для выбора числа интервалов m и k можно воспользоваться следующей рекомендацией:

$$0{,}55n^{0,4}<m(\text{или } k)<1{,}25n^{0,4}, \tag{3.63}$$

где n – общее количество измерений.

Кроме того, следует учесть, что большое число интервалов приведет к громоздким вычислениям, а малое – к искажению связи величин x и y. Так, при выборе всего двух интервалов любая криволинейная зависимость сведется к прямой. В то же время десятьдвенадцать точек $y=f(x)$ дают представление практически о любой кривой для инженерных задач.

Поскольку любые измерения сопровождаются некоторыми ошибками, то к ширине интервалов предъявляются следующие требования:

1) приращение y при изменении x на ширину интервала λ_i не должно искажать линию (поверхность) $y=f(x)$;

2) приращение y для соседних интервалов должно быть заметным;

3) ширина интервала должна быть больше погрешности измерения.

Ширина интервала может быть определена [19] по формуле Стэрджеса:

$$h=\frac{x_{\max}-x_{\min}}{1+3{,}322\lg n}, \tag{3.64}$$

где n – число измерений в исследуемом ряде.

П р и м е р. Пусть известны результаты измерений $y=f(x)$, при этом точность фиксирования величин y и x позволяет представить их в табл. 3.8.

Таблица 3.8

Результаты измерений y

y	x							n_y
	15	20	25	30	35	40	45	
3	4	3	2	1	–	–		10
6	4	6	4	6	–	–	–	20
9	4	6	6	6	8	–		30
12	–	3	4	6	8	4	5	30
15	–	–	2	1	8	7	7	25
18	–	–	–	–	8	8	14	30
21		–	–	–	–	7	8	15
24				–	–	4	6	10
27	–	–	–	–	–	–	5	5
n_x	12	18	18	20	32	30	45	175

Прочерки в клетках таблицы указывают на то, что в данных интервалах с соответствующими им средними x_i (15, 20, 25,...) и y_j (3, 6, 9,...) не оказалось ни одного измерения.

Для упрощения вычислений перейдем к условным единицам. Примем, что $x_0=30$ и $y_0=15$. Тогда по формулам (3.55) при известных величинах $h_x=5$ и $h_y=3$ получим $x_i'=(x_i-30)\cdot\dfrac{1}{5}$ и $y_j'=(y_j-15)\cdot\dfrac{1}{3}$.

В соответствии с этим табл. 3.8. представим в виде табл. 3.9, добавив в нее частные средние $\tilde{x}_j$ и $\tilde{y}_i$ для каждого из интервалов.

Таблица 3.9

Корреляционная таблица в условных единицах

y'	x'							n_y	$\tilde{x}'_j$
	−3	−2	−1	0	1	2	3		
−4	4	3	2	1				10	−2,00
−3	4	6	4	6	–	–	–	20	−1,40
−2	4	6	6	6	8	–	–	30	−0,73
−1		3	4	6	8	4	5	30	0,70
0			2	1	8	7	7	25	1,64
1					8	8	14	30	2,20
2	–	–	–		–	7	8	15	2,53
3	–	-	-	–	-	4	6	10	2,60
4							5	5	3,0
n_x	12	18	18	20	32	30	45	175	0,78
$\tilde{y}'$	−3	−2,5	−2	−2	0,5	1	1,4	−0,46	
$\tilde{y}_i$	6	7,5	9	9	13,5	18	19,2		

В табл. 3.9 приведены средние в условных единицах $\bar{x}'=0{,}78$ и $\bar{y}'=-0{,}46$. По зависимостям (3.56) получаем: $\bar{x}=30+5\cdot0{,}78=33{,}9$ и $\bar{y}=15+3(-0{,}46)=13{,}6$.

В нижней строке таблицы приведены частные средние для каждого столбца в реальных единицах. Для каждого из столбцов по формуле (3.61) можно определить дисперсию $\sigma^2_{y_i}$ и среднее квадратическое отклонение σ_{y_i}. Например, для столбца при $x'=3$ имеем:

$$\sigma^2_{y'_i}=\frac{(-1-1{,}4)^2\cdot5+(0-1{,}4)^2\cdot7+(1-1{,}4)^2\cdot14+(2-1{,}4)^2\cdot8+(3-1{,}4)^2\cdot6+(4-1{,}4)^2\cdot5}{45-1}=2{,}2$$

Среднее квадратическое отклонение будет равно $\sigma_{y'_i}=1{,}48$. Если необходимо эти величины представить в реальных единицах, то можно воспользоваться свойствами дисперсии (см. п. 3.3.3) и умножить $\sigma^2_{y'_i}$ на $h_y^2=9$, а величину $\sigma_{y'_i}$ – на $h_y=3$. В результате будет: $\sigma^2_{y_i}=19{,}8$ и $\sigma_{y_i}=4{,}45$.

4. АНАЛИЗ ОБЪЕКТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

4.1. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ. ПАРАМЕТРЫ И ФАКТОРЫ

При научных исследованиях в качестве объекта принимаются самые различные предметы, машины, модели, процессы и явления. Для полного представления объекта и возможности проведения с ним оптимально спроектированного эксперимента необходимо четко представить его свойства. В общем случае наибольший интерес представляют следующие свойства: сложность, управляемость, степень воспроизводимости результатов, уровень и достоверность априорных сведений об объекте исследования.

Сложность объекта определяется числом его различимых состояний в зависимости от различных входных величин. По этой характеристике объекты могут быть простыми, сложными или большими системами (деление это, конечно, условно).

Управляемым будет такой объект, который может быть переведен экспериментатором в любое различимое состояние, и экспериментатор сможет поддерживать его в этом состоянии в течение заданного времени с заданной точностью. Планирование эксперимента при неуправляемом объекте невозможно.

Объект будет иметь хорошую степень воспроизводимости результатов эксперимента, если разница в наблюдениях за объектом, находящимся в одном и том же различимом состоянии в различные моменты времени, менее некоторой наперед заданной величины. Высокая воспроизводимость результатов способствует проведению более точных исследований.

По уровню и достоверности априорных сведений об объекте исследования обычно имеется некоторое промежуточное состояние между полным отсутствием априорной информации (абсолютное незнание предмета исследования – экспериментатор взялся за решение несвойственной ему задачи) и полным знанием объекта исследования (поставленная задача уже решена).

Одним из основных элементов процесса исследования является формулировка цели исследования. Количественную характеристику цели исследования будем в дальнейшем называть параметром явления или процесса. Параметр должен удовлетворять следующим требованиям:

измерять эффективность процесса или работы изделия;

иметь количественную характеристику (если в обычном применении он качественный, то его надо преобразовать в количественный);

быть однозначным, то есть каждому состоянию объекта должно соответствовать только одно (с допустимым разбросом) значение параметра;

быть статистически эффективным (должен иметь минимально возможную при данных условиях дисперсию);

быть простым с ясным физическим смыслом;

быть единственным;

иметь ограниченную область определения;

иметь экономическую природу.

Естественно, что далеко не каждый параметр может удовлетворять всем указанным требованиям, однако необходимо удовлетворение большинству из них.

Количественных характеристик может быть несколько, но решение многопараметрической задачи приводит к значительным трудностям, а иногда и вообще к невозможности решения. В связи с этим при формулировке задачи желательно уменьшать число параметров (в лучшем случае до одного), характеризующих объект исследования. Рекомендуются следующие способы уменьшения числа параметров:

переформулировка задачи;

разделение общей задачи на простые однокритериальные;

исключение параметров на основе оценки коэффициента корреляции между параметрами.

Если коэффициент корреляции между двумя параметрами высок, то один из них можно исключить из рассмотрения, так как он в принципе не несет никакой дополнительной информации. Исключить следует тот параметр, который технически труднее измерить, или тот, физический смысл которого менее ясен. Кроме того, желательно оставлять для анализа тот параметр, дисперсия которого меньше. Поскольку этот способ предполагает наличие проведенных экспериментов, то в процессе исследования можно рекомендовать измерение всех параметров, а исключение их производить на этапе обработки результатов эксперимента.

Фактором будем называть переменную величину, от которой зависит состояние объекта исследования. При планировании эксперимента к факторам предъявляются следующие требования:

1. Фактор должен быть измеримым, даже если он качественный.

2. Фактор должен иметь ограниченную область определения (при необходимости можно преобразовать измерение фактора; например, представлять его в относительных величинах).

3. Точность измерения фактора должна быть известной, хотя особых ограничений на нее не накладывается. При более высокой точности, естественно, будет быстрее получен результат с заданной достоверностью. От точности измерения факторов зависят длины интервалов их варьирования.

4. Между факторами должна отсутствовать корреляция, то есть мы должны иметь возможность установить фактор на любой уровень вне зависимости от уровня других факторов. В связи с этим часто говорят об управляемости факторами.

5. Факторы должны быть совместимы в заданной области определения (сочетание принятых уровней факторов не должно приводить, например, к разрушению объекта исследования).

Иногда вместо отдельных простых факторов применяют сложные, включающие в себя сразу несколько простых факторов. В качестве примеров сложных факторов можно назвать площадь (вместо длины и ширины), коэффициент использования металла (энергетическая характеристика машины, отнесенная к ее весу), критерии подобия и другие. Удачный выбор сложных факторов может существенно уменьшить их общее число и упростить процесс исследования.

4.2. ОДНОФАКТОРНЫЕ И МНОГОФАКТОРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для исследования объектов чаще всего необходимо проводить эксперименты. Иногда можно воспользоваться результатами экспериментов, проведенными ранее другими экспериментаторами.

Организационно эксперименты можно проводить или по схеме наблюдения, или по схеме эксперимента [20]. По схеме наблюдения экспериментатор обычно условий опыта не создает, а лишь пассивно регистрирует результаты и конкретные сочетания факторов, которые обнаружатся в его опыте. Это так называемые пассивные эксперименты. По схеме эксперимента уровни факторов и их сочетания строго регламентируются самим экспериментатором. Это так называемые активные эксперименты. Именно активные эксперименты можно планировать, поэтому в дальнейшем будем рассматривать только эту группу экспериментов.

Результаты исследований всегда содержат ошибки наблюдения. Задача экспериментатора заключается в том, чтобы эти ошибки были возможно меньшими. В общем случае можно назвать следующие пути уменьшения ошибок при экспериментировании:

усовершенствование техники эксперимента, инструментов и приборов, с помощью которых проводится исследование;

увеличение числа опытов путем их многократного повторения (как известно, ошибка среднего значения наблюдаемой величины обратно пропорциональна корню квадратному из числа наблюдений);

проектирование такого порядка проведения экспериментов, который уменьшал бы ошибку исследования без существенного увеличения числа опытов.

Значительные экономические выгоды последнего пути уменьшения ошибок исследования и явились одной из побуждающих причин возникновения теории планирования эксперимента. Кроме того, современные исследования ведутся при изучении сложных (больших, плохо организованных, диффузных) систем, требующих принципиально нового подхода к их анализу.

До начала XX века в практике использовалась преимущественно методология однофакторного эксперимента. Исследователям удавалось представлять изучаемые процессы в виде хорошо интерпретируемых связей, выражавшихся чаще всего в дифференциальной форме. Эти связи принимались в качестве законов Экспериментатор при их проверке полагал, что может с любой степенью точности стабилизировать все влияющие на результат независимые переменные с целью выделения влияния только одного изучаемого фактора.

Однако при изучении сложных систем, зависящих от большого числа факторов, исследователи столкнулись со случаями, когда не удается стабилизировать все влияющие факторы на зафиксированных уровнях. Следовательно, представлять такие явления или процессы в виде строгих закономерностей стало затруднительно. Вполне приемлемым выходом из этого затруднения является переход от законов к моделям.

Как указывает В. В. Налимов [7], можно назвать следующие разновидности математических моделей.

1. Эскизная модель. Задается набором дифференциальных уравнений, каждое из которых описывает лишь отдельные стороны изучаемого явления. Возможные взаимодействия между отдельными процессами сложной системы не рассматриваются, и вся система в целом не описывается. Такие модели помогают лучше представить всю систему в целом. Их достоинство - привычный для большинства язык дифференциальных уравнений. Однако относиться серьезно к экспериментальной проверке таких моделей

нельзя. Даже хорошее совпадение модели с опытом еще не говорит о правильности модели, ибо подготовленный исследователь может предложить и другие модели данного явления, которые тоже не будут противоречить опыту.

2. Программная модель. Представляет собой набор программ для ЭВМ. Следует иметь в виду, что даже для мощных ЭВМ перебрать все варианты сложной задачи невозможно из-за большой длительности решения. Наложение ограничений на перебор вариантов – важнейший элемент программной модели. Рациональное определение этих ограничений может существенно улучшить данный тип модели. Большую работу в данном направлении вела лаборатория под руководством экс-чемпиона мира по шахматам М. М. Ботвинника.

3. Комбинированная модель. При ее создании используются как результаты проведенных ранее статистических исследований, так и математические модели отдельных сторон исследуемого явления, заданные дифференциальными уравнениями. Для этих моделей не стремятся получить полную адекватность модели и реальности, ибо их чаще всего строят только для предсказания поведения диффузной системы в некоторых изменяющихся условиях или для выработки стратегии поведения при управлении сложной системой (например, при вспышке гриппа).

4. Полиномиальная модель. Представляет собой полином с множеством входящих в него независимых переменных:

$$y = f(x_1; x_2; x_3;...; x_n). \tag{4.1}$$

Величины x_i можно считать входами в "черный ящик", а y – выходом из него (рис. 4.1). Такая аналогия напрашивается потому, что данная модель не раскрывает механизма исследуемого явления. Коэффициенты полинома зависят от типа выбранного полинома и познавательной ценности не представляют, хотя и могут быть случаи, когда анализ полинома позволяет судить о механизме исследуемого явления. Ценность полиномиальной модели в ее полезности при решении экстремальных задач, она очень удобна для вычислений, легко оценивается степень адекватности модели и результатов эксперимента.

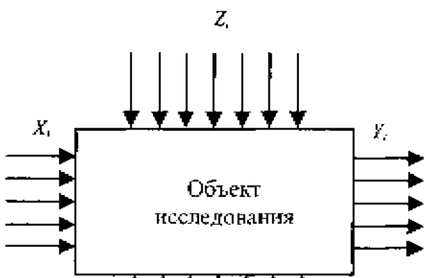


Рис. 4.1. Схема "черного ящика": X_i – изменяемые факторы, Z_i – факторы, которые исследователь не имеет возможности изменять, V_i – заведомо малозначащие факторы, Y – выходы процесса

Особенностью всех моделей является то, что они не однозначны. Каждый исследователь может выбрать не только указанную выше разновидность модели, но и предложить несколько вариантов данной разновидности. При этом каждая из моделей может быть в некотором смысле наиболее рациональной. Какую же модель выбирать? Это зависит от цели создания модели, от объекта исследования, от наших знаний об объекте исследования, от имеющихся возможностей.

Далее будем рассматривать только полиномиальные модели. Для их получения необходимо проводить статистическую обработку экспериментальных данных, которые можно иметь лишь в результате соответствующих опытов.

Как указывалось выше, для сложных систем не всегда возможно проведение однофакторных экспериментов. Однако и для более простых случаев однофакторные эксперименты нецелесообразны. Покажем это на следующих примерах.

Пример 1. Необходимо взвесить три предмета (А, Б, В), сделав четыре операции.

Традиционный способ (однофакторные эксперименты) заключается в следующем: сначала определяется нулевая точка весов при холостом взвешивании, а потом взвешивается каждый предмет в отдельности (определяем зависимость от каждого фактора – предмета).

Схему взвешивания можно изобразить табл. 4.1.

Таблица 4.1

Схема взвешивания

№ опыта	Предметы			Результат взвешивания
	А	Б	В	
1	–1	–1	–1	y_1
2	+1	–1	–1	y_2
3	1	+1	–1	y_3
4	–1	–1	+1	y_4

В таблице "+1" означает, что предмет положен на весы, "–1" – предмет отсутствует. Вес какого-либо предмета, например, A, будет $A = y_2 - y_1$. Дисперсия результатов взвешивания, определяющая собой ошибку эксперимента, будет равна (считая ошибку каждого взвешивания одинаковой и равной $\sigma[A]$):

$$\sigma^2[A] = \sigma^2[y_2 - y_1] = 2\sigma^2[y].$$

При многофакторных исследованиях, как указывает В. В. Налимов [7], схему взвешивания можно принять в следующем виде (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Схема взвешивания

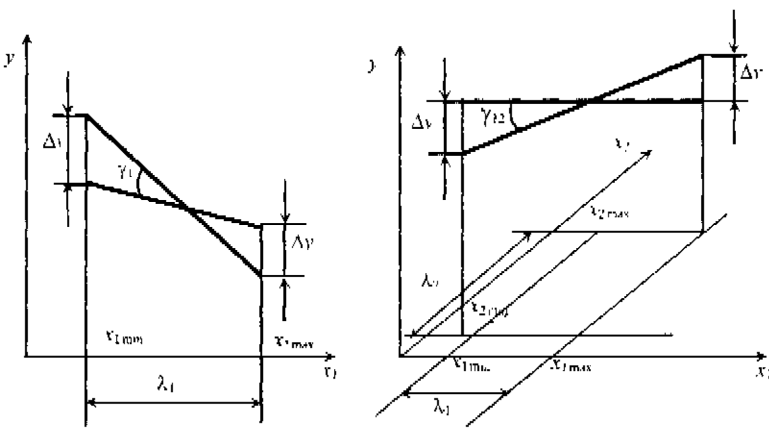
№ опыта	Предметы			Результат взвешивания
	А	Б	В	
1	+1	+1	+1	y_1
2	+1	−1	−1	y_2
3	−1	+1	−1	y_3
4	−1	−1	+1	y_4

Вес предмета будет равен $A = \dfrac{y_1 + y_2 - y_3 - y_4}{2}$.

Дисперсия результатов взвешивания при этом:

$$\sigma^2[A] = \sigma^2\left[\frac{y_1 + y_2 - y_3 - y_4}{2}\right] = \frac{1}{4}\sigma^2[y_1 + y_2 - y_3 - y_4] = \sigma^2[y].$$

Из приведенного примера видно, что при том же самом числе опытов за счет изменения плана эксперимента дисперсия результатов взвешивания уменьшилась в два раза. Это объясняется тем, что при определении веса объекта во втором случае используются результаты всех четырех взвешиваний, а не двух, как при однофакторных исследованиях.



а *б*

Рис. 4.2. Определение положения прямой в пространстве

Пример 2. Определить ошибку положения прямой в пространстве.

При известных размахе $\lambda_1 = x_{1max} - x_{1min}$ и точности измерения параметра Δy ошибка положения прямой $y = f(x_1)$ определяется углом γ_1 (рис. 4.2, *а*).

Введем новый фактор x_2 с размахом $\lambda_2 = x_{2max} - x_{2min}$ и построим новую прямую $y = f(x_1; x_2)$, показанную на рис. 4.2, *б*.

Из рисунка видно, что при тех же самых величинах Δy и λ_1 угол $\gamma_{12} < \gamma_1$, то есть положение прямой в пространстве стало определяться с меньшей ошибкой. Очевидно, что при увеличении числа факторов (x_3, x_4, ...) ошибка будет становиться все меньше. Если все λ_i равны, то ошибка в определении положения прямой в пространстве будет обратно пропорциональна $\sqrt{n}$ (n – число факторов).

Этот пример показывает, что при многофакторных исследованиях общее факторное пространство используется полнее, следовательно, результаты получаются точнее, чем при однофакторных экспериментах.

Пример 3. Определить положение минимума неизвестной функции $y = f(x; z)$, если известно, что x изменяется в пределах от –7 до +3, а z – в пределах от –4 до +6.

Пользуясь методикой однофакторных экспериментов, выбираем некоторую среднюю величину $Z=0$ и меняем величины X. В результате экспериментов получили следующие данные (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Результаты однофакторных экспериментов

X	–7	–5	–3	–1	1	3
Y	63	25	3	–3	7	33

Поскольку минимум получен при $X=-1$, то, по методике однофакторных экспериментов, стабилизируем величину $X=-1$ и проводим эксперименты, варьируя величиной Z, в результате чего получаем следующие данные (табл. 4.4).

Таблица 4.4

Результаты однофакторных экспериментов

Z	–4	–2	0	2	4	6
Y	61	17	–3	1	29	81

Из проведенных экспериментов можно сделать вывод, что $y_{min} = -3$ и будет получен при $x = -1$ и $z = 0$.

Однако такой вывод не соответствует истинному решению. Дело в том, что численные значения Y, приведенные в табл. 4.3 и 4.4, получены при решении взятого нами заранее выражения $y = 2x^2 + 5x + 3z^2 + 4xz$ (при проведении экспериментов данный факт, в принципе, неизвестен). Если проводить многофакторный эксперимент (изменять одновременно факторы x и z) и предположить, что его результаты будут соответствовать указанному выше выражению для y, то тогда их можно представить в табл. 4 5

Таблица 4 5

Результаты многофакторных экспериментов

z	x					
	7	–5	–3	1	1	3
–4	223	153	99	61	39	33
–2	131	77	39	17	11	21
0	63	25	3	-3	7	33
2	19	-3	–9	1	27	69
4	–1	7	3	29	71	129
6	3	13	39	81	139	213

Как видно из табл. 4.5, $y_{min} = -9$ при $x = -3$ и $z = 2$, что отличается от сделанного ранее по результатам однофакторного эксперимента вывода. Следовательно, результаты однофакторных экспериментов могут быть не только не точны, но и неправильны.

Итак, приведенные нами примеры показывают, что многофакторные эксперименты точнее однофакторных при равном их числе, полнее используют факторные пространства и способствуют устранению ошибки по определению области оптимума.

Вполне естественным кажется стремление произвести полный многофакторный анализ, то есть поставить такой эксперимент, при котором подверглось бы испытанию каждое из возможных сочетаний факторов при всех возможных уровнях факторов Однако легко видеть, что число испытаний при этом будет резко возрастать при росте числа факторов и числа используемых уровней факторов.

При n уровнях k факторов в случае m повторений при каждом сочетании уровней общее число экспериментов будет:

$$N = m \cdot n^k \tag{4.2}$$

Это может оказаться неприемлемым как по экономическим, так и по временным соображениям.

Таким образом, возникает необходимость провести эксперименты так, чтобы при наименьших затратах получить максимум информации об изучаемом явлении. С этой целью следует, с одной стороны, уменьшить учитываемое число факторов, а с другой стороны – не потерять точность полученных результатов, сделать ее приемлемой.

4.3. ОТСЕИВАНИЕ ФАКТОРОВ

Число факторов, определяющих состояние объекта исследования, может быть очень большим. Однако очевидно, что при увеличении числа факторов резко возрастает число необходимых опытов при исследовании того или иного процесса. Следовательно, необходимо принять меры для уменьшения числа факторов, включаемых в исследование.

При планировании эксперимента необходимо сначала составить перечень всех возможных факторов, не боясь большого их числа. Лучше включить в список заведомо малозначащий фактор, чем пропустить фактор, который может оказаться значимым, ибо решение задачи без такого фактора будет далеким от действительности. После составления перечня факторов производят отсеивание несущественных факторов, то есть отнесение их к так называемому шумовому полю. Рассмотрим некоторые методы отсеивания малозначащих факторов.

Априорное отсеивание. Априорное отсеивание предполагает высокий уровень знаний об объекте исследования лица, принимающего решение. Основываясь на проведенных ранее исследованиях данного или аналогичных ему объектов, исследователь самостоятельно решает вопрос о несущественности влияния тех или иных факторов. Если есть сомнения относительно роли какого-либо фактора, то его следует оставить для проведения дальнейших экспериментов.

Ранговый метод. Суть метода в его простейшем варианте заключается в следующем. Составляется перечень всех факторов, влияющих на объект исследования, и указываются области определения каждого фактора в данном исследовании. Перечень факторов предлагается различным специалистам в данной области науки и техники (экспертам), которые должны дать порядковый номер (ранг) каждому фактору в порядке убывания степени их влияния на выбранный объект оптимизации, считая первым наиболее важный фактор. К опросу следует привлекать экспертов, принадлежащих к возможно большему числу различных школ в данной области. Это даст возможность избежать одностороннего подхода к оценке рассматриваемого объекта исследования.

Результаты опроса экспертов необходимо представить в виде матрицы рангов (табл. 4.6)

Таблица 4 6

Матрица рангов

Эксперты	Факторы и области их определения				
	X_1	X_2	X_3		X_n
1					
2					
3					
...					
Сумма рангов S_i	.	..	..	...	..

Чем меньше сумма рангов данного фактора, тем более высокое место занимает он в средней ранжировке, поэтому по величинам S_i можно судить о порядке убывания важности факторов. Для наглядности суммы рангов можно изобразить на графике, подобном изображенному на рис. 4.3.

Если суммы рангов примерно одинаковы для всех факторов, то все они должны включаться в дальнейшее экспериментальное исследование.

Если падение степени влияния факторов плавное, то это означает, что различие между факторами эксперты делают неуверенно.

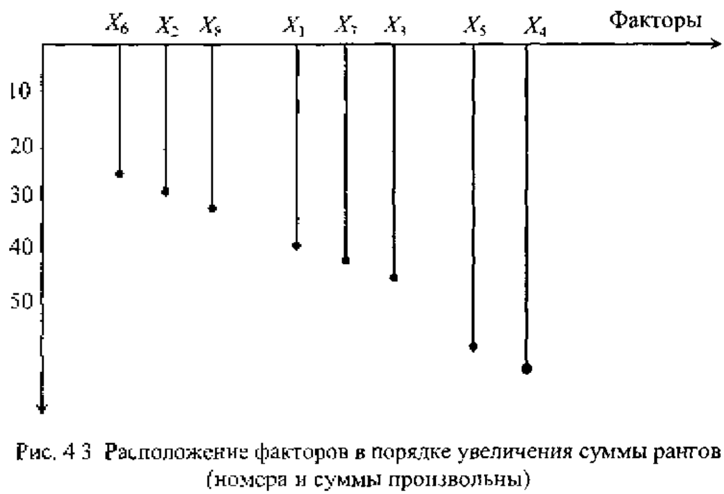


Рис. 4 3 Расположение факторов в порядке увеличения суммы рангов (номера и суммы произвольны)

В этом случае, если есть возможность, в дальнейшие эксперименты следует включать все факторы.

На графиках, подобных изображенному на рис. 4.3, довольно часто суммы рангов по отдельным факторам составляют несколько групп. Так, на рис. 4.3 заметно наличие трех групп (факторы X_6, X_2, X_8, а также X_1, X_7, X_3 и X_5, X_4). Отсеивание малозначащих факторов в этом случае может зависеть от суммы имеющихся материальных ресурсов для проведения дальнейших исследований. Например, при достаточно высоком материальном обеспечении малозначащими можно считать X_5 и X_4. При ограниченных возможностях к малозначащим факторам, к их исключению из дальнейших исследований, видимо, придется отнести также факторы X_1, X_7 и X_3.

Если на графике (рис. 4.3) будет наблюдаться существенное падение степени влияния факторов, то возможно выделение среди них и, соответственно, отсеивание малозначащих факторов, что приводит к значительному упрощению дальнейших экспериментов.

Степень согласованности мнений экспертов оценивается коэффициентом конкордации, изменяющимся от 0 до 1:

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{1}^{n}\left(S_i - \overline{S}\right)^2}{m^2 \cdot \left(n^3 - n\right)}, \tag{4.3}$$

где n – число факторов;

m – число опрошенных экспертов;

S_i, $\overline{S}$ – текущие суммы рангов и их средняя.

$W = 1$ означает, что все эксперты дали одинаковые ранжировки;

$W = 0$ означает, что связь между ранжировками отсутствует.

Для оценки значимости коэффициента конкордации можно [21] использовать χ^2-распределение, если $n \geq 10$ (при $n < 10$ используются специальные таблицы). С этой целью вычисляется критическое значение:

$$\chi_{кр}^{2} = m \cdot (n-1) \cdot W \tag{4.4}$$

и сравнивается с табличным (табл. 9 Приложения) при числе степеней свободы $f = n - 1$. Если вычисленное значение $\chi_{кр}^{2}$ больше табличного, то с заданным уровнем согласие экспертов будет значимым.

Если эксперты ставят какие-то факторы на одно место (дают одинаковый ранг), то в матрице рангов для таких факторов надо проставлять их среднее значение. При этом сумма рангов в ряду должна быть равна:

$$\sum_{1}^{m} x_i = \frac{n(n+1)}{2}. \tag{4.5}$$

В случае большого числа факторов эксперт не всегда может расставить факторы по мере убывания степени их влияния. Кроме указанного усреднения рангов, можно пользоваться и другими методами, например, методом парных сравнений.

При использовании метода парных сравнений эксперт сравнивает каждую пару факторов, отдавая предпочтение одному из них. Таким образом, число сравнений каждого эксперта должно быть равно числу сочетаний из числа n факторов по $2(C_n^2)$. Результаты сравнений факторов, произведенные всеми экспертами, надо свести в суммарную матрицу парных сравнений, структура которой показана в табл. 4.7.

Таблица 4.7

Матрица парных сравнений

Факторы	Факторы						Суммы	Ранг (место фактора)
	X_1	X_2		X_i	...	X_n		
X_1	–	Z_{12}	.	Z_{1j}	...	Z_{1n}	$\sum Z_{1j}$	
X_2	Z_{21}	–	.	Z_{2j}	..	Z_{2n}	$\sum Z_{2j}$	
		..	...	.	..	.		
X_i	Z_{i1}	Z_{i2}			..	Z_{in}	$\sum Z_{ij}$	
.		..	..	.	..	...	.	
X_n	Z_{n1}	Z_{n2}	.	Z_{nj}			$\sum Z_{nj}$	

Число Z_{ij} в суммарной матрице означает, сколько экспертов (из общего их числа m) отдали предпочтение i-му фактору по сравнению с j-м. Таким образом, в таблице должно выполняться условие:

$$Z_{ij} + Z_{ji} = m\ . \tag{4.6}$$

Чем больше сумма $\sum Z_{ij}$, тем существеннее является i-й фактор.

Коэффициент согласия экспертов может [21] определяться по формуле:

$$V = \frac{4Q}{m(m-1)n(n-1)}\ . \tag{4.7}$$

Для определения Q необходимо преобразовать суммарную матрицу парных сравнений так, чтобы факторы в строках таблицы были расположены по мере убывания их сумм $\sum Z_{ij}$. Тогда:

$$Q = \sum_{i,j}^{n}\left(Z_{ij}\right)^2 - m\sum_{i,j}^{n}\left(Z_{ij}\right) + C_m^2 \cdot C_n^2\ , \tag{4.8}$$

где суммирование производится только по ячейкам матрицы, лежащим ниже главной диагонали.

Для оценки значимости коэффициента V вычисляется величина.

$$\chi_{\text{кр}}^2 = \frac{4}{m-2}\left\{Q - \frac{1}{2}C_n^{\ 2} \cdot C_m^{\ 2} \cdot \frac{m-3}{m-2}\right\} \tag{4.9}$$

и сравнивается с табличной (табл. 9 Приложения) при степени свободы:

$$f = C_n^{\ 2} \cdot \frac{m(m-1)}{(m-2)^2}. \tag{4.10}$$

Если $\chi_{\text{кр}}^2$ больше табличного, то с заданным уровнем значимости согласие экспертов относительно полученной суммарной ранжировки является неслучайным.

Недостатки рангового метода (как всякого анкетного опроса) могут быть двух типов:

1) отвечающий может отнестись недостаточно серьезно к своим ответам;

2) вопросы, сформулированные в предлагаемом экспертам перечне, могли быть некорректными, содержащими не все данные или подталкивающими к определенному ответу.

Однако применять ранговый метод, конечно, необходимо во всех случаях, ибо его применение не требует проведения эксперимента. Даже если в каком-то конкретном случае ничего не решим при помощи этого метода, то он все равно поможет оценить сложность решаемой задачи.

Метод случайного баланса. Метод случайного баланса полностью основывается на проведении серии отсеивающих экспериментов, план которых имеет следующие особенности. Общее число опытов с целью обеспечения примерного равенства верхних и нижних уровней факторов принимается достаточно большим (20–32) и, как правило, кратным четырем, при этом число факторов может превышать число опытов. Каждый фактор испытывается на двух уровнях. Сочетание уровней отдельных факторов определяется случайным образом (например, из таблицы случайных чисел берутся подряд все числа; каждому нечетному соответствует верхний уровень некоторого фактора, каждому четному – нижний уровень). Требуемое иногда ограничение равенства верхних и нижних уровней по каждому фактору нарушает случайность сочетания уровней факторов.

Структура матрицы планирования экспериментов по методу случайного баланса представлена в табл. 4.8 (данная конкретная схема позволяет оценить 10 линейных и 45 парных взаимодействий). Верхнему уровню факторов в таблице соответствует знак "+",

Таблица 4 8

Матрица планирования по методу случайного баланса

№ опыта	Факторы										
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	Y
1	–		+	–	+		+	-	+	–	Y_1
2	+	+	–	+	+	+	–	–	+	+	Y_2
3	–	+	–	+	–	–	+	–	–	+	Y_3
4	+	+	–	+	–	+	–	+	–	–	Y_4
5	+		–	-	–	+	+	–	+	-	Y_5
...	...	..	...	...	...		...	..	...	.	.
...	...	.	...	...	..	.	...	.	..	..	...
n–1	–	+	+	+	–	+	+	+		–	Y_{n-1}
n	–	–	+	+	–	+	–	+	–	+	Y_n

нижнему – знак "–". В колонке "Y" необходимо записывать результаты проведенных экспериментов.

В случае оценки парных взаимодействий факторов понятие верхнего и нижнего уровней становится условным, так как знак парного взаимодействия получается путем алгебраического перемножения знаков отдельных уровней.

Обработку результатов отсеивающих экспериментов удобно анализировать с помощью диаграмм рассеяния по отдельным факторам, вид которых показан на рис. 4.4.

По разности медиан Δ_1 и количеству выделяющихся точек можно выделить наиболее значимый (доминирующий) фактор или парное взаимодействие факторов. Доминирующих факторов может

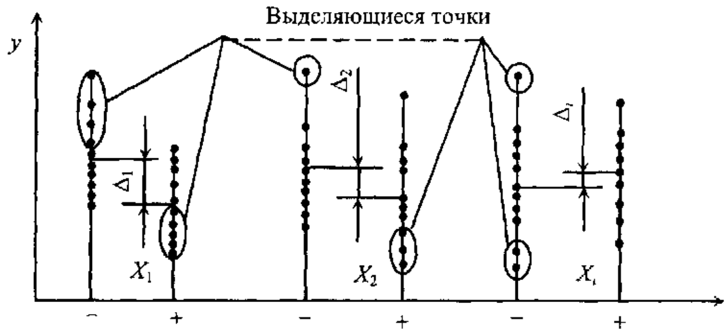


Рис. 4.4 Обработка диаграмм рассеяния

быть один или несколько. Именно их и необходимо включить в дальнейшие исследования.

При большом количестве факторов может возникнуть необходимость поэтапного выделения доминирующих факторов. Если выделять их по одному, то в колонке "Y" табл. 4.8 надо произвести корректировку результатов экспериментов, пользуясь зависимостью:

$$y_j^{кор} = y_j - \Delta_i , \tag{4.11}$$

где Δ_i – разность между медианами результатов при верхнем и нижнем уровнях доминирующего фактора (может быть и положительной, и отрицательной величиной).

Корректировку производить только для результатов экспериментов, полученных при верхнем уровне доминирующего фактора. После корректировки можно снова выделять линейные эффекты оставшихся факторов и их парных взаимодействий, строя диаграммы рассеяния по скорректированным результатам экспериментов.

Проделав корректировку несколько раз, можно выделить все доминирующие факторы.

Корректировку результатов можно производить и одновременно для нескольких первоначально выделенных доминирующих факторов. В этом случае величина, на которую корректируются результаты каждого опыта, может оказаться различной (от 0 до суммы всех Δ_i доминирующих факторов).

Процесс выделения доминирующих факторов можно продолжать произвольно долго. Для остановки выделения факторов может [21] служить F – критерий Фишера:

$$F = \frac{S_m^2}{S^2} , \tag{4.12}$$

где S_m^2 – оценка дисперсии результатов эксперимента относительно их среднего арифметического на некотором m-м шаге выделения;

S^2 – оценка дисперсии ошибок наблюдения, вычисляемая по результатам нескольких параллельных опытов при каких-либо одних условиях опыта.

Если F-критерий по формуле (4.12) больше табличного, то с заданной статистической надежностью p следует продолжать процедуру выделения доминирующих факторов. Табличные значения F-критерия приведены в табл. 10 Приложения (f_1 – число степеней свободы для числителя в формуле (4.12); f_2 – число степеней свободы для знаменателя).

Могут быть случаи, когда вместо отсеивания факторов необходимо вводить дополнительные переменные. Например, некоторое сырье поступает с четырех предприятий. Особенности технологических процессов получения сырья на каждом предприятии могут быть различны, но количественно трудно описуемы. В этом случае данные предприятия можно закодировать в виде двух фиктивных переменных с уровнями, показанными в табл. 4.9.

Таблица 4.9

Введение фиктивных переменных

Предприятие	Фиктивные переменные	
	X_1	X_2
1	1	0
2	1	1
3	0	0
4	0	1

При планировании эксперимента полагают, что во всех экспериментальных точках дисперсия параметра однородна. Если возникают сомнения в однородности дисперсии параметра для всей области исследования, необходимо произвести проверку с помощью одного из статистических критериев однородности. Чаще всего [22] для этих целей используют критерий Кохрена (G – отношение) – отношение максимальной дисперсии к сумме дисперсий во всех K опытных точках:

$$G = \frac{\sigma^2_{max}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + ... + \sigma_k^2}. \tag{4.13}$$

В этом случае необходимо ставить несколько параллельных опытов во всех (или в нескольких наиболее сомнительных) районах области определения и вычислять эмпирические дисперсии σ_1^2, σ_2^2 ... в них. Можно также использовать для оценки однородности результаты проводившихся ранее аналогичных экспериментов. Получившееся в таблице обработки наблюдений отношение G сравнивается с табличным (табл. 11 Приложения, в которой K_1 – число экспериментальных точек; $K_2 = m - 1$; m – число опытов в точке). Если оно больше табличного, то с заданной статистической надежностью принимается гипотеза о неоднородности дисперсии параметра.

Специфическим методом отсеивания параметров или факторов может быть, как указано в п. 4.1, оценка связи между рассматриваемыми величинами. Когда ведут речь о связях между величинами y и x, то понимают под этими величинами любое их проявление: это могут быть два параметра, характеризующих какое-либо явление или процесс; два фактора, от которых зависит протекание процесса; фактор x и зависящий от него параметр процесса.

В технике и естествознании часто решают, как однозначно определить значение y в зависимости от возможных значений x, находят $y=f(x)$. Это будет функциональная зависимость между величинами y и x.

В реальных условиях большинство явлений природы происходит в обстановке действия многочисленных факторов, при этом влияние каждого из них может быть и невелико. В этом случае зависимость $y=f(x)$ может быть далеко не однозначной, речь может идти лишь о так называемой *статистической* связи, когда при изменении, например, величины x величина y лишь имеет тенденцию к изменению, то есть меняется ее распределение. При сильной связи между величинами она, в пределе, может приближаться к функциональной, даже становиться ею. Другой крайний случай – полная независимость величин.

Статистическую связь наглядно иллюстрируют любые таблицы распределения. Например, табл. 3.8 или табл. 4.10, взятая из [13, с. 36]. В случае, если одну из величин можно представить в виде непрерывной величины, то такая связь называется *стохастической*. В дальнейшем для простоты все виды таких связей будем называть статистическими.

Табличное представление статистической связи не позволяет оценить ее в виде какого-либо критерия. Если такая оценка необходима, можно воспользоваться выборочным коэффициентом корреляции (относящимся к данной выборке), который определяется по формуле:

$$r_{y/x} = \frac{\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}}, \tag{4.14}$$

где n – общее количество экспериментов (или регистрируемых величин);

$\bar{x}$, $\bar{y}$ – средние величины x и y в данной выборке;

σ_x^2, σ_y^2 – соответствующие дисперсии.

Таблица 4.19

Распределение крепости хлопчатобумажной пряжи (x_1), удлинения (x_2)

X_1, н	X_2, %												Σ
	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	
1,25		1											1
1,50	1	2	2										5
1,75	1	3	6	7	5	1							23
2,00	1	2	9	16	19	8	3	1					59
2,25		1	5	21	34	42	24	7					134
2,50			2	12	29	58	66	32	4				203
2,75				4	12	44	73	56	19	4			212
3,00					5	16	42	60	43	11	2		179
3,25					1	4	17	37	34	14	6	1	114
3,50						1	3	10	14	17	5	1	51
3,75								2	4	5	3	1	15
4,00									1	1	1		3
4,25										1			1
Σ	3	9	24	60	105	174	228	205	119	53	17	3	1000

Как показывает практика, выборочный коэффициент корреляции удобнее вычислять по равносильной формуле:

$$r_{y/x} = \frac{\sum_{1}^{n} x_i y_i - n\overline{x}\overline{y}}{\sqrt{\left(\sum_{1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2\right)\left(\sum_{1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2\right)}}. \tag{4.15}$$

Выборочный коэффициент корреляции, как и коэффициент корреляции генеральной совокупности, обладает следующими свойствами:

1) $r_{y/x} = r_{x/y}$. Это означает, что он оценивает лишь связь между величинами x и y вне зависимости от того, какую из них принимают в качестве независимой величины;

2) по абсолютной величине он не превосходит единицы:

$$-1 \le r_{y/x} \le +1. \tag{4.16}$$

Крайние значения выборочного коэффициента корреляции $r_{y/x} = \pm 1$ соответствуют функциональной связи между x и y с прямой (+) или обратной (–) связью;

3) величина выборочного коэффициента корреляции не зависит от начала отсчета величин x и y и от масштаба их измерения. Это дает право использовать для его вычисления условные единицы x' и y' (см. п. 3.3.6);

4) выборочный коэффициент корреляции позволяет обоснованно судить лишь о наличии линейной связи между x и y. При нелинейной связи $r_{y/x}$ может быть близок к нулю (или равен ему), но это означает лишь отсутствие линейной связи.

Оценить значимость выборочного коэффициента корреляции можно, используя критерий Стьюдента:

$$t = \frac{|r_{y/x}|}{\sqrt{1 - r_{y/x}^{2}}} \sqrt{n-2}\,. \tag{4.17}$$

Если вычисленная величина t больше табличного $t_{табл}$ (табл. 8 Приложения) при выбранном уровне значимости p (см. п. 3.3.5) и степени свободы $f = n-2$, то можно утверждать, что с принятым уровнем значимости гипотеза о наличии линейной связи величин не отвергается.

Доверительные границы для выборочного коэффициента корреляции определяются по формуле:

$$r_{y/x} - k_{\beta}\frac{1 - r_{y/x}^{2}}{\sqrt{n}} \le r \le r_{y/x} + k_{\beta}\frac{1 - r_{y/x}^{2}}{\sqrt{n}}\,. \tag{4.18}$$

Для определения величины k_{β} см. п. 3.3.5.

При увеличении n ошибка в определении доверительных границ уменьшается (при $n = 50$ она будет порядка 1 %).

Пример. Найти выборочный коэффициент корреляции, оценить его и определить доверительные границы коэффициента для приведенных в табл. 4.10 данных.

В результате вычислений при $\overline{x}_1 = 2{,}72$, $\overline{x}_2 = 7{,}98$ и $n = 1000$ имеем $r_{x_1/x_2} = 0{,}75$, в результате критерий Стьюдента равен $t = 35{,}8$, что существенно выше табличного значения даже при $p = 0{,}001$. Следовательно, с вероятностью выше 0,999 можно утверждать, что гипотеза о линейной связи x_1 и x_2 не отвергается. Для определения k_{β} с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}999$ входим в табл. 6 Приложения с $\Phi(y) = 0{,}4995$ и получаем $y = k_{\beta} = 3{,}30$.

Тогда, $k_{\beta}\dfrac{1 - r_{y/x}^{2}}{\sqrt{n}} = 3{,}30 \cdot \dfrac{1 - 0{,}75^{2}}{\sqrt{1000}} = 0{,}046\,.$

Следовательно, доверительными границами при такой вероятности будут величины 0,704 и 0,796.

$$0{,}704 \le r \le 0{,}796\,.$$

Если связь между двумя величинами нелинейная, то оценку этой связи рекомендуется [13] производить с помощью *корреляционного отношения*. Корреляционным отношением y и x называется отношение межгруппового среднего квадратического отклонения переменной y к ее общему среднему квадратическому отклонению.

Удобнее определять корреляционное отношение, используя межгрупповую дисперсию δ_y^2 и общую дисперсию σ_y^2:

$$\eta_{y/x} = \sqrt{\frac{\delta_y^2}{\sigma_y^2}}. \qquad (4.19)$$

Общую дисперсию переменной Y обычно определяют по формуле:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_1^n (y_i - \bar{y})^2 n_{xi}}{n}, \qquad (4.20)$$

межгрупповую – по формуле:

$$\delta_y^2 = \frac{\sum_1^m (\bar{y}_i - \bar{y})^2 n_{xi}}{n}, \qquad (4.21)$$

где m – число интервалов, на которые разделена вся совокупность переменной X;

n_{xi} – число измерений величины Y в i-м интервале по X;

$\bar{y}_i$ – средняя величина Y в i-м интервале по X;

$\bar{y}$ – общая средняя всех измерений величины Y.

Следует иметь в виду, что корреляционное отношение X и Y не совпадает с $\eta_{y/x}$ и равно:

$$\eta_{x/y} = \sqrt{\frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2}} \qquad (4.22)$$

При межгрупповой дисперсии переменной X:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum_1^k (\bar{x}_i - \bar{x})^2 n_{yi}}{n}, \qquad (4.23)$$

где k – число интервалов, на которые разделена вся совокупность переменной Y;

n_{yi} – число измерений величины X в i-м интервале по Y;

$\bar{x}_i$ – средняя величина X в i-м интервале по Y;

$\bar{x}$ – общая средняя всех измерений величины X;

σ_x^2 – общая дисперсия переменной X.

Вычисления корреляционных отношений удобно вести с помощью корреляционных таблиц, структура которых описана в п. 3.3.6.

Корреляционное отношение η находится в пределах от 0 до 1. По квадрату $\eta^2_{y/x}$, выраженному в процентах, судят о том, на сколько процентов изменение величины Y зависит от изменения величины X.

Пример. Пусть измерения некоторых величин Y и X представлены корреляционной табл. 4.11 [13. с. 56]. Оценить связь между этими величинами.

Таблица 4 11

Корреляционная таблица

y	x										Σ
	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5	
0,25				1	2	2	1	1	4	3	14
0,75			6	10	3	4	1				24
1,25		4	24	5							33
1.75		10	11	2							23
2,25	1	10	1								12
2,75	1	10									11
3,25	4	7	1								12
3,75		1									1
Σ	6	42	43	18	5	6	2	1	4	3	130

Решение целесообразно производить в условных единицах (см. п. 3.3.6). Приняв $x_0=27{,}5$ при $h_x=5$ и $y_0=1{,}75$ при $h_y=0{,}5$, преобразуем табл. 4.11 в табл. 4.12.

Таблица 4.12

Корреляционная таблица в условных единицах

y'	x'										Σ	$\overline{x'_y}$
	3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6		
-3				1	2	2	1	1	4	3	14	3,643
-2			6	10	3	4	1				24	0,333
-1		4	24	5							33	-0,970
0		10	11	2							23	-1,348
1	1	10	1								12	-2,00
2	1	10									11	-2,091
3	4	7	1								12	-2,25
4		1									1	-2,0
Σ	6	42	43	18	5	6	2	1	4	3	130	-0,615
$\overline{y'_x}$	2,5	1.214	-0,744	-1,556	-2,4	2,333	2.5	-3,0	-3,0	3,0	-0,377	

Вычисления дают следующие результаты: $\sigma^2_{x'} = 3{,}229$; $\sigma^2_{y'} = 2{,}264$.

По формуле 4.19 $\eta_{y/x} = 0{,}837$ и $\eta^2_{y/x} = 0{,}701$.

Следовательно, можно сделать вывод о том, что изменение величины y примерно на 70% зависит от изменения величины x.

Табл. 4.12 позволяет также найти $\sigma^2_{y'} = 3{,}773$ и $\sigma^2_{y'} = 2{,}868$, что дает корреляционное отношение: $\eta_{x/y} = 0{,}872$ и $\eta_{x/y}{}^2 = 0{,}760$.

Данный результат подтверждает свойство корреляционного отношения: $\eta_{y/x}$ чаще всего не равно $\eta_{x/y}$.

Связь между величинами можно определять также и другими критериями.

Коэффициент корреляции рангов. Коэффициент ранговой корреляции чаще всего используется для оценки связи двух величин, когда одна или обе величины рассматриваются как непараметрические и их субъективно выстраивают в ранговой последовательности. Например, отлично – очень хорошо – хорошо – весьма удовлетворительно – удовлетворительно – неудовлетворительно. Такими последовательностями могут также быть сортность изделий, занятые командами места в спортивных соревнованиях и т. п.

Существует несколько методов ранговой корреляции. Далее рассмотрим только получение коэффициента ранговой корреляции Спирмена, обозначаемого ρ.

В принципе величина ρ определяется так же, как и линейный коэффициент корреляции $r_{y/x}$ по формуле (4.15). Учитывая, что ранговые цифры изменяются от 1 до n, а это означает:

$$\sum y_i = \sum x_i = \frac{n(n+1)}{2}, \tag{4.24}$$

то выражение (4.15) можно привести к виду:

$$\rho = 1 - \frac{6\sum\limits_{1}^{n} d^2}{n(n^2-1)}, \tag{4.25}$$

где $d = |y_i - x_i|$ – разность между рангами для одних и тех же пар сочетаний рангов.

Пример. Пусть известно, что n команд в результате проведения соревнований по футболу заняли места (величины y_i), показанные в табл. 4.13, при этом команды забили по k_i голов. Ранжировка команд по забитым голам (величина x_i) приведена в той же таблице. Оценить с помощью коэффициента корреляции рангов связь

Таблица 4.13

Условные результаты чемпионата

y_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	36	40	28	28	32	32	32	25	20	22
x_i	2	1	6,5	6,5	4	4	4	8	10	9
$d=\|y_i-x_i\|$	1	1	3,5	2,5	1	2	3	0	1	1

Примечание: в случае равенства показателей в нескольких сочетаниях рангов последние присваиваются средними с условием сохранения общей суммы рангов.

между местом команды в соревновании и количеством забитых ею голов.

По формуле (4.25) имеем:

$$\rho = 1 - \frac{6(1^2+1^2+3{,}5^2+2{,}5^2+1^2+2^2+3^2+0^2+1^2+1^2)}{10(100-1)} = 0{,}78.$$

Коэффициент ранговой корреляции может принимать значения от -1 до $+1$. При $\rho=0$ зависимость между двумя рассматриваемыми величинами отсутствует. Для $0<|\rho|<1$ необходимо провести контроль существования зависимости коэффициента ранговой корреляции. При этом различают [23] три случая:

1) $n<9$.

В этом случае полагают, что ρ отличается от нуля с надежностью P, если $\sum d^2 \le A_1$ при $\rho>0$. Если же $\rho<0$, то $\sum d^2$ должна быть больше A_2. Величины A_1 и A_2 для надежностей p=0,95 и p=0,99 приведены в табл. 4.14.

Таблица 4.14

Оценка надежности при $n<9$

P	n									
	4		5		6		7		8	
	A_1	A_2	A_1	A_2	A_1	A_2	A_1	A_2	A_1	A_2
0,95	0	20	2	38	6	64	16	96	30	138
0,99		-	0	40	2	68	6	106	14	154

2) $9\le n<20$.

В этом случае можно использовать критерий t (Стьюдента). Вычисленная величина t сравнивается с табличной при степени свободы $f=n-2$. Если $t>t_{табл}$, то с выбранным уровнем значимости α коэффициент ранговой корреляции подтверждает связь

7 Зак. 22

двух рассматриваемых величин. Вычисление величины t производится по формуле:

$$t = |\rho|\sqrt{\frac{n-2}{1-\rho^2}}\,. \tag{4.26}$$

Для рассмотренного выше примера при $n = 10$ и $\rho = 0{,}78$ получаем $t = 3{,}53$. Из табл. 8 Приложения при $f = n - 2 = 8$ находим $t_{табл} = 3{,}36$ при $\alpha = 0{,}01$ и $t_{табл} = 5{,}04$ при $\alpha = 0{,}001$. Таким образом, с уровнем значимости 0,01 можно утверждать существенность связи величин x и y. Утверждать то же самое с уровнем значимости $\alpha = 0{,}001$ нельзя.

3) $n \geq 20$.

В этом случае вычисляется величина

$$\lambda = |\rho|\sqrt{n-1} \tag{4.27}$$

и проверяется односторонняя статистическая надежность p для нормального распределения. Для этого можно пользоваться табл. 3 Приложения, принимая расчетную величину λ за входную величину t и получая значимость $\alpha = f(t)$.

4.5. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Как показано в предыдущем параграфе, тесноту связи между параметром и фактором можно определить по квадрату корреляционного отношения. В более общем случае удобнее применять дисперсионный анализ [21, 24].

Дисперсионный анализ – метод разложения общей дисперсии наблюдений на отдельные составляющие, метод выявления влияния отдельных факторов, а также взаимодействия на наблюдаемый параметр.

Факторы, рассматриваемые в дисперсионном анализе, могут быть как со случайными уровнями, так и с фиксированными. Возможно также, что часть факторов имеет фиксированные уровни, а уровни остальных выбираются случайным образом (модель смешанного типа).

Рассмотрим применение дисперсионного анализа в случае зависимости параметра от двух факторов.

Пусть фактор A принимает r уровней, а фактор B – ν уровней. Для простоты будем считать, что при каждом сочетании уровней факторов A и B производится m измерений. Сумму квадратов отклонений текущих измерений y_{ijk} от общей средней $\overline{y}$ можно представить в виде:

$$Q=\sum_1^r\sum_1^v\sum_1^m(y_{ijk}-\overline{y})^2=$$
$$=\sum_1^r\sum_1^v\sum_1^m\left[(\overline{y}_{iA}-\overline{y})+(\overline{y}_{jB}-\overline{y})+(\overline{y}_{ij}-\overline{y}_{iA}-\overline{y}_{jB}+\overline{y})+(y_{ijk}-\overline{y}_{ij})\right]^2, \tag{4.28}$$

где $\overline{y}_{iA}$ – среднее измерение по уровням фактора A;

$\overline{y}_{jB}$ – среднее измерение по уровням фактора B;

$\overline{y}_{ij}$ – среднее измерение, соответствующее i-му уровню фактора A и j-му уровню фактора B.

Квадрат многочлена (правая часть уравнения (4.28) равен сумме квадратов его членов плюс удвоенные парные произведения всех его членов. Все парные произведения его членов равны нулю, ибо содержат сомножители типа $\sum(y_{ijk}-\overline{y})$, являющиеся суммами отклонений величины y_i от ее средней (они всегда равны 0). Отсюда:

$$\sum_1^r\sum_1^v\sum_1^m(\overline{y}_{iA}-\overline{y})^2+\sum_1^r\sum_1^v\sum_1^m(\overline{y}_{jB}-\overline{y})^2+\sum_1^r\sum_1^v\sum_1^m(y_{ijk}-\overline{y}_{ij})^2+$$
$$+\sum_1^r\sum_1^v\sum_1^m(\overline{y}_{ij}-\overline{y}_{iA}-\overline{y}_{jB}+\overline{y})^2=mv\sum_1^r(\overline{y}_{iA}-\overline{y})^2+mr\sum_1^v(\overline{y}_{jB}-\overline{y})^2+$$
$$+\sum_1^r\sum_1^v\sum_1^m(y_{ijk}-\overline{y}_{ij})^2+m\sum_1^r\sum_1^v(\overline{y}_{ij}-\overline{y}_{iA}-\overline{y}_{jB}+\overline{y})^2$$

или

$$Q=Q_1+Q_2+Q_{\text{ост}}+Q_3. \tag{4.29}$$

Величины $\dfrac{Q_1}{r-1}=\sigma_A^2$, $\dfrac{Q_2}{v-1}=\sigma_B^2$, $\dfrac{Q_3}{(r-1)(v-1)}=\sigma_{AB}^2$ являются дисперсиями, характеризующими соответственно влияние факторов A и B и их взаимодействия AB. Оценить степень влияния факторов и их взаимодействия можно с помощью критерия Фишера, являющегося отношением дисперсий σ_A^2, σ_B^2 или σ_{AB}^2 к остаточной дисперсии $\sigma_{\text{ост}}^2=\dfrac{Q_{\text{ост}}}{r\cdot v\cdot(m-1)}$. Задавшись уровнем надежности p и имея степени свободы критерия F (числа в знаменателях для σ^2), находят $F_{\text{табл}}$ по табл. 10 Приложения. Если $F>F_{\text{табл}}$, то с заданным уровнем надежности влияние этого фактора на общую изменчивость параметра значимо.

Анализ удобно представлять в таблице типа 4.15.

Внутри каждой ячейки таблицы необходимо вычислять величину $\overline{y}_{ij}$. Такое табличное представление результатов существенно облегчает процесс вычислений.

В случае неравного числа измерений при различных уровнях факторов (в каждой ячейке) процесс дисперсионного анализа несколько усложняется, о чем подробно изложено в [24].

Таблица 4.15

Дисперсионный анализ

Уровни фактора A	Уровни фактора B						
	B_1	B_2		B_j		B_s	$\overline{y}_i$
A_1	$y'_{11}, y''_{11}, \ldots$	$y'_{12}, y_{12}, \ldots$	…	$y'_{1j}, y'_{1j}, \ldots$		$y'_{1s}, y'_{1s}, \ldots$	y_{1A}
A_2	$y'_{21}, y'_{21}, \ldots$	$y'_{22}, y''_{22}, \ldots$	…	$y'_{2j}, y''_{2j}, \ldots$		$y'_{2s}, y_{2s}, \ldots$	y_{2A}
…	…	..	…	.	..		..
A_i	$y'_{i1}, y''_{i1}, \ldots$	$y'_{i2}, y''_{i2}, \ldots$	…	$y'_{ij}, y''_{ij}, \ldots$	..	$y_{is}, y_{is}, \ldots$	y_{iA}
.	…	…	.	…	.	.	..
A_r	$y_{r1}, y''_{r1}, \ldots$	$y'_{r2}, y''_{r2}, \ldots$	…	$y'_{rj}, y''_{rj}, \ldots$	..	$y'_{rs}, y'_{rs}, \ldots$	y_{rA}
$\overline{y}_j$	$\overline{y}_{1B}$	$\overline{y}_{2B}$	.	$\overline{y}_{jB}$	.	$\overline{y}_{sB}$	$\overline{y}$

Результатом дисперсионного анализа может быть исключение из дальнейшего рассмотрения малозначимых факторов.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ И ОБЪЕКТОВ

Исследования явлений и объектов чаще всего проводятся с использованием их моделей. Разнообразие типов моделей рассмотрено выше (см. п. 2.1). В данной главе остановимся подробнее на общих принципах создания физических моделей.

5.1. ОБЩАЯ СХЕМА ИССЛЕДОВАНИЙ

Общая схема исследований может быть представлена [10] в виде модели, показанной на рис. 5.1.

Под целью в данной схеме понимается идеальное представление желаемого результата, достижимого в пределах некоторого интервала времени. Поскольку общее представление результата является неконкретным и неоднозначным, цель должна отображаться или отношением к какому-то заранее выбранному прототипу, или шкалой. Значит, описывая цель, необходимо брать за основу какой-либо показатель исследуемого процесса, явления или технического объекта. Перед выбором требуемого показателя необходимо рассмотреть все возможные показатели. Выбор показателя должен производиться с позиций более высокого уровня рассмотрения исследуемой системы. При этом должен существовать также и критерий выбора. Существуют три концепции выбора рациональных решений: пригодности, оптимизации и адаптации. Используя концепцию пригодности, удовлетворяются уровнем показателя эффективности (или надежности, стоимости), который не ниже уровня принятого прототипа. При использовании концепции оптимизации за основу берут какой-либо принцип, чаще всего принцип максимума. Концепция адаптации предполагает, что критерий выбора должен учитывать возможность изменения условий выбора, то есть решение является не окончательным, существует последовательность решений.

Под стратегией в постановке задачи понимается последовательность решений, принимаемых в процессе достижения постав-

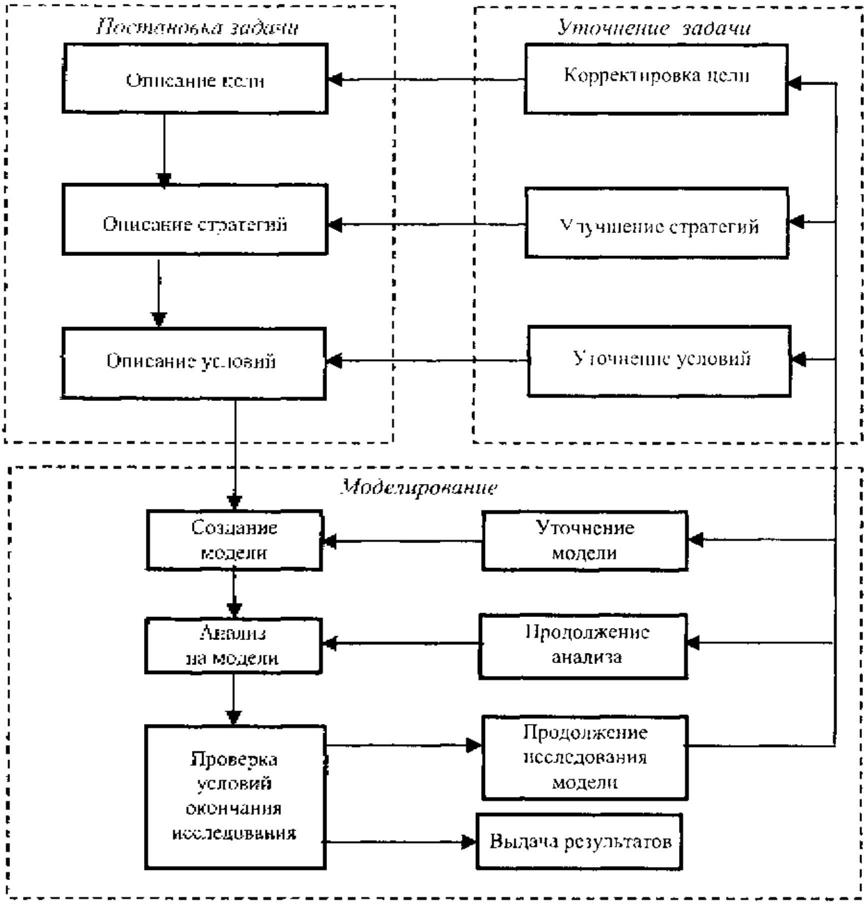


Рис. 5.1. Общая схема исследований

ленной цели и обеспеченных ожидаемой информацией о ходе и результатах исследования. Каждое решение сводится к указанию количества, места и времени расходования активных средств (управляемых факторов) всех видов. Стратегия может быть жесткой, когда все решения, ее составляющие, принимаются до реализации первого решения и не изменяются до конца исследования. Стратегия будет гибкой, если результаты реализации первых решений будут использоваться для выработки последующих решений. Как правило, в первую очередь выбирают простые стратегии. Если они не приводят к цели, может возникнуть необходимость повторения цикла исследования и выбора более сложных стратегий.

Под условиями решения задачи понимается учет неуправляемых факторов, которые являются основным источником неопределенности решения. Это могут быть как условия реализации решений, так и нечеткость знания цели, потребности, относительной полезности выходных эффектов и т. п. Специфичные неопределенности появляются при введении в систему автоматов и людей, не объединенных общей целью (они вообще могут быть конкурирующими сторонами или противниками).

Таким образом, описание цели, стратегий и условий является постановкой задачи. Это и есть исходные данные для начала собственно исследования, которое часто называется моделированием.

Моделирование обычно представляет собой два этапа: создание модели (математической или физической); анализ на модели (математическое моделирование или экспериментирование). Модель можно считать созданной, если задан (описан, сформулирован) способ построения соответствий выбранных показателей исследуемой системы (для математической модели). Методы создания физических моделей будут приведены в последующих разделах

При проведении анализа на модели необходимо предусматривать оценку погрешности получаемого результата, первая составляющая погрешности – неполнота и ошибочность исходной информации, ко второй составляющей относятся упрощения, вводимые исследователем при построении модели. При этом мы либо получаем ее зависимость от числа реализаций с помощью математической статистики, либо предусматриваем текущую оценку погрешности модели. Сформулировав условия окончания исследования, можно или выдать готовые результаты, или перейти к новому циклу исследования.

Как показано на рис. 5.1, может быть три варианта продолжения исследования: продолжение анализа на модели с периодической проверкой приемлемости решения с учетом текущей погрешности; уточнение модели путем учета дополнительных, не учтенных ранее, условий; уточнение задачи путем улучшения стратегий и уточнения условий их реализации или путем корректировки цели исследования. Подобные циклы исследования могут повторяться несколько раз.

5.2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Измерение любой величины Q представляет собой сравнение ее с другой величиной q, имеющей ту же физическую природу. В результате определяется, во сколько раз $Q>q$ или $Q<q$. Целесообразно придать величине q определенное значение, что позволит еди-

нообразно оценивать величины Qi. Эти определенные значения q называются единицами измерения (например, метр, секунда и т. д.). Набор не противоречащих друг другу единиц измерения образует систему единиц. В настоящее время наибольшее распространение имеет международная система СИ, в которой основными единицами выбраны: масса (килограмм, кг), длина (метр, м), время (секунда, с), сила тока (ампер, А), температура (градус Кельвина, К), сила света (кандела, Кд). Остальные величины, называемые вторичными, могут быть выражены через основные по формулам, которые показывают размерность вторичной величины. Например, скорость можно выразить определительным уравнением: $V=\frac{dl}{dt}, \left(\frac{м}{с}\right)$, а размерность ее указывается при помощи взятого в квадратные скобки символа этой величины $[V]=[L][T]^{-1}$, где $[L]$, $[T]$ – размерности длины и времени.

Аналогично можно записать определительное уравнение и размерность

для силы: $F=ma$ (ньютон); $[F]=[M]\cdot[L]\cdot[T]^{-2}$;

для работы: $A=FL$ (джоуль); $[A]=[M]\cdot[L]^2\cdot[T]^{-2}$;

для мощности: $N=\frac{A}{T}$ (ватт); $[N]=[M]\cdot[L]^2\cdot[T]^{-3}$;

для напряжения: $U=\frac{N}{I}$ (вольт); $[U]=[M]\cdot[L]^2\cdot[T]^{-3}\cdot[I]^{-1}$;

для электрического сопротивления:

$$R=\frac{U}{I}\ (\text{ом});\qquad [R]=[M]\cdot[L]^2\cdot[T]^{-3}\cdot[I]^{-2}.$$

Как видно, размерность любой физической величины представляет собой произведение возведенных в степень размерностей первичных величин. При решении задач механики используются только три основные единицы измерения (кг, м, с). Для таких задач размерность любой величины можно записать в виде:

$$[Q]=[M]^{\mu}\cdot[L]^{\lambda}\cdot[T]^{\tau}. \tag{5.1}$$

В качестве основных (первичных) единиц измерения можно выбрать любые другие, но при этом должны быть выполнены следующие требования [25]:

1. Произвольно выбранные размерности $[U_1]$, $[U_2]$ и $[U_3]$ (рассматриваем для простоты только механические системы) должны

являться независимыми функциями $[M]$, $[L]$ и $[T]$, то есть при любых α и β:

$$[U_1]\neq[U_2]^{\alpha}\cdot[U_2]^{\beta}. \tag{5.2}$$

2. Возможно однозначное обратное преобразование, то есть $[M]$, $[L]$ и $[T]$ можно единственным образом выразить через $[U_1]$, $[U_2]$ и $[U_3]$.

Определим условия для выполнения этих требований. Будем считать, что размерности U_1, U_2 и U_3 записаны так:

$$[U_1]=[M]^{\mu_1}\cdot[L]^{\lambda_1}\cdot[T]^{\tau_1};$$
$$[U_2]=[M]^{\mu_2}\cdot[L]^{\lambda_2}\cdot[T]^{\tau_2};$$
$$[U_3]=[M]^{\mu_3}\cdot[L]^{\lambda_3}\cdot[T]^{\tau_3}.$$

Представим в виде системы уравнений результаты логарифмирования этих выражений:

$$\begin{cases}\ln[U_1]=\mu_1\cdot\ln[M]+\lambda_1\cdot\ln[L]+\tau_1\cdot\ln[T];\\ \ln[U_2]=\mu_2\cdot\ln[M]+\lambda_2\cdot\ln[L]+\tau_2\cdot\ln[T];\\ \ln[U_3]=\mu_3\cdot\ln[M]+\lambda_3\cdot\ln[L]+\tau_3\cdot\ln[T].\end{cases} \tag{5.3}$$

Из курса высшей математики известно, что подобная система имеет единственное решение, если определитель, составленный из коэффициентов системы, не равен нулю:

$$\Delta=\begin{vmatrix}\mu_1 & \lambda_1 & \tau_1\\ \mu_2 & \lambda_2 & \tau_2\\ \mu_3 & \lambda_3 & \tau_3\end{vmatrix}\neq 0. \tag{5.4}$$

Таким образом, выражение (5.4) удовлетворяет требованию 2. В то же время оно указывает на независимость функций $[U_1]$, $[U_2]$ и $[U_3]$. В самом деле, если бы имелось равенство:

$$[U_1]=[U_2]^{\alpha}\cdot[U_3]^{\beta},$$

то можно было бы записать.

$$\ln[U_1]=\alpha\cdot\ln[U_2]+\beta\cdot[U_3],$$

а подставив это выражение в (5.3), получить:

$$\mu_1=\alpha\cdot\mu_2+\beta\cdot\mu_3;\quad \lambda_1=\alpha\cdot\lambda_2+\beta\cdot\lambda_3;\quad \tau_1=\alpha\cdot\tau_2+\beta\cdot\tau_3.$$

В этом случае первая строка определителя (5.4) будет линейной комбинацией второй и третьей строк, то есть определитель будет равен нулю, а это противоречит требованию 1.

Рассмотрим примеры перехода от одних единиц к другим.

Пример 1. Можно ли принять в качестве первичных единиц измерений силу, время и длину?

Обозначим $U_1 = F$, $U_2 = T$, $U_3 = L$. Тогда их размерности:

$$[F]=[M]\cdot[L]\cdot[T]^{-2};\ [T]=[M]^0\cdot[L]^0\cdot[T];\ [L]=[M]^0\cdot[L]\cdot[T]^0.$$

Составим определитель:

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=-1\neq 0.$$

Поскольку $\Delta \neq 0$, то в качестве первичных единиц измерения можно принять силу, время и длину. Это так называемая техническая система единиц.

Пример 2. Можно ли принять в качестве первичных единиц измерений силу, скорость и мощность?

Обозначим $U_1 = F$, $U_2 = V$, $U_3 = N$. Тогда их размерности:

$$[F]=[M]\cdot[L]\cdot[T]^{-2};\ [V]=[M]^0\cdot[L]\cdot[T]^{-1};\ [N]=[M]\cdot[L]^2\cdot[T]^{-3}.$$

Составим определитель:

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & 2 & -3\end{vmatrix}=0.$$

Поскольку условие (5.3) не выполняется, то в качестве первичных единиц измерения выбрать силу, скорость и мощность нельзя. К такому же выводу можно прийти, рассматривая уравнение $N=FV$, откуда видно, что выбранные нами единицы не являются независимыми. Как показано в [25], число основных единиц измерения является произвольным. Так, для механических систем можно увеличить (или уменьшить) это число. Проиллюстрируем условия таких изменений.

В системе СИ основными единицами измерения являются единицы массы, времени и длины. Если мы захотим ввести в качестве основной единицы измерения еще, например, силу с некоторой произвольно заданной единицей ее измерения $[F]$, то тогда определительное уравнение для второго закона Ньютона нужно записать в виде:

$F=K_1\, m\, a$, где K_1 – размерный коэффициент.

Его размерность $[K_1]=[F]\,[M]^{-1}\,[L]^{-1}\,[T]^2$.

Если ввести еще одну произвольную единицу измерения в качестве основной, например, скорость, то, как легко проверить, следует ввести еще один размерный коэффициент

$$[K_2]=[V]\,[F]^0\cdot[M]^0\cdot[L]^{-1}\cdot[T].$$

Таким образом, с добавлением каждой новой единицы измерения в рассмотрение должна вводиться новая размерная постоянная.

Решим теперь обратную задачу. Пусть мы хотим получить новую систему единиц измерения, содержащую только длину и время. В этом случае нужно определительное уравнение для массы. Таковым может быть закон всемирного тяготения, в котором гравитационная постоянная должна быть равна единице: $F = \frac{M \cdot m}{r^2}$.

Используя уравнение для силы $F=ma$, получим $ma = \frac{M \cdot m}{r^2}$, откуда $[m] = [a]\cdot[r^2] = [L]^3 \cdot [T]^{-2}$.

Таким образом, получим систему единиц с двумя основными единицами измерения (метр и секунда), а за единицу массы принимается масса тела, которая сообщает другому телу при расстоянии между центрами масс, равном 1 м, ускорение 1 м/с. Система хотя и неудобная, но приемлемая.

Можно исключить из основных единиц еще и длину [25], но при этом еще одна универсальная постоянная – квант действия h – должна быть приравнена к единице. Следовательно, получаем правило: *каждый раз, исключая какую-то основную единицу измерения, необходимо приравнивать к единице какую-то размерную постоянную.*

5.3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Основные и вторичные величины, рассмотренные в предыдущем разделе, можно объединять таким образом, что размерность их произведений будет равна единице. Такие безразмерные объединения (комплексы) называются критериями подобия и обозначаются π_i. Это могут быть, например, такие комплексы:

$$\pi_1 = \frac{V \cdot t}{l}; \qquad \pi_2 = \frac{V \cdot t^2}{m \cdot l}; \qquad \pi_3 = \frac{a \cdot t}{V} \text{ и т. д.}$$

Критерии подобия могут быть использованы в качестве как параметров, так и переменных в исследуемых процессах. Для любой системы можно записать много критериев подобия, но число независимых (иногда их называют фундаментальными) ограничено [25] величиной n-r, где n – размерные величины, входящие в критерии подобия, а r – число основных единиц измерения, принятых при рассмотрении данной системы. В соответствии с этим, изменяя число основных единиц измерения, можно уменьшать или увеличивать количество критериев подобия.

При проведении научных исследований важнейшим понятием, как указывалось выше (п. 2.2), является понятие системы. Систему характеризуют некоторые величины, которые выделяют ее из множества других той же физической природы. Это ее параметры. При исследованиях систем выбирают S основных (независимых) параметров P_k. В них могут включаться также начальные и граничные условия, время, размеры системы и т. д.

Поведение системы описывается изменением параметров. Это будут обобщенные координаты системы, их количество равно числу степеней свободы системы. Обобщенные координаты q_i (i=1, 2, 3, ..., n) являются функциями параметров:

$$q_i = f_i(P_k); \quad k=1, 2, 3, ..., S. \tag{5.5}$$

Если исследования проводятся методами моделирования, то обобщенные координаты можно записать как для исследуемой системы (натуры), так и для модели:

$$q_{\text{н}i} = f_i(P_k); \quad q_{\text{м}i} = f_i(P_k)\,. \tag{5.6}$$

Две системы называют подобными, если их любые две соответствующие обобщенные координаты для любых сходственных моментов времени (или точек пространства) пропорциональны:

$$q_{\text{н}i}(t_{\text{н}}) = q_{\text{c}i} \cdot q_{\text{м}i}(t_{\text{м}})\,, \tag{5.7}$$

где $t_{\text{н}} = t_{\text{c}} \cdot t_{\text{м}}$, t_{c} = const; $t_{\text{н}}$, $t_{\text{м}}$ - сходственные моменты времени.

Величины $q_{\text{c}i}$ в (5.7) – коэффициенты подобия. Если они известны, то по поведению модели можно судить о поведении натуры.

Для кинематически подобных систем обобщенными координатами будут обычные декартовы координаты, коэффициенты подобия по всем координатам одинаковы, то есть

$$X_{\text{н}i}(t_{\text{н}}) = l_{\text{c}} X_{\text{м}i}(t_{\text{м}}); \quad Y_{\text{н}i}(t_{\text{н}}) = l_{\text{c}} Y_{\text{м}i}(t_{\text{м}}); \quad Z_{\text{н}i}(t_{\text{н}}) = l_{\text{c}} Z_{\text{м}i}(t_{\text{м}})\,. \tag{5.8}$$

Для динамически подобных систем будет еще и материальное подобие: $\dfrac{m_{\text{н}i}}{m_{\text{м}i}} = m_{\text{c}} = m_{\text{const}}$. В этом случае легко записать следующие связи для скоростей:

$$\frac{(V_x)_{\text{н}i}}{(V_x)_{\text{м}i}} = \frac{\dfrac{dX_{\text{н}i}}{dt_{\text{н}}}}{\dfrac{dX_{\text{м}i}}{dt_{\text{м}}}} = V_{x\text{c}} = \frac{l_{\text{c}}}{t_{\text{c}}}; \quad \frac{(V_y)_{\text{н}i}}{(V_y)_{\text{м}i}} = \frac{\dfrac{dY_{\text{н}i}}{dt_{\text{н}}}}{\dfrac{dY_{\text{м}i}}{dt_{\text{м}}}} = V_{y\text{c}} = \frac{l_{\text{c}}}{t_{\text{c}}};$$

$$V_{x\text{c}} = V_{y\text{c}} = V_{z\text{c}} = V_{\text{c}}; \tag{5.9}$$

для ускорений:

$$\frac{a_{\text{н}i}}{a_{\text{м}i}} = a_{\text{с}} = \frac{l_{\text{с}}}{t_{\text{с}}^{2}}; \qquad (5.10)$$

для сил:

$$\frac{F_{\text{н}i}}{F_{\text{н}i}} = \frac{a_{\text{н}} \cdot m_{\text{н}}}{a_{\text{н}} \cdot m_{\text{м}}} = m_{\text{с}} \cdot a_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}}{t_{\text{с}}^{2}} = F_{\text{с}}; \qquad (5.11)$$

для работ:

$$\frac{A_{\text{н}i}}{A_{\text{м}i}} = \frac{F_{\text{н}} \cdot l_{\text{н}}}{F_{\text{м}} \cdot l_{\text{м}}} = F_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}^{2}}{t_{\text{с}}^{2}} = A_{\text{с}}; \qquad (5.12)$$

для мощностей:

$$\frac{N_{\text{н}i}}{N_{\text{м}i}} = \frac{A_{\text{н}} \cdot t_{\text{м}}}{t_{\text{н}} \cdot A_{\text{м}}} = \frac{A_{\text{с}}}{t_{\text{с}}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}^{2}}{t_{\text{с}}^{3}} = N_{\text{с}}. \qquad (5.13)$$

Как видно, для этого случая коэффициенты подобия различных величин можно выразить через исходные коэффициенты подобия $m_{\text{с}}$, $l_{\text{с}}$, $t_{\text{с}}$ при помощи формул размерности этих величин:

$$F_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}}{t_{\text{с}}^{2}}; \; V_{\text{с}} = \frac{l_{\text{с}}}{t_{\text{с}}} \text{ и т. д.}$$

Иногда коэффициенты подобия одних вторичных величин удобнее выражать через коэффициенты подобия других вторичных величин:

$$F_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}}{t_{\text{с}}^{2}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}^{2}}{l_{\text{с}} t_{\text{с}}^{2}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot V_{\text{с}}^{2}}{l_{\text{с}}}.$$

Если рассматривать две динамически подобные машины одинаковых размеров (это может быть одна машина, работающая в разных режимах), то для них $l_{\text{с}} = 1$, $\rho_{\text{с}} = 1$ (коэффициент подобия плотности). Тогда можно записать:

$$F_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}^{2}}{l_{\text{с}} t_{\text{с}}^{2}} = \frac{\rho_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}^{2} \cdot V_{\text{с}}^{2}}{l_{\text{с}}} = V_{\text{с}}^{2}; \; A_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}^{2}}{t_{\text{с}}^{2}} = V_{\text{с}}^{2};$$

$$N_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}^{2}}{t_{\text{с}}^{3}} = \frac{m_{\text{с}} \cdot l_{\text{с}}}{t_{\text{с}}^{3}} \cdot \frac{l_{\text{с}}}{t_{\text{с}}} = F_{\text{с}} \cdot V_{\text{с}} = V_{\text{с}}^{3}.$$

Следовательно, для этой машины при росте скорости в два раза силы и работы возрастут в четыре раза, а мощности – в восемь раз.

Правила перехода от модели к натуре для общего случая подобия связаны с теоремами о необходимых и достаточных условиях подобия, доказательства которых приведены, например, в [25].

5.3.1. Достаточные условия подобия

Теорема

Достаточным условием подобия двух систем является равенство любых двух соответствующих критериев подобия этих систем, составленных из их основных параметров и начальных (граничных) условий.

Как следует из этой теоремы о достаточных условиях подобия, чтобы создаваемая система (машина или какое-то явление) была подобна модели, необходимо, как указывалось выше, выбрать S основных (определяющих) параметров, включая в них начальные условия и время, если это нужно. Из этих параметров можно составить $(S-r)$ независимых критериев подобия, где r – число принятых для данного случая основных единиц измерения. Второй операцией должен быть выбор параметров натуры таким образом, чтобы ее критерии подобия были такие же, как у модели:

$$\pi_{\text{мк}} = \pi_{\text{нк}},\ \text{к} = 1, 2, 3, \ldots, (S-r).$$

Равенство критериев принято записывать так:

$$\pi_{\text{к}} = \text{idem}. \tag{5.14}$$

Проведение этих двух операций можно проиллюстрировать следующим образом.

Примем некоторую систему за модель и выберем ее параметры M, L, T в качестве первичных величин. В результате получим основные единицы измерения $[M]$, $[L]$, $[T]$. Численные значения относящихся к натуре величин будут получены, если все соответствующие величины модели измерить в системе единиц $[mM]$, $[lL]$, $[tT]$. В этом случае получим, что модель и натура подобны, ибо:

$$\pi_{\text{м}} = \frac{P_{\text{м}}}{M_{\text{м}}^{\mu}\ L_{\text{м}}^{\lambda}\ T_{\text{м}}^{\tau}} = \frac{\dfrac{P_{\text{м}}}{m^{\mu}\ l^{\lambda}\ t^{\tau}}}{\dfrac{M_{\text{м}}^{\mu}\ L_{\text{м}}^{\lambda}\ T_{\text{м}}^{\tau}}{m^{\mu}\ l^{\lambda}\ t^{\tau}}} = \frac{P_{\text{н}}}{M_{\text{н}}^{\mu}\ L_{\text{н}}^{\lambda}\ T_{\text{н}}^{\tau}} = \pi_{\text{н}}.$$

5.3.2. Необходимые условия подобия

Теорема

Необходимым условием подобия двух систем является равенство любых двух соответствующих критериев подобия этих систем, составленных из обобщенных координат и параметров систем, то есть

$$\pi_{\text{м}} = \frac{P_l}{P_a^{\mu}\ P_b^{\lambda}\ P_c^{\tau}} = \text{idem}, \tag{5.15}$$

где P_l – обобщенная координата, а P_a, P_b и P_c – обобщенные параметры.

Вместо выражения (5.15) часто используется равносильное ему выражение:

$$\lambda_i = \frac{P_{ic}}{(P_a^{\alpha_i})_c \cdot (P_b^{\beta_i})_c \cdot (P_i^{\gamma_i})_c} - 1, \qquad (5.16)$$

которое позволяет ввести такую формулировку: при подобии индикаторы подобия λ равны единице. Например, для случая динамического подобия:

$$\lambda_1 = \frac{F_c \cdot t_c^{\,2}}{m_c \cdot l_c} = 1, \text{ что соответствует } \pi_1 = \frac{F \cdot t^2}{m \cdot l} = \mathrm{idem};$$

$$\lambda_2 = \frac{A_c \cdot t_c^{\,2}}{m_c \cdot l_c^{\,2}} = 1, \text{ что соответствует } \pi_2 = \frac{A \cdot t^2}{m \cdot l^2} = \mathrm{idem}.$$

5.3.3. π-теорема

Теорема Функциональная зависимость между характеризующими процесс величинами может быть представлена в виде зависимости между составленными из них критериями подобия.

Использование этой теоремы дает возможность уменьшения числа величин, связываемых функциональной зависимостью. Поскольку критерии подобия являются безразмерными, то нахождение зависимостей упрощается.

Пусть, например, требуется исследовать движение маятника, для описания которого можно использовать следующие величины: длина нити l, ускорение свободного падения g, максимальный угол отклонения нити от вертикали φ (в радианах) и период колебаний T. Из этих величин можно образовать два безразмерных комплекса: $T\sqrt{\frac{g}{l}}$ и φ, которые можно связать такой функциональной зависимостью. $\Phi(\varphi) = T\sqrt{\frac{g}{l}}$, где $\Phi(\varphi)$ – некоторая функция максимального угла отклонения φ.

Условия подобия, выраженные приведенными выше тремя теоремами подобия, для сложных случаев могут быть дополнены следующими правилами:

1. Сложные системы подобны, если подобны соответствующие им подсистемы и равны критерии подобия, составленные из величин, не входящих в какую-либо из подсистем.

2. Условия подобия, справедливые для систем с постоянными параметрами, можно распространить и на системы с переменными параметрами при условии совпадения относительных характеристик переменных параметров.

3. Условия подобия, справедливые для изотропных (однородных) систем, могут быть распространены и на анизотропные (неоднородные) системы, если анизотропия в сравниваемых системах относительно одинакова.

4. Поскольку при решении конкретной задачи могут быть известны не все определяющие параметры данного явления и практически далеко не всегда равны между собой определяющие критерии модели и натуры, то подобие между моделью и натурой является приближенным. Степень приближения в каждом конкретном случае различна.

5.4. ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Рассмотрим некоторые примеры использования методов теории подобия.

5.4.1. Движение тела в жидкости

Пример (заимствован из [25]). Пусть некоторое тело, имеющее характерный размер l, движется в жидкости плотностью ρ и кинематической вязкости ν со скоростью V. Сила сопротивления движению представляется следующей зависимостью:

$$F = f(l, V, \nu, \rho, g). \qquad (5.17)$$

Необходимо получить критерии подобия.

Поскольку аналитическое получение вида зависимости (5.17) практически невозможно, получим критерии подобия обобщенным способом.

Имеющиеся n величин $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$, характеризующие процесс, дают n-r критериев подобия. (Здесь r – ранг матрицы (5.4)):

$$\pi = C \cdot [P_1]^{Z_1} \cdot \ldots \cdot [P_n]^{Z_n}. \qquad (5.18)$$

Размерность величин P_i будет $[P_i] = [M]^{\mu_i} \cdot [L]^{\lambda_i} \cdot [T]^{\tau_i}$. Числа Z_1, Z_2, Z_3, ..., Z_n должны быть таковы, чтобы размерность π была равна нулю. Они находятся путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \ldots + \lambda_n Z_n = 0; \\ \mu_1 Z_1 + \mu_2 Z_2 + \ldots + \mu_n Z_n = 0; \\ \tau_1 Z_1 + \tau_2 Z_2 + \ldots + \tau_n Z_n = 0. \end{cases} \qquad (5.19)$$

Система (5.19) имеет n-r линейно независимых решений, дающих по одному критерию подобия.

Сведем величины из (5.17) и их размерности в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Величины и их размерности

Величина	Степени		
	$[L]$	$[M]$	$[T]$
l P_1	$\lambda_1 = 1$	$\mu_1 = 0$	$\tau_1 = 0$
V P_2	$\lambda_2 = 1$	$\mu_2 = 0$	$\tau_2 = -1$
v P_3	$\lambda_3 = 2$	$\mu_3 = 0$	$\tau_3 = -1$
ρ P_4	$\lambda_4 = -3$	$\mu_4 = 1$	$\tau_4 = 0$
g P_5	$\lambda_5 = 1$	$\mu_5 = 0$	$\tau_5 = -2$
F P_6	$\lambda_6 = 1$	$\mu_6 = 1$	$\tau_6 = -2$

После подстановки данных из табл. 5.1 система (5.19) примет вид:

$$\begin{cases} Z_1 + Z_2 + 2Z_3 - 3Z_4 + Z_5 + Z_6 = 0; \\ Z_4 + Z_6 = 0; \\ -Z_2 - Z_3 - 2Z_5 - 2Z_6 = 0. \end{cases} \qquad (5.20)$$

Система имеет три (6-3) независимых решения. При нахождении этих решений можно каждый раз задавать три величины Z_i, а остальные находить из (5.20). Хотя Z_i могут задаваться произвольно, но выбирать для них следует наиболее простые значения, не противоречащие системе.

Первое решение. Примем $Z_1 = 1$; $Z_5 = Z_6 = 0$.

Тогда: $1 + Z_2 + 2Z_3 - 3Z_4 = 0$; $Z_4 = 0$; $-Z_2 - Z_3 = 0$.

Отсюда $Z_2 = 1$; $Z_3 = -1$.

Второе решение. Примем $Z_1 = Z5 = 1$; $Z_6 = 0$.

Тогда: $2 + Z_2 + 2Z_3 - 3Z_4 = 0$; $Z_4 = 0$; $-Z_2 - Z_3 - 2 = 0$.

Отсюда $Z_2 = -2$; $Z_3 = 0$.

Третье решение. Примем $Z_1 = Z_2 = 1$; $Z_3 = 0$.

Тогда: $2 - 3Z_4 + Z_5 + Z_6 = 0$; $Z_4 + Z_6 = 0$; $-1 - 2Z_5 - Z_3 - 2Z_6 = 0$.

Отсюда $Z_4 = 0{,}5$; $Z_5 = 0$; $Z_6 = -0{,}5$.

Теперь можно получить критерии подобия:

из первого решения $\pi_1 = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3^{-1} = \dfrac{l \cdot V}{v}$;

из второго решения $\pi_2 = P_1 \cdot P_2^{-2} \cdot P_5 = \dfrac{g \cdot l}{V^2}$;

из третьего решения $\pi_3 = P_1 \cdot P_2 \cdot P_4^{0,5} \cdot P_6^{-0,5} = l \cdot V \sqrt{\dfrac{\rho}{F}}$ или

$$\pi_3{*} = \frac{\rho \cdot l^2 \cdot V^2}{F}.$$

8 Зак. 22

Кстати, критерий $\pi_1 = \dfrac{l \cdot V}{\nu}$ есть число Рейнольдса, а критерий $\pi_2{}^* = \dfrac{1}{\pi_2} = \dfrac{V^2}{g \cdot l}$ называется критерием Фруда.

Что же дают нам критерии подобия? Они позволяют при исследованиях находить связи не между шестью величинами, а только между тремя критериями подобия. На основании π-теоремы можно записать:

$$\pi_3 = f(\pi_1, \pi_2), \quad \text{то есть} \quad \frac{F}{\rho \cdot l^2 \cdot V^2} = f\left(\frac{l \cdot V}{\nu}; \frac{g \cdot l}{V^2}\right).$$

Отсюда силу сопротивления, действующую на тело при движении его в жидкости, можно записать в виде:

$$F = \rho \cdot l^2 \cdot V^2 \cdot f\left(\frac{l \cdot V}{\nu}; \frac{g \cdot l}{V^2}\right).$$

5.4.2. Вынужденные механические колебания с демпфированием

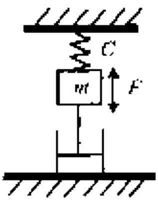


Рис. 5.2

П р и м е р. Пусть груз массой m (рис. 5.2) под действием возмущающей силы $F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ колеблется на пружине жесткости C в вязкой среде, сила сопротивления которой $R = -kV$.

Критерии подобия можно просто найти, если имеется дифференциальное уравнение, описывающее поведение рассматриваемой системы. Для данного примера движение груза описывается следующим уравнением:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} + cx = F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t). \tag{5.21}$$

Поскольку размерности всех членов данного уравнения одинаковы (по правилу Фурье), а знак дифференциала не влияет на размерность, то можно опустить в уравнении знаки дифференцирования и разделить все члены уравнения на один из них. В результате будут получены безразмерные комплексы величин, то есть критерии подобия. Один из комплексов - аргумент синуса, являющийся безразмерной величиной. Разделим, например, все члены уравнения на $c\,x$ и получим:

$$\pi_1{}^* = \frac{m}{ct^2}; \quad \pi_2{}^* = \frac{k}{ct}; \quad \pi_3{}^* = \frac{F_0}{c\,x}; \quad \pi_4{}^* = \omega \cdot t.$$

Удобнее представить их в виде:

$$\pi_1 = \frac{\pi_1^*}{\pi_3^*}\cdot\frac{x}{x} = \frac{mV^2}{xF_0};\ \pi_2 = \frac{1}{\pi_3^*} = \frac{cx}{F_0};\ \pi_3 = \pi_4^* = \omega\cdot t;\ \pi_4 = \frac{\pi_2^*}{\pi_3^*} = \frac{kV}{F_0}.$$

Как использовать эти критерии подобия?

Если в критерии подобия вместо переменных величин ввести соответствующие начальные условия, то будут получены достаточные условия подобия двух систем. Например, обозначив V_0 и x_0 – скорость и координата в начальный момент времени t_0, можно получить:

$$\frac{m\,V_0^2}{x_0V_0} = \pi_1 = \text{idem}; \qquad \frac{c\cdot x_0}{F_0} = \pi_2 = \text{idem};$$
$$\omega\cdot t_0 = \omega\frac{x_0}{V_0} = \pi_3 = \text{idem}; \qquad \frac{kV_0}{F_0} = \pi_4 = \text{idem}. \tag{5.22}$$

Отсюда следует, что две системы – модель и натура – подобны, если их параметры и начальные условия выбирать так, что

$$\frac{m_{м}V_{0м}^2}{x_{0м}V_{0м}} = \frac{m_{н}V_{0н}^2}{x_{0н}V_{0н}}; \qquad \frac{c_{м}\cdot x_{0м}}{F_{0м}} = \frac{c_{н}\cdot x_{0н}}{F_{0н}};$$
$$\frac{\omega_{м}x_{0м}}{V_{0м}} = \frac{\omega_{н}x_{0н}}{V_{0н}}; \qquad \frac{k_{м}V_{0м}}{F_{0м}} = \frac{k_{н}V_{0н}}{F_{0н}}.$$

Можно также показать, что эти критерии подобия являются и необходимыми условиями подобия, если под X и V понимать текущие значения координаты и скорости.

5.4.3. Подобие поршневых машин

Мощность поршневой машины можно представить следующей зависимостью:

$$N = P_{ср}\frac{\pi D^2}{4}\cdot l\cdot n, \tag{5.23}$$

где $P_{ср}$ – среднее давление газа в камере сгорания;

D – диаметр поршня;

l – длина хода поршня;

n – число оборотов вала в единицу времени.

Для анализа различных условий работы поршневых машин целесообразно использовать критерии и коэффициенты подобия.

В соответствии с (5.7) при подобии модели и реальной машины, исходя из (5.23), имеем $N_c = \frac{N_{н}}{N_{м}} = P_c l_c^3 n_c$. Поскольку реальный коэффициент подобия массы машины $M_c = l_c^3$, то $M_c = \frac{N_c}{P_c n_c}$. Для машин с одинаковыми степенями сжатия $P_c = \frac{P_н}{P_м} = 1$. Следовательно, $N_c = l_c^3 n_c$, откуда $\frac{M_c}{N_c} = \frac{1}{n_c}$. Таким образом, для подобных поршневых машин отношение массы машины к ее мощности обратно пропорционально числу оборотов вала машины.

Так как коэффициент подобия плотности газа $\rho_c = \frac{m_c}{l_c^3}$, а давления $P_c = \frac{m_c}{l_c t_c^2}$, то получим $\frac{P_c}{\rho_c} = V_c^2$. При $P_c = 1$, $\rho_c = 1$ будет $V_c^2 = 1$.

Отсюда $V_c = \frac{l_c}{t_c} = 1$ или $t_c = l_c$. Таким образом, при одинаковых давлениях и плотностях на модели и натуре скорости совершающихся подобных явлений одинаковы, а времена пропорциональны линейным размерам. Отношение чисел оборотов $n_c = \frac{1}{t_c} = \frac{1}{l_c}$.

Поскольку $P_c = \rho_c V_c^2$, то можно записать $N_c = \rho_c V_c^3 l_c^2$. Если принять $V_c = 1$, $\rho_c = 1$, то $N_c = l_c^2$. Таким образом, при одинаковых плотностях (степенях сжатия) и скоростях совершающихся процессов мощности подобных поршневых машин пропорциональны квадратам линейных размеров (например, площади цилиндра).

Если принять одинаковыми числа оборотов и плотности, то есть $\rho_c = 1$ и $t_c = 1$, то $V_c = \frac{l_c}{t_c} = l_c$. Следовательно, получим: $N_c = \rho_c V_c^3 l_c^2 = l_c^5$.

5.4.4. Выбор физических параметров модели транспортного средства

Рассмотрим гусеничное транспортное средство, схема которого показана на рис. 5.3. Импульсное приложение нагрузки может быть вызвано изменением усилия на крюке, разгоном, переключением передачи, включением лебедки и т. д.

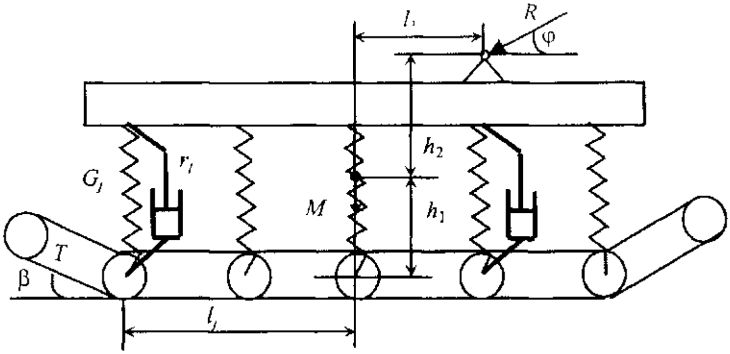


Рис. 5.3. Схема гусеничного транспортного средства
M - подрессоренная масса, R – произвольно приложенная сила, C_j коэффициент жесткости j-й подвески, r_j коэффициент сопротивления амортизаторов j-й подвески, n число катков на борту, m – число катков с амортизаторами на одном борту

При физическом моделировании таких транспортных средств для выбора параметров модели обычно требуется соблюдение следующих условий:

1) модель по основным, существенным размерам должна быть геометрически подобна рассматриваемой машине (натуре);

2) явления в модели и натуре должны принадлежать к одному и тому же классу, то есть описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями;

3) начальные и краевые условия для натуры и модели должны быть тождественны;

4) одноименные безразмерные параметры, входящие в дифференциальные уравнения для натуры и модели должны быть соответственно равны.

Для обеспечения равенства дифференциальных уравнений для натуры и модели необходимо соответствующим образом выбрать коэффициенты подобия q_{ci}. Их называют еще масштабными коэффициентами перевода различных величин с натуры на модель и наоборот.

Возьмем в качестве исходного коэффициент подобия размеров. Обращаем внимание читателей на то, что в данном примере для удобства коэффициенты подобия приняты обратными изложенным выше, однако на выводах это не скажется.

$$l_c = \frac{l_{iм}}{l_{iн}}, \tag{5.24}$$

где $l_{iн}$ и $l_{iм}$ – соответственные размеры натуры и модели.

Определим теперь другие коэффициенты подобия. Для масштабирования масс имеем.

$$m_c = \frac{M_м}{M_н} = \frac{\rho_м \cdot W_м}{\rho_н \cdot W_н}.$$

Здесь $W_м$ и $W_н$ – объемы натуры и модели (они пропорциональны кубу линейного размера). Как правило, плотности материала натуры и модели $\rho_н$ и $\rho_м$ приближенно равны, отсюда.

$$m_c = l_c^3. \tag{5.25}$$

Так как натура и модель находятся в одном поле тяготения, то ускорение силы тяжести для них будет одно и то же. Тогда коэффициент подобия сил:

$$g_c = \frac{G_м}{G_н} = \frac{g \cdot M_м}{g \cdot M_н} = l_c^3. \tag{5.26}$$

Рассматривая аналогичным образом другие величины, можно получить следующие коэффициенты подобия:

для моментов инерции:

$$j_c = \frac{J_м}{J_н} = \frac{l_м^2 \cdot M_м}{l_н^2 \cdot M_н} = l_c^3 \cdot l_c^2 = l_c^5; \tag{5.27}$$

для углов:

$$\varphi_c = \frac{\varphi_м}{\varphi_н} = 1; \tag{5.28}$$

для жесткости подвесок:

$$C_c = \frac{C_м}{C_н} = \frac{P_{км}}{h_{км}} \cdot \frac{P_{кн}}{h_{кн}} = \frac{l_c^3}{l_c} = l_c^2, \tag{5.29}$$

где $P_{км}$ и $P_{кн}$ – усилия на катках модели и натуры соответственно,

$h_{км}$ и $h_{кн}$ – перемещения катков модели и натуры соответственно,

для времени:

$$t_c = \frac{t_м}{t_н}, \tag{5.30}$$

для линейных скоростей:

$$V_c = \frac{l_c}{t_c}, \tag{5.31}$$

для коэффициентов амортизаторов (при $r = kV$):

$$K_c = \frac{r_c}{V_c} = \frac{l_c^3}{l_c} \cdot t_c = l_c^2 \cdot t_c; \tag{5.32}$$

для линейных ускорений:

$$a_c = \frac{l_c}{t_c^2};\qquad (5.33)$$

для угловых скоростей (при $\varphi^{\bullet} = d\varphi/dt$):

$$\omega_c = \frac{1}{t_c};\qquad (5.34)$$

для угловых ускорений (при $\varphi^{\bullet\bullet} = d^2\varphi/dt^2$):

$$\omega^{\bullet}_c = \frac{1}{t_c^{\,2}}.\qquad (5.35)$$

Для установления соотношения между коэффициентами подобия l_c и t_c можно, как было указано в разделе 5.2, записать размерность силы $[g_c] = [m_c]\cdot[a_c]$. Поскольку в соответствии с (5.25) и (5.26) для наших условий размерности g_c и m_c равны, то $[a_c] = 1$. Из выражения (5.33) получим при этом $1 = l_c/t_c^2$, откуда

$$t_c = \sqrt{l_c}.\qquad (5.36)$$

Из выражений (5.31), (5.32), (5.34) и (5.35) получим:

$$V_c = \sqrt{l_c};\quad K_c = l_c^2\sqrt{l_c};\quad \omega_c = 1/\sqrt{l_c},\quad \omega_c^{\bullet} = 1/l_c.$$

Полученные по (5.24)–(5.36) коэффициенты подобия позволяют спроектировать модель для проведения исследований ее вместо натуры. Например, если принять за основу линейное моделирование и изготавливать модель в масштабе 1:4 ($l_c = 1/4$), то другие параметры модели должны соответствовать приведенным в табл. 5.2 данным.

Таблица 5.2

Коэффициенты подобия при $l_c = 1/4$

Параметр	Коэффициент подобия	
	обозначение	величина
Длина	l_c	1/4
Масса	m_c	1/64
Сила	g_c	1/64
Момент инерции	J_c	1/1024
Линейная скорость	V_c	1/2
Линейное ускорение	a_c	1
Угол	φ_c	1
Время	t_c	1/2
Жесткость пружины	C_c	1/16
Коэффициент сопротивления амортизатора	K_c	1/32
Угловая скорость	ω_c	2
Угловое ускорение	$\omega_c^{\bullet}$	4

6. ПЛАНИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

6.1. ТРЕБОВАНИЯ К ВЫБОРУ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА

Задачей планирования экспериментов является выбор числа и условий проведения экспериментов. Число экспериментов является важнейшей характеристикой плана, от него зависит не только точность полученных результатов, но также стоимость и длительность проведения исследований. Обычно [21] выбирают число экспериментов $N>K+1$, где K – число элементов в модели (для полиномиальной модели – число членов полинома без учета свободного члена).

Понятие об оптимальном плане зависит, главным образом, от конкретных особенностей исследуемого объекта. К ним можно отнести вид модели, уровень знаний об объекте исследования, допускаемые области варьирования факторов, размер отпущенных на исследование средств и т. д.

Как известно [26], если представить модель процесса в виде функции $y = f(K_{ij}, X_{ij})$, то критерии оптимальности планов можно разделить на две группы: критерии, связанные с точностью оценок коэффициентов модели K_{ij}; критерии, связанные с ошибкой в оценке модели y, то есть с ошибкой в оценке поверхности отклика.

Рассмотрим наиболее употребительные критерии оптимальности планов.

К первой группе критериев относятся:

А-оптимальность (average variance – средняя дисперсия). Этот критерий требует, чтобы эллипсоид рассеяния оценок коэффициентов имел наименьшую сумму квадратов длин осей.

D-оптимальность (determinant – определитель). Для планов, удовлетворяющих этому критерию, эллипсоид рассеяния оценок коэффициентов имеет минимальный объем.

Е-оптимальность (eigen value – собственное значение). Выполнение этого критерия предполагает, что эллипсоид рассеяния оценок коэффициентов имеет наименьшую максимальную ось.

Ортогональность. Для ортогональных планов все оценки коэффициентов независимы, главные оси эллипсоида рассеяния оценок коэффициентов совпадают с направлениями координатных осей в пространстве коэффициентов. Выполнение критерия ортогональности существенно упрощает вычисления.

Ко второй группе критериев относятся:

G-оптимальность (general variance – общая дисперсия). В соответствии с этим критерием максимальное значение дисперсии оценки модели минимально. Выполнение данного критерия позволяет не иметь точек со слишком низкой точностью оценки поверхности отклика.

Q-оптимальность (qualitet – качество). Критерий позволяет иметь среднюю дисперсию оценки поверхности отклика минимальной.

Ротатабельность – (rotation – вращение). Этот критерий требует такого расположения точек в области планирования, при котором ошибки оценки поверхности отклика зависят только от расстояния до центра плана. Любое направление от центра плана равнозначно в смысле точности.

Униформность. В планах, отвечающих этому требованию, дисперсия оценки модели в некоторой области вокруг центра практически постоянна.

Обеспечение выполнения указанных (а также и ряда других) критериев связано с разработкой различных типов планов. В литературе [17; 22, 26; 27] приводятся структуры таких планов. Мы в дальнейшем будем использовать имеющиеся там рекомендации. При выборе планов эксперимента необходимо также иметь в виду их некоторые свойства.

Насыщенность. Если число опытов равно числу неизвестных коэффициентов модели, то план называется насыщенным. Планы, содержащие меньшее число опытов, не позволяют найти единственные оценки коэффициентов модели. Обычно используются планы с числом опытов $N \geq K+1$, где K – число неизвестных коэффициентов

Композиционность. Очень часто исследователь не знает истинного вида модели, поэтому сначала делается предположение о простейшей форме модели (линейная зависимость). На основании этого предположения выбирается план эксперимента и проверяется адекватность модели. Если линейная модель неадекватна, переходят к квадратичной модели и соответствующему плану и т. д. План называется композиционным, если при выборе модели более высокого порядка можно использовать все результаты опытов по плану меньшего порядка.

Рандомизированность. Это обеспечение случайного порядка (например, с помощью таблицы случайных чисел) проведения опытов для исключения влияния неконтролируемых факторов. К ним можно отнести также усталость оператора в процессе исследований и многое другое, если оно специально не контролируется.

Простота обработки результатов. Многие планы, разработанные в соответствии с указанными выше критериями, позволяют простую обработку результатов по простейшим формулам. Это важно не только для ручного счета, но позволяет также экономить машинное время на ЭВМ, увеличивать точность расчетов

Для разработки конкретных планов экспериментов, особенно экстремальных, существенной задачей является выбор координат базовой точки и интервалов варьирования факторов.

Обычно полагают, что в исследуемой области факторов имеется только одна многомерная, определенная по всем факторам экстремальная точка. Эта точка называется базовой или нулевой. Задача упрощается, если исследователь может достаточно правильно указать положение нулевой точки в факторном пространстве, исходя из априорных сведений. Естественно, что чем выше уровень априорных сведений, чем опытнее экспериментатор, тем меньше потребуется экспериментов для решения задачи. Если же не имеется возможности хотя бы приблизительно указать положение нулевой точки, необходимо проводить дополнительные эксперименты по отысканию области оптимума, а потом нулевую точку брать в середине области. Методы определения области оптимума приведены в п. 6.4.

В случае принятия гипотезы о линейной зависимости искомого параметра от принятых к исследованию факторов специальное определение нулевой точки необязательно. В качестве этой точки можно брать середину области по каждому фактору.

При выборе величины интервала варьирования каждого фактора руководствуются следующими требованиями:

величина интервала варьирования λ_i должна превышать погрешность измерения фактора. Часто полагают [22], что λ_i должна быть больше удвоенной среднеквадратической ошибки фиксирования фактора;

максимальная величина λ_i ограничивается величиной области определения фактора;

приращение параметра при изменении фактора на величину интервала должно быть заметным;

величина интервала варьирования не должна быть очень большой, так как это может вызвать искажение поверхности отклика;

величина λ_i должна быть такой, чтобы пробные точки не выходили за пределы допустимых значений.

Таким образом, предъявляемые к величине λ_i требования не позволяют однозначно определить ее, поэтому выбор интервалов варьирования факторов во многом определяется опытностью экспериментатора, которому необходимо принять во внимание вид математической модели процесса, число принятых к исследованию факторов, число уровней варьирования, размеры области определения факторов и указанные выше требования.

Из большого числа возможных планов эксперимента мы далее рассмотрим более подробно линейные планы, планы с использованием латинских квадратов и нелинейные планы второго порядка. На их примере можно изучить принципы планирования эксперимента и при необходимости использовать их для построения других типов планов.

6.2. ЛИНЕЙНЫЕ ПЛАНЫ

Если принимается гипотеза о линейной зависимости параметра от принятых к исследованию факторов, то в плане эксперимента достаточно иметь два уровня каждого фактора. Действительно, две точки дадут возможность определить уравнение прямой линии. Для удобства представления планов целесообразно перейти от натуральных единиц факторов к безразмерным. С этой целью принимают половину интервала варьирования каждого фактора за единицу. Тогда границы интервалов в линейных планах будут иметь обозначения –1 и +1; чаще всего цифра 1 опускается, и уровни каждого фактора будут иметь обозначения: "–" (нижний уровень) и "+" (верхний уровень). Более подробно этот вопрос рассмотрен в п. 3.3.6.

Матрица планирования для двух факторов показана в табл. 6 1.

Строки в столбцах X_1 и X_2 матрицы планирования собственно и задают план эксперимента, то есть те сочетания уровней факторов, при которых следует проводить эксперименты. Первый стол-

Таблица 6 1

Линейный двухфакторный план

№ опыта	X_0	X_1	X_2	$X_1 X_2$	Y
1	+	+	+	+	Y_1
2	+	–	+	–	Y_2
3	+	+	–	–	Y_3
4	+	–	–	+	Y_4

бец матрицы соответствует фиктивной переменной X_0. Он нужен при определении свободного члена в уравнении модели. Столбец X_1X_2 позволяет определить влияние взаимодействия факторов на искомый параметр модели, а уровни его определяются как алгебраическое произведение столбцов X_1 и X_2. В столбце Y записываются результаты экспериментов, а также частные средние для каждой строки.

Чтобы составить матрицу планирования для трех факторов, можно дважды повторить матрицу планирования для двух факторов, взяв при этом для фактора X_3 первый раз уровень "+", а второй раз – уровень "–". Такая матрица планирования показана в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Линейный трехфакторный план

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Y
1	+	+	+	+	+	+	+	+	Y_1
2	+	–	+	+	–	–	+		Y_2
3	+	+		+		+		–	Y_3
4	+	–	–	+	+	–	–	+	Y_4
5	–	+	+		–	–	–		Y_5
6	–	–	+		–	+		+	Y_6
7	–	+	–	–			+	+	Y_7
8	–	–	–	–	–	+	+		Y_8

Аналогичным образом можно построить матрицы планирования для четырех, пяти и более факторов. Построенные таким образом планы называются линейными планами полных факторных экспериментов (ПФЭ). Общее число экспериментов в них равно

$$N = 2^k, \qquad (6.1)$$

где k – число факторов.

По этим планам легко определяется линейная зависимость искомого параметра от принятых факторов:

$$y = b_0 + b_i \cdot x_i + b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \,. \qquad (6.2)$$

Коэффициенты b определяются по общей формуле:

$$b_j = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} x_{ij} \cdot y_i\,; \; j = 0, 1, \ldots, k \qquad (6.3)$$

Поскольку величины x_{ij} имеют значения только +1 или –1, то при определении коэффициентов уравнения (6.2) эти величины скажутся только на знаке частной средней в каждой строке. Например, коэффициенты уравнения (6.2) в случае двух факторов (используя табл. 6.1) будут равны:

$b_0 = \dfrac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}$, $b_1 = \dfrac{y_1 - y_2 + y_3 - y_4}{4}$ и т. д., а уравнение (6.2) будет иметь вид:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 . \qquad (6.4)$$

Коэффициенты b_j указывают силу и направление влияния соответствующих факторов на искомый параметр объекта исследования. Знак коэффициента указывает на направление влияния фактора, а величина коэффициента – на силу влияния (чем больше его численная величина, тем большее влияние оказывает данный фактор).

Как видно из формулы (6.3), все коэффициенты определяются независимо друг от друга (план ортогональный). Поскольку все факторы закодированы в одинаковых величинах (+1 или –1), то их можно менять местами (план ротатабельный). Простота обработки таких планов очевидна.

Число опытов $N = 2^k$ полных факторных планов быстро растет с увеличением числа факторов, так что при больших числах k такие планы могут оказаться неприемлемыми.

Если исследователь уверен, что зависимость (6.2) только линейна (можно пренебречь взаимодействием факторов на искомый параметр модели), то количество опытов в плане можно сократить, особенно при большом числе факторов. Для этого используются дробные факторные планы типа $N = 2^{k-p}$, где p – число линейных эффектов, приравненных к эффектам взаимодействия.

Для построения дробного факторного плана типа 2^{k-p} можно [21, 28] пользоваться следующими правилами. Из множества k выбирается $(k-p)$ основных факторов, для которых строится полный факторный план. Затем этот план дополняется p столбцами, соответствующими оставшимся факторам. Каждый из этих столбцов получается как результат перемножения не менее двух и не более $(k-p)$ столбцов основных факторов. Произведение основных факторов называется генератором плана (генерирующим соотношением). При введении в план новых факторов (столбцов) следует использовать для них в качестве генерирующих соотношений взаимодействия более высоких порядков. Например, в матрицу планирования, приведенную в табл. 6.2, фактор X_4 целесообразно вводить, используя генерирующее соотношение $x_4 = x_1 x_2 x_3$. При этом получим полуреплику плана 2^{4-1}. В случае использования генерирующего соотношения $x_4 = -x_1 x_2 x_3$, получим вторую полуреплику этого плана.

А вообще матрица планирования табл. 6.2 может быть использована для изучения семи факторов (план 2^{7-4}) с генерирующими соотношениями $x_4=x_1x_2$, $x_5=x_1x_3$, $x_6=x_2x_3$ и $x_7=x_1x_2x_3$. Количество экспериментальных точек при этом сокращается со ста двадцати восьми до восьми. Получившийся план будет насыщенным, так как по восьми точкам определяются восемь коэффициентов модели типа 6.2. Вычисление коэффициентов ведется по формуле (6.3).

Оценка значимости коэффициентов в уравнении регрессии (6.2) производится с помощью t-критерия Стьюдента (табл. 8 Приложения). С этой целью вычисляется доверительный интервал для каждого коэффициента, ширина доверительного интервала.

$$\Delta b_u = \pm t S_i, \tag{6.5}$$

где t – критерий Стьюдента при заданном уровне статистической надежности p и числе степеней свободы f_2.

Число степеней свободы f_2 определяется по формуле:

$$f_2 = N(\nu - 1), \tag{6.6}$$

где N – число опытных точек;

ν – число параллельных испытаний в каждой опытной точке.

Среднее квадратическое отклонение ошибок наблюдений может быть вычислено по зависимости.

$$S_i = \sqrt{\frac{S_e}{N \cdot \nu \cdot f_2}}, \tag{6.7}$$

где $S_e = \sum\limits_1^N \sum\limits_1^\nu \left(y_{ij} - \tilde{y}_i\right)^2$. Здесь $\tilde{y}_i$ – средняя величина измерений параметра в i-й опытной точке.

Коэффициент уравнения регрессии (6.2) будет незначительным, если в доверительном интервале по нему

$$b_u - \Delta b_u \le \beta_u \le b_u + \Delta b_u \tag{6.8}$$

произойдет смена знака.

Проверку адекватности модели можно осуществить с помощью критерия F (Фишера). Для этого необходимо вычислить величину:

$$F = \frac{S_{\text{рас}} / f_1}{S_e / f_2} \tag{6.9}$$

и сравнить ее с табличной (табл. 10 Приложения) при заданном уровне статистической надежности и степенях свободы f_1 и f_2.

Если вычисленное значение F превышает табличное, то с надежностью вывода p можно считать расхождение дисперсий (расчетной и экспериментальной) неслучайным, а принятую модель неадекватной.

Величина $S_{рас}$ определяется по формуле:

$$S_{рас} = \sum_{1}^{N} \nu \cdot \left(\widetilde{y}_i - y_{рас}\right)^2 \tag{6.10}$$

с числом степеней свободы $f_1 = N - K - 1$.

Пример. Обработаем результаты условного эксперимента, проведенного по дробному факторному плану $N = 2^{5-2}$ Взаимодействия факторов считаем незначительными и пренебрегаем ими.

В табл 6.3 приведен план эксперимента, результаты условного эксперимента с частными средними по строкам $\widetilde{y}$ и результаты расчета (в качестве генерирующих соотношений приняты $x_5 = -x_1x_2$ и $x_4 = x_1x_2x_3$)

Таблица 6 3

Дробный факторный план

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Результаты опытов		$Y_{рас}$
							y	$\widetilde{y}$	
1	+	+	+	+	+	-	51, 55	53	53,3
2	+		+	+	–	+	45, 47	46	47,3
3	+	+	–	+		+	63, 67	65	61,8
4	+			+	+		47, 49	48	47,3
5	+	+	–		–	–	55, 59	57	57,5
6	+	–	–	-	+	+	44, 46	45	43,0
7	+	+	–	–	+	+	53, 57	55	57,5
8	+				–	–	49, 51	50	51,5
$\sum$	419	–17	41	5	–17	3		419	

В последней строке таблицы (суммы) суммируем средние результаты $\widetilde{y}_i$ x_i. По формуле (6.3) определяем коэффициенты уравнения регрессии типа (6.2).

$$b_0 = \frac{419}{8} = 52{,}4; \qquad b_1 = -\frac{17}{8} = -2{,}12; \qquad b_2 = 5{,}12;$$

$$b_3 = 0{,}625; \qquad b_4 = -2{,}12; \qquad b_5 = 0{,}375$$

Получили уравнение регрессии:

$$y = 52{,}4 - 2{,}12x_1 + 5{,}12x_2 + 0{,}625x_3 - 2{,}12x_4 + 0{,}375x_5 .$$

Проверим значимость коэффициентов, для этого вычисляем:

$$S_e = \sum_{1}^{N} \sum_{1}^{\nu} \left(y_{ij} - \widetilde{y}_i\right)^2 = 40{,}1; \quad S_i = \sqrt{\frac{S_e}{N \cdot \nu \cdot \varphi_2}} = \sqrt{\frac{40}{8 \cdot 2 \cdot 8}} = 0{,}559.$$

Выбираем уровень статистической надежности $p=0,95$ и по табл. 8 Приложения при числе степеней свободы $f_2=8$ находим $t=2,31$

Следовательно, ширина доверительного интервала

$$\Delta b_u = \pm t S_i = \pm 2,31 \cdot 0,559 = \pm 1,29 .$$

В соответствии с зависимостью (6.8) получаем следующие доверительные интервалы коэффициентов:

$$51,1 < b_0 < 53,7, \qquad -3,41 < b_1 < -0,83, \qquad 3,83 < b_2 < 6,41;$$

$$-0,67 < b_3 < 1,91; \qquad -3,41 < b_4 < -0,83; \qquad -0,92 < b_5 < 1,66.$$

Как видно, для коэффициентов b_3 и b_5 границы интервалов имеют разные знаки. Значит, по результатам данного конкретного эксперимента факторы x_3 и x_5 можно считать незначимыми. Уравнение регрессии примет вид:

$$y = 52,4 - 2,12x_1 + 5,12x_2 - 2,12x_4 .$$

Определим расчетные значения y и впишем их в табл. 6.3.

По формуле (6.10) определяем $S_{\text{рас}} = \sum_{1}^{N} v \cdot \left(\tilde{y}_i \cdot x_i - y_{\text{рас}}\right)^2$ при $f_1 = N - k - 1 = 8 - 5 - 1 = 2$. Для проверки адекватности модели вычисляем по формуле (6.9):

$$F = \frac{50,5 \cdot 8}{2 \cdot 40} = 5,05 .$$

Сравнивая полученное F с табличным (при $p=0,95$; $f_1=2$ и $f_2=8$ $F_{\text{табл}}=4,46$), видим, что оно больше табличного. Следовательно, с надежностью $p=0,95$ можно утверждать, что расхождение между расчетом и экспериментом неслучайно, и модель неадекватна. Возможно, что сказывается взаимодействие факторов, которыми мы априорно пренебрегали, или недостаточно обоснованно исключены факторы x_3 и x_5.

Принять решение о проведении дальнейших опытов или изменении вида уравнения регрессии можно, анализируя конкретный исследуемый процесс.

При проверке адекватности модели следует обратить внимание на следующее: при большой точности эксперимента (величина S_e будет меньше) вероятность получения адекватной модели будет уменьшаться. Отсюда можно сделать вывод: точному эксперименту должна соответствовать точная модель, линейная зависимость может оказаться слишком грубой.

6.3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ПЛАНЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В данном разделе будем рассматривать планы для моделей, имеющих вид:

$$y = b_0 + b_i \cdot x_i + b_{ii} \cdot x_i^2 + b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j\,, \qquad (6.11)$$

где $i, j = 1, 2, \ldots, k$ $i \neq j$

Общее число неизвестных коэффициентов в модели (6.11) равно:

$$n + 1 = \frac{(k+2)(k+1)}{2}. \qquad (6.12)$$

Например, для зависимости, содержащей три фактора, получим $n+1=10$, то есть свободный член b_0 и $n=9$ членам, содержащим независимые переменные (факторы, их квадраты и парные взаимодействия).

Чтобы получить оценки коэффициентов модели вида (6.11), необходимо иметь как минимум три уровня каждого фактора. Из всего многообразия нелинейных планов второго порядка мы рассмотрим только ротатабельные планы Бокса. Они обладают свойством композиционности по отношению к рассмотренным ранее линейным планам. Построение этих планов осуществляется путем добавления к ядру, образованному планом для линейной модели, точки в центре плана с координатами (0, 0,..., 0) и $2k$ точек с координатами $(\pm\alpha, 0, 0, \ldots, 0)$, $(0, \pm\alpha, 0, \ldots, 0), \ldots, (0, 0, \ldots, \pm\alpha)$. Последние точки называются звездными. Графически план такого типа для $k=2$ показан на рис. 6.1.

Ротатабельность планов обеспечивается за счет выбора звездного плеча α и количества опытов n_0 в центре плана в так называемой нулевой точке. Величина плеча зависит от линейного ядра плана (можно брать планы типа $N=2^k$ или $N=2^{k-p}$) и равна:

$$\alpha = 2^{\frac{k-p}{4}} \qquad (6.13)$$

Число опытов в ядре плана выбирается с целью обеспечения униформности плана в радиусе сферы от 0 до 1. В табл. 6.4. приведены взятые из [21] величины звездного плеча α, числа n_0 точек в центре плана, звездных точек и общего числа точек n для ротатабельных униформных планов Бокса второго порядка.

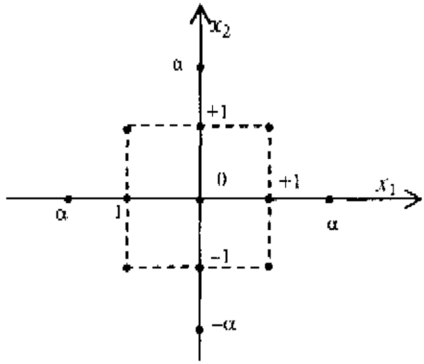


Рис. 6.1. План Бокса при $k=2$

9 Зак. 22

Таблица 6.4

Характеристики ротатабельных планов

k	Ядро плана	Число звездных точек	n_0	N	α	Общее число коэфф.
2	2^2	4	5	13	1,414	6
3	2^3	6	6	20	1,682	10
4	2^4	8	7	31	2,000	15
5	2^5	10	10	52	2,378	21
5	2^{5-1}	10	6	32	2,000	21
6	2^6	12	15	91	2,828	28
6	2^{6-1}	12	9	53	2,378	28

Матрицы планов для $k = 2$ и $k = 3$ приведены в табл. 6.5 и 6.6.

Данные примеры позволяют построить матрицы планов и для большего числа факторов.

Уровни факторов, приведенные в табл. 6.5 и 6.6, показаны в условных единицах, полученных по формуле:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{X_{i\max} - X_{i\min}} \cdot 2\alpha\,, \qquad (6.14)$$

где X_i, X_{i0} – текущий и нулевой уровни фактора;

$X_{i\max}$, $X_{i\min}$ – максимальный и минимальный уровни фактора.

Таким образом, по каждому фактору в рассматриваемых планах имеем пять уровней. Если обозначить размах области исследования по i-му фактору $a_i = X_{i\max} - X_{i\min}$, то уровни факторов будут: $X_{i0} - \frac{a_i}{2}$; $X_{i0} - \frac{a_i}{2\alpha_i}$; X_{i0}; $X_{i0} + \frac{a_i}{2\alpha_i}$; $X_{i0} + \frac{a_i}{2}$, а в условных единицах: $-\alpha_i$; -1; 0; 1; α_i.

Таблица 6.5

Ротатабельный план для двух факторов

X_0	X_1'	X_2'	X_0	X_1'	X_2'
+1	+1	+1	+1	0	−1,414
+1	+1	−1	+1	0	0
+1	−1	+1	+1	0	0
+1	−1	−1	−1	0	0
+1	−1,414	0	+1	0	0
+1	1,414	0	+1	0	0
+1	0	+1,414			

Таблица 6.6

Ротатабельный план для трех факторов

x_0	x_1	x_2	x_3	X_0	X_1	X_2	X_3
+1	+1	+1	+1	+1	0	+1,682	0
+1	+1	1	−1	+1	0	1,682	0
+1	−1	+1	+1	+1	0	0	+1,682
+1	−1	−1	+1	+1	0	0	−1,682
+1	−1	+1	1	+1	0	0	0
+1	+1	−1	−1	+1	0	0	0
+1	−1	−1	−1	+1	0	0	0
+1	−1	−1	−1	+1	0	0	0
+1	−1,682	0	0	+1	0	0	0
+1	−1,682	0	0	+1	0	0	0

Найдем в качестве примера уровни числа оборотов на входном валу редуктора, если это один из трех принятых к исследованию факторов (числа оборотов в минуту меняются, предположим, от 800 до 1400). Как видим, $a_i = 1400 - 800 = 600$, а середина области $x_{i0} = 1100$. Из табл. 6.4 находим $\alpha_i = 1{,}682$. Следовательно, уровни числа оборотов будут:

$$x_{i0} - \frac{a_i}{2} = 800\frac{\text{об}}{\text{мин}}; \qquad x_{i0} - \frac{a_i}{2\alpha_i} = 922\frac{\text{об}}{\text{мин}}; \qquad x_{i0} = 1100\frac{\text{об}}{\text{мин}};$$

$$x_{i0} + \frac{a_i}{2\alpha_i} = 1278\frac{\text{об}}{\text{мин}}; \qquad x_{i0} + \frac{a_i}{2} = 1400\frac{\text{об}}{\text{мин}}.$$

Из табл. 6.5 и 6.6 наглядно видна необходимость рандомизации проведения экспериментов, ибо, например, уровни нулевого фактора x_1' в матрице плана размещены в конце таблицы.

Коэффициенты уравнения (6.11) по имеющимся результатам опытов могут быть определены любым из известных методов, например, методом наименьших квадратов.

Для рассматриваемых в настоящем параграфе планов с ядром в виде полного линейного плана вычисление коэффициентов существенно упрощается. Они вычисляются по следующим формулам:

$$b_0 = \frac{1}{n_0}\sum_1^N y - \frac{N - n_0}{kn_0\sum_1^N x_i^2}\sum_1^k\sum_1^N x_i^2 y = \text{А}\sum_1^N y - \text{Б}\sum_1^k\sum_1^N x_i^2 y; \qquad (6.15)$$

$$b_i = \frac{1}{\sum_1^N x_i^2}\sum_1^N x_i y = B\sum_1^N x_i y; \qquad (6.16)$$

$$b_{ii} = \frac{(k+2)\cdot(N-n_0)}{2k\left(\sum\limits_1^N x_i^2\right)^2}\sum_1^N x_i^2 y + \frac{(N-n_0)\cdot\left[2N - n_0(k+2)\right]}{2k^2 n_0\left(\sum\limits_1^N x_i^2\right)^2}\sum_1^k\sum_1^N x_i^2 y -$$

$$- \frac{N-n_0}{k\, n_0\sum\limits_1^N x_i^2}\sum_1^N y = Г\sum_1^N x_i^2 y + Д\sum_1^k\sum_1^N x_i^2 y - Б\sum_1^N y; \qquad (6.17)$$

$$b_{ij} = \frac{(k+2)\cdot(N-n_0)}{k\left(\sum\limits_1^N x_i^2\right)^2}\sum_1^N x_i x_j y = E\sum_1^N x_i x_j y. \qquad (6.18)$$

Здесь

$$\sum_1^N x_i^2 = 2^k + 2\alpha_i^2. \qquad (6.19)$$

Содержащиеся в формулах суммы, в которые входят результаты эксперимента y, вычисляются после проведения опытов. Коэффициенты *А*, *Б*, *В*, *Г*, *Д* и *Е* зависят от числа факторов и могут быть определены заранее. В табл. 6.7 приведены эти коэффициенты.

Таблица 6.7

Численные значения коэффициентов

Коэффициенты	Количество факторов					
	2	3	4	5	6	7
А	0,200	0,167	0,143	0,100	0,0667	0,0476
Б	$1\cdot10^{-1}$	$5{,}69\cdot10^{-2}$	$3{,}57\cdot10^{-2}$	$1{,}94\cdot10^{-2}$	$1{,}06\cdot10^{-2}$	$6{,}41\cdot10^{-3}$
В	$1{,}25\cdot10^{-1}$	$7{,}32\cdot10^{-2}$	$4{,}17\cdot10^{-2}$	$2{,}31\cdot10^{-2}$	$1{,}25\cdot10^{-2}$	$6{,}64\cdot10^{-3}$
Г	$1{,}25\cdot10^{-1}$	$6{,}25\cdot10^{-2}$	$3{,}12\cdot10^{-2}$	$1{,}57\cdot10^{-2}$	$7{,}92\cdot10^{-3}$	$4{,}02\cdot10^{-3}$
Д	$1{,}88\cdot10^{-2}$	$6{,}95\cdot10^{-3}$	$3{,}72\cdot10^{-3}$	$1{,}52\cdot10^{-3}$	$6{,}82\cdot10^{-4}$	$4{,}17\cdot10^{-4}$
Е	$2{,}50\cdot10^{-1}$	$1{,}25\cdot10^{-1}$	$6{,}25\cdot10^{-2}$	$3{,}14\cdot10^{-2}$	$1{,}58\cdot10^{-2}$	$8{,}05\cdot10^{-3}$
Ж	$1{,}44\cdot10^{-1}$	$6{,}95\cdot10^{-2}$	$3{,}50\cdot10^{-2}$	$1{,}72\cdot10^{-2}$	$8{,}60\cdot10^{-3}$	$4{,}44\cdot10^{-3}$

Вычисление сумм по результатам экспериментов удобно производить с помощью вспомогательных таблиц, содержащих уровни факторов в условных единицах. В качестве примера в табл. 6.8 показано вычисление сумм для плана при $k=2$ (результаты опытов взяты условно).

Знаяя суммы из табл. 6.8 и коэффициенты из табл. 6.7, по формулам (6.15–6.19) легко вычислить все коэффициенты уравнения (6.11).

Таблица 6.6

Вычисление сумм

x_1	x_2	$(x_1)^2$	$(x_2)^2$	x_1x_2	y	x_1y	x_2y	$(x_1)^2y$	$(x_2)^2y$	x_1x_2y
1	1	1	1	1	8	8	8	8	8	8
1	-1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	-1	4	–4	4	4	4	–4
–1	–1	1	1	1	2	-2	-2	2	2	2
1,414	0	2	0	0	4	5,6	0	8	0	0
1,414	0	2	0	0	1	–1,4	0	2	0	0
0	1,414	0	2	0	8	0	11	0	16	0
0	–1,414	0	2	0	3	0	4,2	0	6	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
СУММЫ					38	8,2	14,8	26	38	4

Оценка значимости коэффициентов уравнения регрессии производится аналогично изложенному в п. 6.2. Ширина доверительного интервала будет:

$$\Delta b_u = \pm t \cdot S_{bu}, \tag{6.20}$$

где t – табличное значение (см. табл. 8 Приложения) критерия Стьюдента при заданном уровне статистической надежности P и степени свободы $f_2 - n_0 - 1$;

S_{bu} - среднеквадратическая ошибка определения u-го коэффициента.

Среднеквадратические ошибки коэффициентов определяются по формулам:

$$S_{b0}{}^2 = A \cdot \sigma_э^2; \tag{6.21}$$

$$S_{bi}{}^2 = B \cdot \sigma_э^2 \tag{6.22}$$

$$S_{bu}{}^2 = \frac{(k - n_0)\left[2N + n_0\left(k^2 + k - 2\right)\right]}{2k^2 n_0 \left(\sum\limits_1^N x_i^2\right)} \cdot \sigma_э^2 = Ж \cdot \sigma_э^2; \tag{6.23}$$

$$S_{bii}{}^2 - E \cdot \sigma_э^2. \tag{6.24}$$

В эти формулы входит дисперсия результатов опытов в нулевой точке:

$$\sigma_э^2 = \frac{\sum\limits_1^{n_0}\left(y_{0i} - \bar{y}_0\right)^2}{n_0 - 1}. \tag{6.25}$$

Коэффициент уравнения регрессии (6.11) будет незначимым, если в доверительном интервале по нему

$$b_u - \Delta b_u \le \beta_u \le b_u + \Delta b_u \qquad (6.26)$$

произошла смена знака, то есть величина коэффициента окажется по абсолютной величине меньше половины доверительного интервала.

Если незначимым оказался коэффициент при слабом факторе, включенном в исследование из осторожности, то данный член уравнения (6.11) можно исключить. Если же есть сомнение в правомерности такого исключения, то необходимо расширить область исследования по данному фактору и провести дополнительные эксперименты, по результатам которых решить вопрос о целесообразности исключения фактора.

Проверку адекватности модели обычно производят, используя критерий F Фишера. Для этого вычисляют величину

$$F = \frac{\sigma^2_{\text{рас}}}{\sigma^2_{\text{э}}} \qquad (6.27)$$

и сравнивают ее с табличной (табл. 10 Приложения) при заданном уровне статистической надежности P и степенях свободы f_1 и f_2. Если вычисленное F превышает табличное, то с надежностью вывода P можно считать расхождение дисперсий неслучайным, а принятую модель неадекватной.

Для определения расчетной дисперсии $\sigma^2_{\text{рас}}$ необходимо по полученному уравнению регрессии (6.11) вычислить $y_{\text{рас}}$ для каждой опытной точки и найти:

$$\sigma^2_{\text{рас}} = \frac{\sum\limits_1^N \left(y_{\text{рас}\,i} - \bar{y}_{\text{э}\,i}\right)^2 \cdot n_i}{N - n - n_0}, \qquad (6.28)$$

где $N - n - n_0 = f_1$;

n_i – число повторных измерений в i-й точке;

n – число из формулы (6.12).

Рассмотрим пример обработки результатов эксперимента, проведенного по ротатабельному плану Бокса второго порядка. Пусть результаты эксперимента приведены в табл. 6.8.

Пользуясь формулами (6.15–6.18) и данными табл. 6.7 и 6.8, получим:

$$b_0 = 0{,}2\cdot 38 - 0{,}1\cdot(26+38) = 1{,}2; \quad b_{12} = 0{,}250\cdot 4 = 1{,}00;$$

$$b_1 = 0{,}125\cdot 8{,}2 = 1{,}02; \qquad b_2 = 0{,}125\cdot 14{,}8 = 1{,}85;$$

$$b_{11} = 1{,}25\cdot 10^{-1}\cdot 26 + 1{,}88\cdot 10^{-2}\cdot(26+38) - 0{,}1\cdot 38 = 0{,}653;$$

$$b_{22} = 1{,}25\cdot 10^{-1}\cdot 38 + 1{,}88\cdot 10^{-2}\cdot(26+38) - 0{,}1\cdot 38 = 2{,}15.$$

Таким образом, имеем уравнение регрессии:

$$y = 1{,}2 + 1{,}02 \cdot x_1 + 1{,}85 \cdot x_2 + 0{,}653 \cdot x_1^2 + 2{,}15 \cdot x_2^2 + x_1 x_2$$

По формуле (6.25) дисперсия в нулевой точке $\sigma_y^2 = 0{,}70$.

По формулам (6.21–6.24) и данным табл. 6.7 находим:

$S_{b0}{}^2 = 0{,}2 \cdot 0{,}7 = 0{,}14;$ $\quad S_{b11}{}^2 = S_{b22}{}^2 = 0{,}144 \cdot 0{,}7 = 0{,}101;$

$S_{b1}{}^2 = S_{b2}{}^2 = 0{,}125 \cdot 0{,}7 = 0{,}088;$ $\quad S_{b12}{}^2 = 0{,}25 \cdot 0{,}7 = 0{,}175.$

Из табл. 8 Приложения при $p = 0{,}95$ и $f_2 = 5 - 1 = 4$ определяем $t = 2{,}78$. Следовательно,

$$\Delta b_0 = \pm 1{,}04; \qquad \Delta b_1 = \Delta b_2 = \pm 0{,}82;$$

$$\Delta b_{11} = \Delta b_{22} = \pm 0{,}88; \qquad \Delta b_{12} = \pm 1{,}16.$$

Сравнивая полученные величины Δb_{ii} с коэффициентами b_{ii}, можно сделать вывод о незначимости коэффициентов b_{11} и b_{12}. Приняв такое решение, будем иметь уравнение регрессии в виде:

$$y = 1{,}2 + 1{,}02 \cdot x_1 + 1{,}85 \cdot x_2 + 2{,}15 \cdot x_2^2 .$$

Для проверки адекватности этой модели составим вспомогательную табл. 6.9.

Теперь $\sigma_p = \dfrac{9{,}20}{13 - 5 - 5} = 3{,}07$ при $f_2 = 3$.

Таблица 6.9

Вспомогательная расчетная таблица

X_1	X_2	$y_{эксп}$	$Y_{расч}$	$(y_р - y_э)^2$
1	1	8	6,2	3,24
1	–1	2	2,5	0,25
–1	1	4	4,2	0,04
–1	–1	2	0,5	2,25
1,414	0	4	2,6	1,96
1,414	0	1	–0,2	1,44
0	1,414	8	8,1	0,01
0	–1,414	3	2,9	0,01
0	0		1,2	0
0	0		1,2	0
0	0	$y_{эксп} = 1{,}2$	1,2	0
0	0		1,2	0
0	0		1,2	0
				9,20

Вычисляем далее по формуле (6.27) $F = \frac{3,07}{0,7} = 4,39$. Табличное значение F (из табл. 10 Приложения) $F_{табл} = 6,66$ при $f_1 = 3$, $f_2 = 4$ и уровне статистической надежности $p = 0,95$.

Таким образом, гипотеза о неслучайности расхождения дисперсий отвергается, то есть модель адекватна.

6.4. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТИ ОПТИМУМА

Рассмотренные в предыдущем параграфе планы второго порядка позволяют находить экстремальные точки в исследуемой области. Однако применение таких планов эксперимента подразумевает, что исследователь достаточно полно представляет себе, где находится, как говорят, "почти стационарная область". Если же, хотя бы приблизительно, неизвестно, где находится экстремальная точка, которую желательно принять за центр плана, необходимо проводить предварительное исследование общей поверхности отклика. Рассмотрим несколько методов определения области оптимума.

6.4.1. Метод крутого восхождения

При исследовании функции типа $y = f(x_1, x_2, ..., x_k)$ ее оптимальное значение будет определяться координатами $x_1^{опт}, x_2^{опт}, ..., x_k^{опт}$. Нахождение этих координат и является задачей определения области оптимума.

Однофакторные эксперименты, при которых изменяется только один фактор x_i, а остальные принимаются постоянными, будут, как показано в п. 4.2, или неэффективны (не точны), или слишком громоздки.

Сутью крутого восхождения является движение по градиенту перпендикулярно линиям $y = \text{const}$, подобным линиям равной высоты на географических картах. Градиент непрерывной однозначной функции есть вектор:

$$grad\, y = \frac{\partial y}{\partial x_1} i + \frac{\partial y}{\partial x_2} j + ... + \frac{\partial y}{\partial x_k} k\ , \qquad (6.29)$$

где i, j, ..., k – единичные векторы в направлении координатных осей.

Как видно, составляющие градиента есть частные производные функции отклика, оценками которых являются коэффициенты регрессии. Значит, если функция линейная:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_k x_k\ , \qquad (6.30)$$

то коэффициенты b_i являются координатами вектор-градиента:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = b_1; \ \frac{\partial y}{\partial x_2} = b_2; ...; \frac{\partial y}{\partial x_k} = b_k . \qquad (6.31)$$

Таким образом, сделав допущение о том, что функция y непрерывна, дифференцируема, однозначна и не имеет особых точек, можно использовать метод крутого восхождения (или спуска).

Пусть исследование начинается в окрестности некоторой точки A (рис. 6.2), находящейся достаточно далеко от области оптимума, что позволяет принять за основу линейную модель типа (6.30). Для простоты графического изображения на рисунке показаны линии равных значений $y = f(x_1; x_2)$.

Контур линейного плана обозначен цифрой *1*. По результатам экспериментов определяются коэффициенты b_i.

Если теперь изменять координаты факторов x_i пропорционально найденным коэффициентам b_i, то тем самым будет реализовано движение в направлении наискорейшего приближения к оптимуму. Для этого необходимо сделать несколько шагов по направлению градиента, обозначенного на рис. 6.2 стрелкой *F*.

В некоторой точке *B* может быть получена оптимальная величина функции y. В этом случае исследователь должен решить: или закончить поиск оптимума, определяя поведение функции в окрестности точки *B*; или начать новое восхождение по результатам нового линейного плана эксперимента (обозначим *2*) по направлению градиента *G*.

Эффективность метода крутого восхождения зависит от выбранных интервалов варьирования факторами и величин шагов при движении по градиенту. Интервалы варьирования должны быть такими, чтобы изменение выходной величины (y) было в три-четыре раза больше ошибки воспроизводимости. Для этого интервалы следует выбирать достаточно большими, но не искажающими поверхность отклика.

Определение координат точек при движении по градиенту производится [21] по формуле:

$$x_i^{l+1} = x_i^l + \lambda b_i , \qquad (6.32)$$

где λ – выбранная величина нормированного шага.

Величину шага выбирают

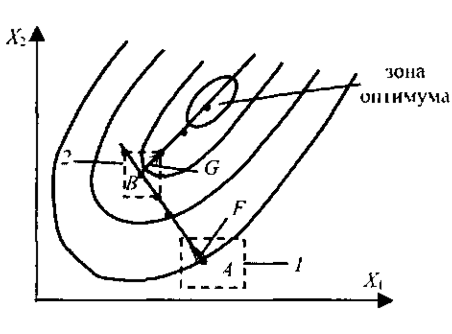


Рис. 6.2. Схема крутого восхождения

обычно по тому, фактору, который в большей степени влияет на целевую функцию. Пусть это будет k-й фактор. Тогда:

$$\lambda = \frac{\lambda_k}{\Delta k |b_k|}, \qquad (6.33)$$

где $\Delta k = \dfrac{x_{k\ max} - x_{k\ min}}{2}$ – интервал варьирования;

λ_k – величина шага в направлении градиента для k-го фактора в натуральных единицах.

По остальным переменным натуральные единицы шагов выбираются с использованием соотношения:

$$\lambda_i = \lambda \Delta_i \cdot |b_i|. \qquad (6.34)$$

Пример. (Взято из [21]). Оптимизировался процесс получения фармацевтического препарата по выходу продукта в процентах. В качестве факторов были выбраны x_1 – отношение растворителя к основному веществу (г/л); x_2 – температура массы (°С); x_3 – время реакции (мин).

Матрица линейного плана в натуральных (x_i) и условных (x_i') единицах и результаты экспериментов приведены в табл. 6.10.

Таблица 6.10

Результаты экспериментов

№ опытных точек	Уровни факторов						$\hat{y}$	$y_{расч}$
	x_1 (г/л)	x_2 (°С)	x_3 (мин)	x_1'	x_2'	x_3'		
1	0,9	140	45	+1	–1	+1	46,80	46,80
2	0,5	140	45	–1	–1	+1	46,45	46,45
3	0,9	130	45	+1	–1	+1	20,47	20,47
4	0,5	130	45	–1	–1	+1	16,80	16,79
5	0,9	140	15	+1	+1	–1	24,15	24,15
6	0,5	140	15	–1	+1	1	16,63	16,63
7	0,9	130	15	+1	–1	–1	8,89	8,89
8	0,5	130	15	–1	–1	–1	5,08	5,09

Пользуясь зависимостью (6.3), получаем:

$$y = 23{,}16 + 1{,}92x_1' + 10{,}35x_2' + 9{,}47x_3' + 0{,}05x_1'x_2' - 0{,}91x_1'x_3' +$$
$$+ 3{,}65x_2'x_3' - 0{,}88x_1'x_2'x_3'.$$

Максимальный выход продукта (46,8 %) слишком мал, поэтому находим оптимум методом крутого восхождения. Поскольку наибольшее влияние оказывает фактор x_2', то примем для него шаг в направлении градиента, равный $\lambda_k = \lambda_2 = 5$.

Так как $\Delta_2 = 140 - 130/2 = 5$, в соответствии с (6.33) получаем:

$$\lambda = \frac{\lambda_2}{\Delta_2 b_2} = \frac{5}{5 \cdot 10{,}35} = 0{,}0966 .$$

По величине λ находим шаги в направлении градиента по факторам x_1' и x_3':

$$\lambda_1 = \lambda \cdot \frac{x_{1\,max} - x_{1\,min}}{2} b_1 = 0{,}0966 \cdot 0{,}2 \cdot 1{,}92 = 0{,}0371$$

$$\lambda_3 = 0{,}0966 \cdot 15 \cdot 9{,}47 = 13{,}72 .$$

Шаги λ_1 и λ_3 можно округлить до 0,04 и 14 соответственно. Тогда координаты опытных точек при движении по градиенту можно представить в табл. 6.11.

Таблица 6.11

Координаты опытных точек

№ опытных точек	Уровни факторов		
	x_1 (г/л)	x_2 (°С)	x_3 (мин)
9	0,74	140	44
10	0,78	145	58
11	0,82	150	72
12	0,86	155	86
13	0,90	160	100
14	0,94	165	114

Эксперименты в опытной точке № 9 можно не проводить, так как ее координаты находятся внутри области линейного плана, представленного табл. 6.10. По полученной зависимости y можно вычислить предполагаемые результаты (при $x_1 = 0{,}74$; $x_2 = 140$ и $x_3 = 44$ величина $y = 45{,}8\%$, что больше, чем в центре линейного плана: $x_1 = 0{,}7$; $x_2 = 135$ и $x_3 = 30$; $y = 23{,}2\%$).

Проведение экспериментов в других точках проводят до получения в одной из них оптимальной величины. После этого принимается решение о продолжении исследований по тому или иному плану, о чем уже указывалось выше.

6.4.2. Последовательный симплексный метод

Последовательный симплексный метод (ПСМ) часто применяется в промышленных условиях, когда при поиске оптимальных условий требуется небольшое число опытов и незначительные отклонения от номинальных режимов ведения процессов. Метод достаточно подробно описан в литературе [21, 29].

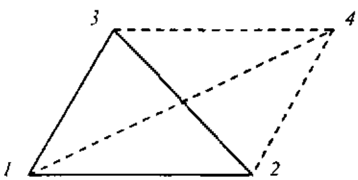
Симплекс – простейшая выпуклая геометрическая фигура. В n-мерном пространстве это будет фигура, образованная множеством $(n+1)$ точек, называемых вершинами симплекса. Так, в двухмерном пространстве симплексом является любой треугольник, в трехмерном пространстве – любая треугольная пирамида. Если расстояния между всеми вершинами симплекса одинаковы, то такой симплекс называется регулярным. Любой произвольный симплекс можно привести к регулярному путем преобразования системы координат. В дальнейшем будем рассматривать только регулярные симплексы.

Суть ПСМ состоит в следующем [17].

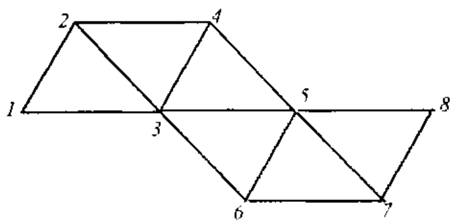
Исходная серия опытов планируется так, чтобы экспериментальные точки образовывали регулярный симплекс в факторном пространстве. После проведения опытов выявляется та вершина, в которой получаются наихудшие результаты. Далее строится новый симплекс с одной новой точкой, расположенной симметрично относительно центра грани симплекса, находящейся против худшей точки. На рис. 6.3 показан случай двухмерного факторного пространства с симплексом в виде треугольника *123*. Если наихудшие результаты получены в точке *1*, то новой точкой должна быть точка *4*, а новым симплексом является треугольник *234*.

После проведения эксперимента в точке *4* опять производится сопоставление результатов, выявляется наихудшая точка, которая заменяется ее зеркальным отображением. Такое шаговое дополнение с последовательным отбрасыванием точек с наихудшими результатами повторяется до области, близкой к экстремуму. На рис. 6.4 показана примерная схема такого движения для случая двухфакторного пространства.

При реализации экспериментов по ПСМ может возникнуть вариант, когда новая точка (например, *4* при первом дополнении) окажется с наихудшими результатами, что означает возврат к пре-



6.3. Схема плана эксперимента с регулярным симплексом



6.4. Схема построения плана эксперимента симплексным методом

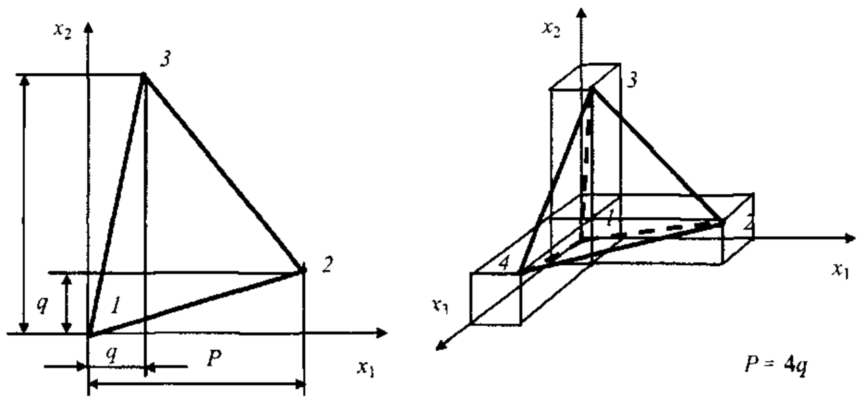


Рис 6 5 Двухмерный и трехмерный симплексы

дыдущему симплексу. Если в этом случае есть сомнение в нахождении оптимума на грани 2–3, то надо строить новый симплекс относительно следующей по значимости точки.

При достижении области оптимума одна из вершин симплекса будет оставаться все время с максимальным значением Новые симплексы в этом случае начнут вращаться относительно этой вершины.

Существует несколько различных способов задания координат вершин начального симплекса. Остановимся на одном из них [21]. Поместим одну из вершин симплекса в начало координат, а остальные вершины расположим так, чтобы ребра, исходящие из первой вершины, образовывали одинаковые углы с соответствующими координатными осями. Такие симплексы для случаев двухмерного и трехмерного факторного пространства изображены на рис. 6.5

Координаты вершин начальных регулярных симплексов в зависимости от числа факторов представлены в табл. 6.12.

Таблица 6 12

Координаты вершин

Номера вершин	Факторы				
	X_1	X_2	X_3		X_n
1	0	0	0		0
2	p	q	q		q
3	q	p	q		q
4	q	q	p		q
$n+1$	q	q	q		p

Если принять длину каждого ребра симплекса $l = 1$, то величины p и q могут быть определены по следующим зависимостям:

$$p = \frac{1}{n\sqrt{2}}\left(n-1+\sqrt{n+1}\right), \tag{6.35}$$

$$q = \frac{1}{n\sqrt{2}}\left(\sqrt{n+1}-1\right). \tag{6.36}$$

Для преобразования исходных факторов в приведенные в табл. 6.12 условные единицы необходим некоторый навык. Рекомендуется [21], чтобы изменение каждого фактора на единицу приводило приблизительно к одинаковому изменению целевой функции.

Координаты новой вершины при построении очередного симплекса определяются по формуле (для каждой оси координат):

$$x^* = \frac{2}{n}\sum_{1}^{n+1}x_i - \left[\frac{2}{n}+1\right]x_j, \tag{6.37}$$

где x_i – координаты всех вершин исходного симплекса по данной оси;

x_j – координаты вершины исходного симплекса с наименьшим значением целевой функции.

Если новая вершина выходит за пределы области исследования, то необходимо в исходном симплексе (или в предыдущем при дальнейшем движении к области оптимума) выбирать не наихудшую вершину, а следующую за ней по порядку возрастания результатов в целевой функции. Такой подход к исследованию аналогичен случаю возврата в старую вершину.

Обычно считают [21] оптимум достигнутым, если одна и та же точка входит в последовательные симплексы N раз, где:

$$N = 1{,}65n + 0{,}05n^2, \quad 2 \le n \le 30. \tag{6.38}$$

Во избежание ошибок при движении к области оптимума в каждой вершине симплексов желательно делать повторные опыты.

Пример. Определить координаты вершин начального симплекса и отраженной вершины после проведения первой серии экспериментов при следующих условиях:

1. Рассматривается трехфакторное пространство.

2. Допустимые пределы исследования по факторам: $x_1 = 0{,}1$–$0{,}8$; $x_2 = 100$–160; $x_3 = 20$–90.

3. Начало координат находится в точке *1* (рис. 6.5) с координатами (0,4; 120; 40).

4. За условные единицы (примерно одинаково влияющие на целевую функцию) примем по факторам соответственно 0,2; 10; 20.

5. По результатам первой серии экспериментов наихудшие результаты получены в точке *4*.

Решение начинаем с определения величин p и q. По формулам (6.35) и (6.36) имеем:

$$p = \frac{1}{3\sqrt{2}}\left(3 \cdot 1 + \sqrt{3+1}\right) = 0{,}9428;$$

$$q = \frac{1}{3\sqrt{2}}\left(\sqrt{3+1} - 1\right) = 0{,}2357.$$

Координаты вершин в соответствии с табл. 6.12 в условных единицах представим в табл. 6.13. Там же запишем координаты вершин в реальных единицах.

Таблица 6.13

Координаты вершин по осям

Номера вершин	В условных единицах			В реальных единицах		
	X_1	X_2	X_3	X_1^p	X_2^p	X_3^p
1	0	0	0	0,4	120	40
2	0,9428	0,2357	0,2357	0,589	122,4	44,7
3	0,2357	0,9428	0,2357	0,447	129,4	44,7
4	0,2357	0,2357	0,9428	0,447	122,4	58,9

Координаты вершин исходного симплекса в реальных единицах находим по формуле:

$$x_i^p = x_{i0} + p\ (\text{или } q) \cdot \Delta x_i, \tag{6.39}$$

где Δx_i – принятые за условные единицы величины.

Подстановка соответствующих величин дает во второй точке:

$$x_1^p = 0{,}4 + 0{,}9428 \cdot 0{,}2 = 0{,}589;$$

$$x_2^p = 120 + 0{,}2357 \cdot 10 = 122{,}4;$$

$$x_3^p = 40 + 0{,}2357 \cdot 20 = 44{,}7.$$

Аналогично найденные координаты в точках *3* и *4* помещены в табл. 6.13.

Поскольку наихудшие результаты по условию задачи находятся в точке *4*, то координаты вершины *5* (на рис. 6.5 не показана) будут находиться за гранью *1-2-3*. Они определяются по формуле (6.37) для каждой из осей координат. По направлению x_1 (а также x_2):

$$x_1^* = x_2^* = \frac{2}{3}(0{,}9428 + 0{,}2357 + 0{,}2357) - \left(\frac{2}{3} + 1\right) \cdot 0{,}2357 = 0{,}55.$$

По направлению x_3:

$$x_3^* = \frac{2}{3}(+0{,}2357 + 0{,}2357 + 0{,}9428) - \left(\frac{2}{3} + 1\right) \cdot 0{,}9428 = -0{,}628.$$

В реальных единицах по формуле (6.39) для новой вершины (точка S) следующего симплекса получаем:

$$x_1^p = 0{,}4 + 0{,}55 \cdot 0{,}2 = 0{,}51;$$

$$x_2^p = 120 + 0{,}55 \cdot 10 = 125{,}5;$$

$$x_3^p = 40 - 0{,}628 \cdot 20 = 27{,}4.$$

6.5. ПЛАНЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛАТИНСКИХ КВАДРАТОВ

Планирование экспериментов с помощью ротатабельных планов Бокса второго порядка наиболее целесообразно при решении экстремальных задач, при исследовании в области оптимума. В ряде случаев при отыскании неизвестных нелинейных зависимостей удобно пользоваться планами, построенными по типу латинских квадратов. Например, при наличии качественных факторов.

Латинский квадрат – такая комбинация элементов в матрице, когда каждый элемент встречается и в строке, и в столбце только по одному разу, как, например, в табл. 6.14.

Таблица 6.14

Латинский квадрат

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

Латинские квадраты, у которых первые строки и столбцы построены в стандартном порядке (в порядке натурального ряда чисел или по алфавиту), называются стандартными. Такой квадрат и приведен в табл. 6.14. Этот квадрат является также диагональным, так как у него по диагонали расположен один и тот же символ (D).

Два латинских квадрата считаются ортогональными, если при наложении их друг на друга каждый символ одного квадрата встретится только один раз с каждым символом другого квадрата.

В табл. 6.15 приведен пример двух ортогональных латинских квадратов.

Если их наложить друг на друга, то полученный квадрат называют еще греко-латинским. Он показан в табл. 6.16.

Наложение еще одного ортогонального квадрата (или более) на этот приведет к образованию гипер-греко-латинского квадрата. В дальнейшем будем их называть просто латинскими. Методы построения таких квадратов, а также кубов, неполноблочных планов

Таблица 6.15

Ортогональные латинские квадраты

1					2				
А	Б	В	Г	Д	а	б	в	г	д
В	Г	Д	А	Б	г	д	а	б	в
Д	А	Б	В	Г	б	в	г	д	а
Б	В	Г	Д	А	д	а	б	в	г
Г	Д	А	Б	В	в	г	д	а	б

Таблица 6.16

Наложение латинских квадратов

Аа	Бб	Вв	Гг	Дд
Вг	Гд	Да	Аб	Бв
Дб	Ав	Бг	Вд	Га
Бд	Ва	Гб	Дв	Аг
Гв	Дг	Ад	Ба	Вб

и других комбинаторных планов, рассмотрение их свойств и способов применения подробно изложены в литературе [30, 31]. Мы рассмотрим только применение латинских (гипер-греко-латинских) квадратов.

Кроме показанного в табл. 6.16 изображения латинских квадратов, их часто представляют в таблицах типа 6.17 (для четырех факторов при трех уровнях каждого), где цифрами и буквами указаны уровни каждого фактора.

Эта таблица может рассматриваться уже как план эксперимента, так как в ней указано, какой уровень i-го фактора должен быть в данном опыте. Имея номера опытов, удобно рандомизировать план.

Результаты экспериментов по планам с использованием латинских квадратов могут быть использованы для решения различных задач, основными из которых являются дисперсионный анализ и определение математической модели исследуемого процесса в виде некоторой функции от факторов.

Дисперсионный анализ позволяет выяснить степень влияния на модель фактора, а также их взаимодействие. Основные его элементы рассмотрены в разделе 4.5.

10 Зак. 22

Таблица 6.17

План проведения экспериментов

№ опытов	ФАКТОРЫ				Результат y
	X_1	X_2	X_3	X_4	
1	1	А	α	а	y_1
2	2	Б	β	а	y_2
3	3	В	γ	а	y_3
4	1	Б	γ	в	y_4
5	2	В	α	в	y_5
6	3	А	β	в	y_6
7	1	В	β	с	y_7
8	2	А	γ	с	y_8
9	3	Б	α	с	y_9

Для определения математической модели процесса воспользуемся рекомендациями, изложенными в [31]. Они сводятся к следующим методическим указаниям.

1. Результаты экспериментов сгруппировать последовательно по каждому уровню каждого фактора. Например, для табл. 6.17 вычисление можно показать так:

1 А α а (y_1) 2 Б β а (y_2)
1 Б γ в (y_4) 2 В α а (y_5) и т. д.
1 В β с (y_7) 2 А γ с (y_8)

Вычисляя среднюю величину $\tilde{y}_{ij}$ в каждом таком столбце, получим для каждого фактора изменение средней в зависимости от уровня фактора. При такой обработке результатов, как наглядно видно из вычислений, действие остальных факторов каждый раз нивелируется. Следует иметь в виду, что получение частных средних $\tilde{y}_{ij}$ не обязательно должно быть в виде арифметической средней. Иногда целесообразно вычислять геометрическую среднюю (для этого надо складывать логарифмы результатов).

2. Построить графики, показывающие зависимость искомой функции y от изменения каждого фактора. Для примера на рис. 6.6 показаны такие гипотетические графики. Они позволяют судить о степени влияния каждого фактора, о примерной частной математической зависимости искомой функции от отдельных факторов.

3. Решить вопрос об общем виде математической зависимости искомой функции от всех факторов, пользуясь следующими соображениями:

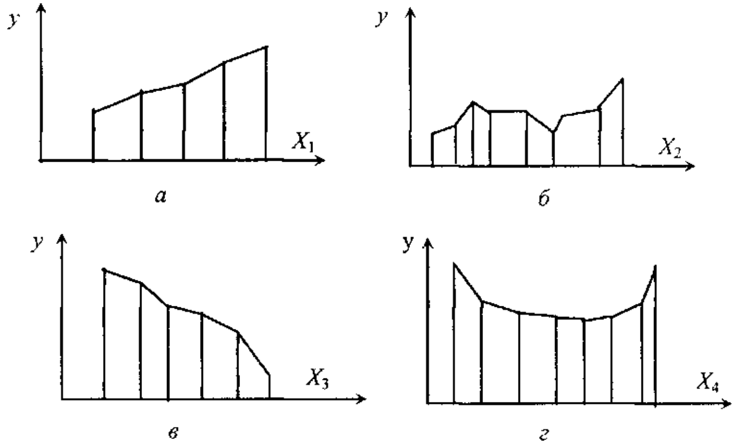


Рис. 6.6. Примеры частных кривых

если все частные кривые на графиках плавные (по Протодьяконову "разумные"), то есть могут быть представлены в виде простых функций, например, типа 6.6, *а*, 6.6, *в* и 6.6, *г* , то общая искомая функция будет суммой частных функций;

если только одна частная кривая плавная, а остальные не описываются элементарными функциями (например, типа 6.6, *б*), то общая искомая функция будет произведением одной частной функции на сумму всех остальных;

если только две частных кривых плавные, то общая искомая функция будет произведением двух частных плюс сумма остальных частных функций.

4. Найти (например, методом наименьших квадратов) частную формулу для наиболее влияющего (или наиболее четко определяемого) фактора.

5. Скорректировать результаты экспериментов с целью нейтрализации наиболее сильно влияющего фактора, для чего из первоначальных величин y вычесть найденные по частной зависимости (п. 4) значения y, проделав эту операцию в каждой экспериментальной точке.

6. По скорректированным результатам эксперимента повторить действия по п. 4 и 5 для следующего фактора. Повторять эту процедуру до исчерпания всех факторов. Возможно и пренебрежение малозначащими факторами.

7. Сложить полученные частные зависимости (с учетом рекомендаций по п. 3) в одну общую, которая и будет искомой функцией.

Следует иметь в виду, что использование этих рекомендаций требует большого искусства и интуиции экспериментатора В связи с этим по одним и тем же опытным данным разные экспериментаторы могут получить различные искомые функции. Но это не должно служить препятствием к использованию предлагаемой методики, так как, во-первых, подобные результаты вообще присущи всем методам математического планирования эксперимента, а во-вторых, всегда можно тем или иным способом проверить адекватность модели.

Пример 1. Пусть имеем результаты у опыта, полученные при реализации плана, показанного в табл. 6.18. Определить общую искомую функцию в зависимости от четырех факторов.

Таблица 6.18

Результаты экспериментов

№ опыта	x_1	x_2	x_3	x_4	Y	$Y'_{кор}$	$Y''_{кор}$	$Y_{рас}$
1	–2	–2	0	–2	4	4,6	–0,2	0,2
2	–1	–2	1	–1	5	1,3	–1,1	3,9
3	0	–2	2	0	12	–2,6	2,6	14,6
4	1	–2	–2	1	10	–0,6	1,8	10,4
5	2	–2	–1	2	–1	–2,7	2,1	1,3
6	–2	–1	1	0	7	3,3	0,9	6,1
7	–1	–1	2	1	16	1,4	0,2	18,0
8	0	–1	–2	2	16	5,4	5,4	15,0
9	1	–1	–1	–2	–3	4,7	–3,5	–3,9
10	2	–1	0	–1	–6	–5,4	–3,0	–5,2
11	–2	0	2	2	16	1,4	1,4	19,0
12	–1	0	–2	–2	8	2,6	–2,6	6,2
13	0	0	–1	–1	1	–0,7	–0,7	–0,5
14	1	0	0	0	0	0,6	0,6	–0,6
15	2	0	1	1	5	1,3	1,3	5,9
16	–2	1	–2	–1	6	–4,6	–2,2	6,0
17	–1	1	–1	0	1	–0,7	0,5	0,5
18	0	1	0	1	2	2,6	2,6	1,6
19	1	1	1	2	9	5,3	4,1	9,3
20	2	1	2	–2	12	–2,6	5,0	12,6
21	–2	2	–1	1	–3	–4,7	0,1	0,9
22	–1	2	0	2	0	0,6	3,0	1,4
23	0	2	1	–2	–1	4,7	–4,7	–0,7
24	1	2	2	–1	14	–0,6	–3,0	14,8
25	2	2	–2	0	20	9,4	4,6	15,4

Вычисляем для каждого фактора средние по уровням и строим частные графики для искомой функции в зависимости от каждого фактора (рис. 6.7).

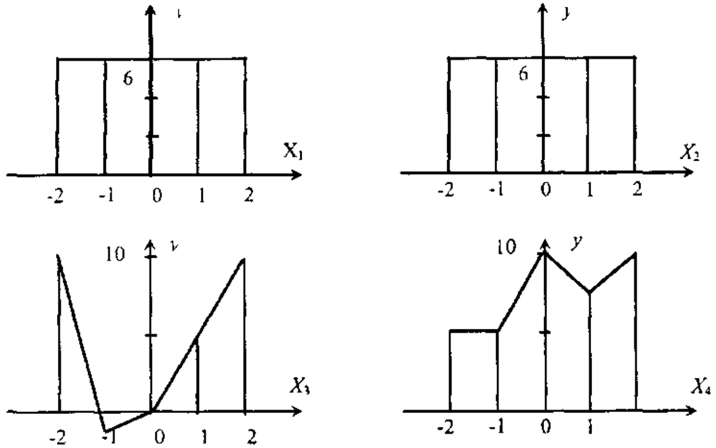


Рис. 6 7 Частные зависимости функции от аргументов x_1, x_2, x_3, x_4

Из рисунка видно, что только функция $y=f(x_3)$ может быть примерно представлена параболой, остальные графики не несут "разумной" информации. Задаваясь функцией типа $y = b_0 + b_1 \cdot x_3 + b_2 \cdot x_3^2$, методом наименьших квадратов находим коэффициенты b_o, b_1 и b_2 и получаем частное уравнение $y^{(3)} = -0{,}6 + x_3 + 3{,}3x_3^2$.

Подставим в полученное частное уравнение значения x_3 и вычтем полученные таким образом величины y^{III} из опытных данных. В табл. 6.18 результат этого вычитания приведен в столбце $Y_{kop}^{I}(Y_{kop}^{I} = y - y^{(3)})$. Построение новых графиков зависимостей Y_{kop}^{I} от оставшихся факторов x_1, x_2 и x_4, показывает, что средние величины Y уменьшаются на шесть, но это не решает вопроса о функциях Y_{kop}^{I}. Попытаемся сгруппировать результаты иначе. В табл. 6.19 даны Y_{kop}^{I} в зависимости от x_1 и x_2.

Таблица 6 19

Результаты экспериментов при произведениях факторов

x_2	x_1				
	2	-1	0	1	2
–2	4,6	1,3	–2,6	–0,6	–2,7
1	3,3	1,4	5,4	–4,7	–5,4
0	1,4	2,6	–0,7	0,6	1,3
1	-2,6	0,7	2,6	5,3	–2,6
2	0,7	0,6	-4,7	–0,6	9,4

Из табл. 6.19 видно, что сочетания факторов x_1 и x_2 с одинаковыми знаками дают нам, в основном, положительные величины $Y^{/}_{kop}$. Следовательно, целесообразно искать функцию типа $Y^{/}_{kop} = f(x_1, x_2)$.

Составляем вспомогательную табл. 6.20.

Таблица 6.20

Вспомогательные вычисления

$x_1 x_2$	$Y^{/}_{kop}$	$\bar{y}^{/}_{kop}$
–4	2,7; 4,7	–3,7
–2	0,6; -5,4; 4,6; 0,6	-2,5
–1	–4,7, 0,7	2,7
0	–2,6; 5,4; 1,4; –2,6, –0,7; 0,6; 1,3; 2,6, 4,7	0,1
1	1,4, 5,3	3,3
2	1,3, 3,3; -0,6	0,4
4	4,6; 9,4	7,0

Из данных табл. 6.20 заключаем, что целесообразно искать функцию типа $y^{/}_{kop} = b_0 + b_1 x_1 x_2$. Методом наименьших квадратов находим коэффициенты b_o и b_I и получаем уравнение:

$$y^{(1,2)} = 0{,}21 + 1{,}2(x_1 x_2).$$

Подставим в полученное частное уравнение значения $x_1 x_2$, вычтем полученные таким образом величины $y^{(1,2)}$ из $Y^{/}_{kop}$ $(y^{//}_{kop} = y^{/}_{kop} - y^{(1,2)})$. В табл. 6.18 результат этого вычитания приведен в столбце $y^{//}_{kop}$. График $y^{//}_{kop} = f(x_4)$ приведен на рис. 6.8.

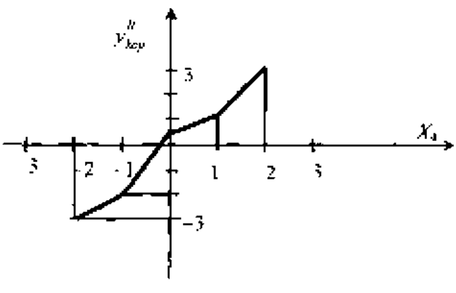


Рис. 6.8. Зависимости $y^{//}_{kop} = f(x_4)$ после корректировки

Исходя из рисунка, считаем зависимость линейной и методом наименьших квадратов находим $y^{(4)} = 2{,}2x_4$.

Таким образом, общее искомое уравнение будет иметь вид:

$$y^{(4)} = -0{,}6 + x_3 + 2{,}2x_4 + 3{,}3x_3^2 + 1{,}2x_1 x_2.$$

Расчетные значения Y приведены в табл. 6.18.

Как видно из примера, определение искомой функции по предлагаемой методике [31] имеет существенные элементы неопределенности, но зато обладает наглядностью в процессе решения. Использование этой методики целесообразно при высоком уровне априорной информации, когда экспериментатор может достаточно уверенно выбирать искомую частную функцию. Если такой уверенности нет, то можно рекомендовать для обработки результатов метод ортогональных контрастов, достаточно подробно изложенный в литературе [30, 32].

Суть метода ортогональных контрастов сводится к определению коэффициентов полиномиальной модели, заданной в виде:

$$y = b_0 + \sum_{1}^{k}\sum_{1}^{S-1} b_i^q Q_i^q + \Pi , \tag{6.40}$$

где k – число факторов;

S – число уровней факторов;

Q_i^q - ортогональные полиномы q-й степени для i-го фактора, с помощью которых оцениваются линейные, квадратичные, кубичные и т. д. эффекты факторов;

Π – сумма взаимодействий факторов.

Коэффициенты уравнения (6.40) оцениваются по следующим формулам:

$$b_i^q = \frac{\sum_{1}^{N} y_u Q_{iu}^q}{\sum_{1}^{N}\left[Q_{iu}^q\right]^2} ; \tag{6.41}$$

$$b_i^{qg} = \frac{\sum_{1}^{N} y_u Q_i^q Q_j^g}{\sum_{1}^{N}\left[Q_i^q Q_j^g\right]^2} . \tag{6.42}$$

Доверительные интервалы для оценок коэффициентов уравнения (6.40) определяются обычным образом (см. формулу 6.5). Величины S_i в данном случае определяются по формуле:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{N}\left(y_{ui} - \bar{y}_u\right)^2}{n(\nu - 1)\sum_{1}^{N}\left[Q_i^q Q_j^g\right]^2}} \tag{6.43}$$

или $$S_i = \sqrt{\frac{\sum_1^N (y_{ui} - \tilde{y}_u)^2}{n(\nu - 1)\sum_1^N [Q_{iu}^q]^2}}, \qquad (6.44)$$

где $\tilde{y}_u$ – средний результат в каждой опытной точке;

n – число опытных точек;

ν – число параллельных испытаний в каждой опытной точке.

Ортогональные полиномы Q_i^q следует выбирать таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$\sum_1^N Q_i^q = 0; \quad \sum_1^N [Q_i^q]^2 \neq 0. \qquad (6.45)$$

Например, если пять уровней фактора x_i имеют значения 0; 1; 2; 3; 4, то в качестве полинома Q_i^1 можно принять $Q_i^1 = -2 + x_i$; в этом случае значения полинома будут –2; –1; 0; 1; 2. В этом же примере при $Q_i^2 = -6 + x_i^2$ получим для уровней x_i = 0; 1; 4; 9; 16 значения полинома Q_i^2 = –6; –5; –2; 3; 10.

В монографии Е. В. Марковой и А. Н. Лисенкова [30] подробно изложены методы составления планов, позволяющих наиболее точно получить оценки коэффициентов. В данной работе мы не будем рассматривать эти методики. Будем считать, что по планам с рассматриваемыми нами латинскими квадратами приемлемыми получаются оценки коэффициентов при всех парных взаимодействиях.

Пример 2. Пусть имеем результаты опыта такие же, что и в примере 1. Развернутое искомое уравнение для зависимости от четырех, факторов будет выглядеть так:

$$y = b_0 + \sum_1^4 b_i x_i + \sum_1^4 b_{ij} x_i^p + \sum b_{ij} x_i^q x_j^g, \qquad (6.46)$$

где p = 2, 3, 4; $q + g \le 4$; q, g = 1, 2, 3.

Для простоты будем определять коэффициенты только первых трех составляющих уравнения и простых парных взаимодействий из четвертой составляющей уравнения (6.46) (всего 15 из возможного их общего числа 45).

Исходя из имеющихся в табл. 6.18 уровней факторов, принимаем следующие значения полиномов:

$$Q_i^2 = x_i; \qquad Q_i^2 = -2 + x_i^2; \qquad Q_i Q_j = x_i x_j,$$

что удовлетворяет условию (6.45).

Таблица 6.21

Расчетная таблица

№ оп	Y	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1^2	Q_2^2	Q_3^2	Q_4^2	$Q_1 Q_2$	$Q_1 Q_3$	$Q_1 Q_4$	$Q_2 Q_3$	$Q_2 Q_4$	$Q_3 Q_4$	$y_р$
1	4	−2	−2	-	−2	2	2	−2	2	4	0	4	0	4	0	5,3
2	5	−1	−2	1	−1	−1	2	−1	−1	2	−1	1	2	2	−1	6,8
3	12	0	−2	2	0	−2	2	2	−2	0	0	0	−4	0	0	15,1
4	10	1	−2	−2	1	−1	2	2	−1	−2	−2	1	4	−2	2	8,2
5	−1	2	2	−1	2	2	2	−1	2	−4	2	4	2	4	2	3,9
6	7	−2	−1	1	0	2	1	1	−2	2	−2	0	1	0	0	7,8
7	16	−1	−1	2	1	−1	−1	2	−1	1	−2	−1	−2	−1	2	18,0
8	16	0	−1	−2	2	−2	−1	2	2	0	0	0	2	−2	−4	13,1
9	−3	1	−1	−1	−2	−1	−1	−1	2	−1	−1	−2	1	2	2	2,0
10	−6	2	−1	0	−1	2	−1	2	−1	−2	0	−2	0	1	0	−5,4
11	16	2	0	2	2	2	2	2	2	0	4	4	0	0	4	17,1
12	8	−1	0	2	−2	−1	2	2	2	0	2	2	0	0	4	9,1
13	1	0	0	−1	−1	−2	−2	−1	−1	0	0	0	0	0	1	0,9
14	0	1	0	0	0	−1	−2	2	−2	0	0	0	0	0	0	−0,5
15	5	2	0	1	1	2	−2	−1	1	0	2	2	0	0	1	4,9
16	6	02	1	2	−1	2	1	2	1	2	4	2	−2	1	2	6,2
17	1	−1	1	−1	0	−1	1	1	−2	1	1	0	1	0	0	0
18	2	0	1	0	1	−2	1	−2	−1	0	0	0	0	1	0	0,5
19	9	1	1	1	2	−1	−1	1	2	1	1	2	1	2	2	7,8
20	12	2	1	2	2	2	−1	2	2	2	4	4	2	−2	−4	17,0
21	−3	2	2	−1	1	2	2	−1	1	4	2	−2	−2	2	1	−4,9
22	0	−1	2	0	2	−1	2	−2	2	2	0	2	0	4	0	2,4
23	1	0	2	1	2	−2	2	1	2	0	0	0	2	−4	−2	1,9
24	14	1	2	2	−1	−1	2	2	−1	2	2	−1	4	−2	−2	18,0
25	20	2	2	2	0	2	2	2	2	4	4	0	−4	0	0	18,9

Для вычислений составляем расчетную табл. 6.21.

По (6.41) и (6.42), используя табл. 6.21, находим коэффициенты:

$b_0 = 6$; $b_1 = b_2 = 0$; $b_3 = b_4 = 1{,}0$; $b_{11} = b_{22} = 0$;

$b_{33} = 3{,}4$; $b_{44} = -0{,}14$; $b_{12} = 1{,}95$; $b_{13} = -0{,}8$;

$b_{14} = -0{,}35$; $b_{23} = -0{,}3$; $b_{24} = -0{,}9$; $b_{34} = 0$.

В итоге получили уравнение:

$$y = 6 + Q_3 + Q_4 + 3{,}4Q_3^2 + -0{,}14x_4^{\,2} + 1{,}95Q_1Q_2 - 0{,}8Q_1Q_3 - \\ - 0{,}35Q_1Q_4 - 0{,}3Q_2Q_3 - 0{,}9Q_2Q_4$$

Заменяя полиномы Q их значениями, имеем:

$$y = -0{,}5 + x_3 + x_4 + 3{,}4x_3^2 - 0{,}14x_4^{\,2} + 1{,}95x_1x_2 - \\ - 0{,}8x_1x_3 - 0{,}35x_1x_4 - 0{,}3x_2x_3 - 0{,}9x_2x_4$$

Отбрасывая члены полученного уравнения с незначимыми коэффициентами, получаем:

$$y = -0{,}5 + x_3 + x_4 + 3{,}4x_3^2 + 1{,}95x_1x_2 .$$

Расчетные значения y приведены в табл. 6.21.

Как видно из примеров 1 и 2, нами получены достаточно близкие решения. Средние квадратические отклонения расчетных величин y от опытных в этих примерах составляют соответственно 1,86 и 2,08.

6.6. ОСОБЕННОСТИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ

Особенностью планирования экспериментов по определению надежности изделий является то, что исследования ведутся, как правило, в производственных условиях, когда варьирование большинством факторов не допускается. Варьирование же остальными факторами допустимо лишь в узких пределах. Кроме того, число факторов, влияющих на надежность изделий, слишком велико, особенно для сложных машин, ибо к их числу относятся не только условия функционирования отдельных элементов, но и конструктивные узлы, устройство деталей и многое другое.

В этих условиях решающую роль приобретают оценки фактического уровня надежности изделий в условиях экспериментальных данных, полученных на ограниченном количестве испытуемых объектов [33]. Отсюда при планировании подобных экспериментов значительное внимание уделяется их организации и определению необходимого числа испытуемых изделий. В ряде случаев, особенно для сложных технических систем, когда количество возможных испытуемых систем измеряется единицами, в качестве числа изделий могут приниматься циклы испытаний на одной и той же системе [34].

6.6.1. Общие понятия надежности

Надежность – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования [10]. Надежность является сложным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условия его применения состоит из сочетаний свойств: безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости.

Безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки.

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта. Если работа объекта прерывается на техническое обслуживание или плановые и неплановые ремонты, то долговечность характеризуется суммарной наработкой.

Ремонтопригодность – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов и повреждений, а также поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем проведения технического обслуживания и ремонтов.

Сохраняемость – свойство объекта сохранять значения показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности в течение и после хранения и (или) транспортирования.

Указанные свойства характеризуются количественно показателями надежности, которые могут быть временными (наработка, ресурс, срок службы, время восстановления и т. п.) или обобщенными (вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, вероятность восстановления и т. п.) Широкое распространение получили *комплексные* показатели: коэффициенты готовности, технического использования.

Задачей планирования экспериментов по определению надежности изделий является установление указанных показателей по результатам испытаний. Особенностями организации этих испытаний являются условия их организации: допускается ли в процессе испытаний восстановление отказавших изделий. Соответственно различают показатели надежности для восстанавливаемых изделий и показатели надежности для невосстанавливаемых изделий.

Планирование отработки изделий основывается на следующих принципах [33]:

1. Основной объем испытаний выполняется на стендах, установках, моделях до начала испытания готовых изделий в реальных условиях функционирования, что уменьшает общие расходы на отработку изделий.

2. Экспериментальная отработка должна производиться в условиях, максимально приближенных к реальным условиям эксплуатации при предельно допустимых режимах

3. Все виды испытаний на различных ступенях создания изделия должны быть всесторонне увязаны между собою с учетом отрабатываемых характеристик, точности измерения и воспроизводимости испытаний.

4. До проведения испытаний необходима оценка достаточности и правильности выбора испытательного оборудования, контрольно-измерительных средств, математического и программного обеспечения.

5. Обязательность исследования выявленных отказов, анализа их влияния на работу изделия в целом и оценки уровней надежности на всех этапах отработки изделий.

6. Сокращение сроков и затрат на отработку при удовлетворении требований к техническим характеристикам и надежности изделия, автоматизация процесса испытаний и управления процессом отработки.

Исходя из этих принципов, выбираются и реализуются те или иные виды планов испытаний на надежность изделий.

6.6.2. Типы планов испытаний на надежность

При составлении планов испытаний обычно [10] применяют следующие обозначения:

N – число испытуемых объектов;

U – планы, в которых отказавшие объекты не заменяются;

R – планы, в которых отказавшие объекты заменяют на новые;

T – планы, в которых наблюдения длятся в течение времени T, измеряемого часами или циклами;

r – планы, в которых испытания продолжаются до наступления r отказов;

M – планы, в которых отказавшие объекты восстанавливаются и снова поступают на испытания.

В принятых обозначениях можно получить шесть основных типов планов:

[NUT] – план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов; отказавшие во время испытаний объекты не восстанавливают и не заменяют; испытания прекращают по истечению времени T в часах или наработки в циклах для каждого не отказавшего объекта;

[NUr] – план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов, отказавшие во время испытаний объекты не восстанавливают и не заменяют, испытания прекращают, когда число отказавших объектов достигло r;

[NRT] – план испытаний, согласно которому одновременно начинают испытания N объектов; отказавшие во время испытаний объекты заменяют новыми; испытания прекращают при истечении времени или наработки T для каждого объекта N;

[NRr] – план испытаний, согласно которому одновременно начинают испытания N объектов; отказавшие во время испытаний объекты заменяют новыми; испытания прекращают, когда число отказавших объектов суммарно достигнет r;

$[NMT]$ – план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов; после каждого отказа объект восстанавливают; каждый объект испытывают до истечения времени испытаний или наработки в циклах;

$[NMr]$ – план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов; после каждого отказа объект восстанавливают; испытания прекращают, когда суммарное по всем объектам число отказов достигло r.

Кроме этих планов применяют и такие планы, в которых испытания прекращают или по достижении времени T, или по числу отказов в зависимости от того, что наступит раньше. В этих случаях планы обозначают, например, так $[NR(rT)]$.

Для сложных технических изделий применяют планы Вальда [34, 35], в которых решение о продолжении испытаний принимается по результатам первой (предыдущей) серии опытов.

Выбор плана испытаний зависит от поставленной цели (отработка конструкции, принятие решения о постановке изделия на производство, контроль стабильности производства и т. п.) и задачи испытании (проверка соответствия продукции требованиям стандартов и технических заданий, оценка стабильности производства, выявление недостатков продукции, оценка эффективности мероприятий по совершенствованию производства и др.). Кроме того, планы испытаний и соответствующие методики получения характеристик надежности зависят от вида закона распределения наработки до отказа, что подробно изложено в работе [34]. Приведенные в ней материалы позволяют определять характеристики надежности на всех этапах отработки изделий, а также назначать необходимое число образцов N в испытательных партиях, исходя из браковочного уровня качества продукции и рисков потребителя и производителя при аттестации изделий.

7. АНАЛИЗ ДАННЫХ НА ПЕРСОНАЛЬНЫХ ЭВМ

7.1. СРЕДСТВА АНАЛИЗА ДАННЫХ НА КОМПЬЮТЕРАХ

Широкому внедрению методов анализа данных в 60-х и 70-х годах двадцатого столетия способствовало появление компьютеров, а начиная с 80-х годов – персональных компьютеров. Статистические программные пакеты сделали методы анализа данных более доступными и наглядными. Уже не требовалось вручную выполнять трудоемкие расчеты по сложным формулам, строить таблицы и графики – всю эту черную работу взял на себя компьютер, а человеку осталась главным образом творческая работа: постановка задач, выбор методов их решения и интерпретация результатов.

Появление мощных и удобных пакетов для анализа данных на персональных компьютерах резко расширило круг потребителей методов анализа данных [47]. Если раньше эти методы рассматривались главным образом как инструмент научных исследований, то начиная с середины 80-х годов основными покупателями статистических пакетов стали коммерческие организации, а также правительственные и медицинские учреждения. Методы анализа данных и статистические пакеты для компьютеров стали типичным и общеупотребительным инструментом плановых, аналитических, маркетинговых отделов производственных и торговых корпораций, банков, страховых компаний, правительственных и медицинских учреждений. Широко применяются методы анализа данных в самых разных областях: торговле и здравоохранении, образовании и управлении и т. д. И даже представители мелкого бизнеса часто используют методы анализа данных либо самостоятельно, либо обращаясь к услугам консультационных компаний.

Методы статистического анализа являются *универсальными* и могут применяться в самых разных областях человеческой деятельности. Например, предсказание курса доллара и прогноз спроса на автомобили делаются с помощью одних и тех же процедур. Поэтому требования отдельных пользователей, чтобы им предоставили инструмент для анализа данных именно в банковском деле или именно в медицине, редко бывают обоснованными. Такой инструмент мог бы быть создан, если бы решаемые этими пользователями задачи были исключительно специфичны и не встречались ни в какой другой области. Как правило, это не так, и все нужные этим пользователям задачи могут быть решены с помощью универсальных пакетов. Существуют области человеческой деятельности, для которых требуются специфические статистические средства. Например, страховые расчеты, используемые страховыми компаниями. Однако таких областей очень мало

Чтобы решать, какие методы анализа следует применить к имеющимся данным и насколько удовлетворительны полученные результаты статистических процедур, нужно иметь возможность наглядно представлять себе эти данные и результаты. Поэтому практически все статистические пакеты имеют широкий набор средств визуализации данных: построение графиков, двух- и трехмерных диаграмм, а часто и различные средства деловой графики. Все это помогает лучше представить обрабатываемые данные, получить общее представление об их особенностях и закономерностях. Результаты применения статистических процедур, как правило, представляются в наглядном графическом виде всегда, когда это возможно.

Хотя статистические пакеты для ПЭВМ резко упростили применение методов анализа данных, все же для осмысленного их употребления пользователи должны обладать определенной подготовкой: понимать, в каких ситуациях применимы различные статистические методы, знать, каковы их свойства, уметь интерпретировать результаты. За границей такая подготовка обеспечивается обучением основам анализа данных практически всех студентов и менеджеров: в программы университетов, школ бизнеса, технических и других колледжей входят систематические курсы прикладной статистики. Разработаны и широко используются курсы основ теории вероятностей и статистики и для старших классов средней школы В достатке имеется специальная и популярная литература по анализу данных. При затруднениях можно лично или по телефону обратиться в одну из сотен консультационных фирм и получить квалифицированную консультацию по постановкам задач, использованию статистических пакетов и т д.

К сожалению, в нашей стране ситуация совершенно другая. Эта работа практически только начинается. В гуманитарных и медицинских вузах курсы анализа данных чаще всего просто отсутствуют. В результате даже самые простейшие методы анализа данных почти для всех отечественных руководителей и менеджеров остаются неизвестными.

Для исправления положения (что абсолютно необходимо для конкуренции с западным бизнесом), по-видимому, потребуется значительное время. Кроме того, при работе с западным статистическим пакетом приходится читать объемную и не всегда понятно написанную программную документацию на английском языке. Получить консультацию при затруднениях практически невозможно.

Статистика, в основном, рассматривает проблемы, в которых случайная изменчивость представляется одной (случайной) переменной. Измерение сразу нескольких признаков (свойств объектов) в одном эксперименте, в общем, более естественно, чем измерение лишь какого-то одного. Та часть математической статистики, которая исследует эксперименты с такими многомерными наблюдениями, называется *многомерным статистическим анализом.*

Потенциально многомерный статистический анализ имеет обширное поле для применений. К тому же, с формальной точки зрения, одномерный статистический анализ представляет частный случай многомерного. К сожалению теория для многомерных статистических данных до сих пор далеко не достигает той полноты и законченности, которая свойственна ее одномерной версии. Хорошо разработана лишь теория гауссовских (имеющих многомерное нормальное распределение) данных. Здесь почти для каждого одномерного гауссовского статистического метода имеется соответствующий многомерный вариант. Кроме того, естественно, имеются и методы для решения некоторых специфически многомерных задач. Построение многомерных версий для других статистических методов удается далеко не так гладко.

Совокупность последовательных измерений значений переменной (процесса), произведенных через определенные, чаще всего равные интервалы значений параметра (обычно времени), представляет временной ряд. Если измеряемые значения являются многомерными, то временной ряд тоже называется многомерным. Для решения задач анализа временных рядов исследователями предложено большое количество различных методов. Среди них отметим следующие:

методы *корреляционного анализа* – позволяют выявить наиболее существенные периодические зависимости и их *лаги* (задержки) в одном процессе (автокорреляция) или между несколькими процессами (кросскорреляция);

методы *спектрального анализа* позволяют находить периодические и квазипериодические зависимости данных;

методы *сглаживания и фильтрации* предназначены для преобразования временных рядов с целью удаления из них высокочастотных или сезонных колебаний;

методы *авторегрессии и скользящего среднего* оказываются особенно полезными для описания и прогнозирования процессов, проявляющих однородные колебания вокруг среднего значения.

Число статистических пакетов достаточно велико (несколько десятков) Из зарубежных пакетов это STATGRAPHICS, SYSTAT, BMDP, SPSS, SAS и др. Из отечественных можно назвать такие пакеты, как STADIA, ЭВРИСТА, МЕЗОЗАВР, САНИ, КЛАСС-МАСТЕР.

Для того, чтобы статистический пакет был удобным и эффективным в работе, он должен удовлетворять многочисленным и весьма жестким требованиям. В частности, необходимо, чтобы он:

содержал достаточно полный набор стандартных статистических методов;

был достаточно простым для быстрого освоения и использования;

отвечал высоким требованиям к вводу, преобразованиям и организации хранения данных как в самом пакете, так и обмену с широко распространенными базами данных (dBase, Lotus и т. п.);

имел широкий набор средств графического представления данных и результатов обработки: картинка порой отражает суть дела лучше, чем любые статистические показатели;

предоставлял удобные возможности для включения в отчет таблиц исходных данных, графиков, промежуточных и окончательных результатов обработки;

имел подробную документацию, хорошо продуманную с учетом интересов как начинающего пользователя, так и специалиста-статистика.

Все имеющиеся статистические пакеты можно разбить на четыре категории: специализированные пакеты, пакеты общего назначения, неполные пакеты общего назначения и табличные процессоры.

Специализированные пакеты обычно содержат методы из одного-двух разделов статистики или методы, используемые в конкретной предметной области (контроль качества промышленной продукции, расчет страховых сумм и т. д.). Чаще всего встречаются пакеты для анализа временных рядов (например, МЕЗОЗАВР или TREND), регрессионного анализа, кластерного анализа, многомерного шкалирования. Обычно такие пакеты содержат весьма полный набор традиционных методов в своей области, а также включают оригинальные методы и алгоритмы, созданные разработчиками пакета. Как правило, пакет и его документация ориентированы на специалистов, хорошо знакомых с соответствующими методами. Применять такие пакеты целесообразно в тех случаях, когда требу-

11 Зак. 22

ется систематически решать задачи из той области, для которой предназначен специализированный пакет, а возможностей пакетов общего назначения недостаточно.

Пакеты общего назначения не имеют прямую ориентацию на специфическую предметную область, но включают в себя широкий диапазон статистических методов и достаточно доступный для изучения и пользования интерфейс. Именно пакеты общего назначения составляют большинство продаваемых на рынке статистических программ. К группе пакетов общего назначения относятся пакеты STADIA и STATGRAPHICS.

Неполные пакеты общего назначения – это пакеты, которые содержат всего несколько методов из двух-трех других разделов статистики. Например, пакет "Статистик-Консультант" (версия 1.0) включает лишь методы описательной статистики и отдельные процедуры регрессионного и корреляционного анализа. По-видимому, использование подобных пакетов вряд ли может быть целесообразным, так как при практической работе почти всегда требуется использовать разные методы, которые не включены в пакет.

Табличные процессоры *содержат большое количество статистических методов обработки данных. Наибольшей популярностью здесь пользуется пакет Excel, который входит в состав Microsoft Office.*

Дадим краткую характеристику различным типам пакетов статистики.

Зарубежные статистические пакеты обычно лишены развитых средств оперативной помощи, подсказок и интерпретаций выводов, а их документация нередко отличается запутанностью и необозримым объемом (SAS), или же отсутствием необходимых сведений типа списка формул, по которым можно проверить корректность производимых выводов, и разбора типовых примеров (STATGRAPHICS). Приятным исключением здесь является пакет SPSS, документация которого представляет собой своеобразный эталон понятного и систематического учебника по использованию статистических методов.

В ряде западных пакетов часто просто поражает своеобразие реализации первоочередных операций. Так, при первом самостоятельном знакомстве с пакетом STATGRAPHICS обычно требуется продолжительное время, чтобы понять, как же ввести данные с клавиатуры (элементарная операция для любого пакета типа электронной таблицы). Выполнение другой типичной операции – импорта матрицы данных из текстового файла – может навсегда остаться загадкой даже после продолжительных экспериментов.

Таким образом, для использования западных статистических пакетов пользователь должен обладать высокой квалификацией в статистике и быть готовым к тщательному изучению объемистой и не всегда ясно написанной документации.

В отличие от западных, многие отечественные пакеты в гораздо большей степени подходят для нужд среднего российского пользователя. Здесь основные операции обычно сразу обозримы из головных меню, а рутинные процедуры выполняются с минимумом действий и разветвлений по принципу: "прямым путем – к понятному результату". Вся сопутствующая информация содержится в самой программной системе, включая справочник и интерпретатор выводов. Так, скажем, устроены наиболее популярные отечественные статистические системы STADIA, Мезозавр и Эвриста.

Наиболее развитой системой контекстной экранной помощи, включающей объемный справочник-гипертекст и экспертную систему по выбору метода статистического анализа, обладает пакет STADIA. Здесь каждый числовой статистический вывод сопровождается короткой и понятной интерпретацией (впрочем, пользователь может сделать интерпретацию результатов сам, так как все данные для этого также выводятся на экран). В пакете Мезозавр реализована оригинальная система экспертной оценки сложных моделей временных рядов. Система Эвриста выделяется хорошо написанной документацией о возможностях статистических методов.

В этих пакетах методы анализа сгруппированы в пунктах меню по содержательному принципу, а не по малозначащим для пользователя фамилиям авторов, как это имеет место во многих западных пакетах. Наилучший выбор статистического пакета для анализа данных зависит от характера решаемых задач, объема обрабатываемых данных, квалификаций пользователей, имеющегося оборудования и т д.

Для пользователей, имеющих дело со сверхбольшими объемами данных или узкоспециальными методами анализа, пока нет альтернативы использованию профессиональных западных пакетов. Среди интерактивных пакетов такого рода наибольшими возможностями обладает пакет SAS.

Если необходимо обработать данные умеренных объемов (несколько тысяч наблюдений) стандартными статистическими методами, подойдет универсальный или специальный статистический пакет. Надо только убедиться, что он содержит нужные методы обработки.

Пакеты STADIA, STATGRAPHICS, SyStat и SPSS являются универсальными пакетами, содержащими большинство стандартных статистических методов. Пакеты SPSS и SyStat перенесены на персональные компьютеры с больших ЭВМ предыдущих поколений, поэтому, наряду с представительным набором тщательно реализованных вычислительных методов, они сохраняют и некоторые архаические элементы. Однако имеющиеся в них возможности командного языка (впрочем, очень непростые в изучении и использовании) могут быть весьма полезны для сложных задач обработки данных Пакеты STADIA и STATGRAPHICS исходно разработаны для ПЭВМ, а поэтому проще в обращении. Эти пакеты, пожалуй, содержат наибольшее количество методов статистического анализа. Следует обратить внимание на удивительную компактность пакета STADIA: он требует в несколько раз меньше места на диске, чем его конкуренты, и при этом не уступает, а часто и превосходит их по своим функциональным возможностям. Пакеты Эвриста и Мезозавр являются специализированными пакетами, предназначенными для анализа временных рядов и регрессионного анализа, однако в этих областях они содержат очень насыщенный инструментарий.

При использовании для обработки данных табличных процессоров общего назначения могут иметь место ошибки, точнее, можно получить совсем не те результаты из-за того, что где-то в матрице данных случайно забыли ввести одно число, а программа не исключила соответствующее наблюдение из обработки, не выдала сообщение об ошибке, а просто посчитала пропущенное число нулевым, что обычно заложено "по умолчанию". Поэтому требуется крайняя осторожность при использовании статистических методов, заложенных в табличные процессоры и базы данных. Надежнее данные из табличных процессоров или баз данных экспортировать в статистические пакеты, где они будут проанализированы и обработаны.

Далее будем рассматривать применение статистических методов с помощью Excel, так как, с нашей точки зрения, он обеспечивает выполнение целого ряда вычислительных задач в научных исследованиях, не прибегая к сложным статистическим пакетам. Excel – это уже не просто электронные таблицы (типа Super Calc), а мощный электронный процессор, оснащенный сотнями различных функций и возможностями их реализации. Большим плюсом Excel является открытость системы – возможность создания на основе Excel собственных приложений. Многофункциональность Excel не позволяет даже кратко остановиться на всех основных свойствах системы и ее возможностях. Здесь рассмотрим лишь некоторые возможности, связанные с вводом и статистической обработкой числовых данных.

7.2. ВВЕДЕНИЕ В EXCEL

Предполагается, что читатель имеет элементарные навыки работы в *Excel* [48]. Кратко напомним основные сведения. Для открытия *Excel* достаточно дважды щелкнуть левой кнопкой мыши на ярлычке *Excel* или выполнить команду *Пуск – Программы – Microsoft Excel.* Для закрытия *Excel* необходимо выполнить команду *Файл-Выход* (предварительно желательно сохранить и закрыть рабочие книги, иначе *Excel* предложит сделать это перед выходом).

После открытия *Excel* на экране появится окно приложения (рис.7.1). Здесь основные элементы непосредственно указаны на окне рабочей книги. Сама рабочая книга по умолчанию состоит из трех рабочих листов (их количество может быть увеличено до 255 с помощью команды меню *Вставка – Лист*). Рабочий лист состоит из 256 ячеек (столбцов) в ширину и 65536 в длину.

Каждая ячейка однозначно идентифицируется номером строки и столбца, например: A1, B2 и т. д. Ячейки могут содержать текстовую, числовую и символьную информацию.

Выбрав команду *Формат – Ячейки* можно задать необходимый формат, например: дата, число, время, процентный и т. д.

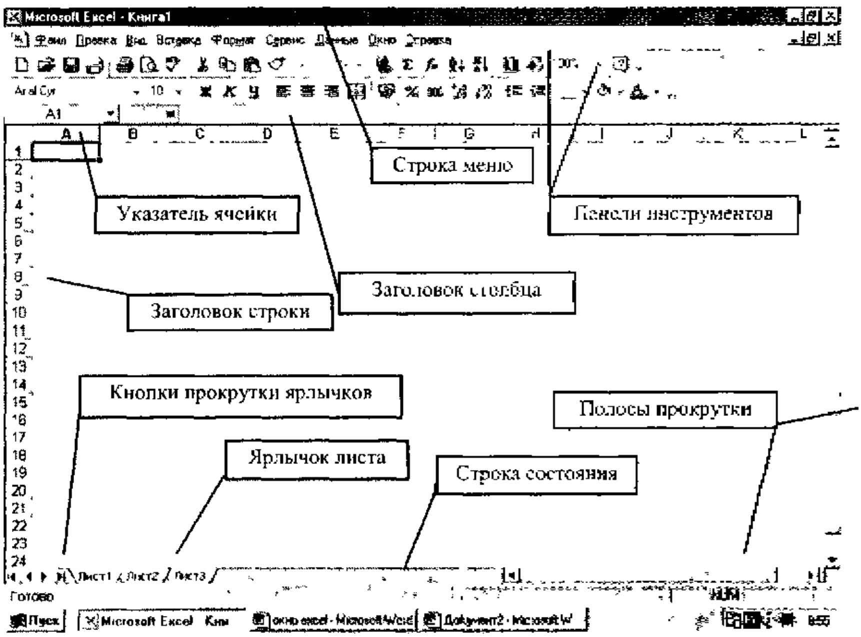


Рис. 7 1. Окно программы Excel

Число ячейки может содержать до пятнадцати значащих цифр, пределы возможных чисел приблизительно от -10^{308} до 10^{308} (если ширина ячейки недостаточна для введения числа – отобразился символ #, то достаточно дважды щелкнуть левой клавишей мыши на правой границе названия столбца).

Одним из основных плюсов Excel является возможность создания формул и использования готовых функций для обработки массивов чисел (а также текстов и символов). Для записи формул служит строка формул, расположенная под панелями. Она разделена на три части. В левой части строки расположено поле имен (указываются активные ячейки, например, *A1* или *2R* x *3C* – две строки и три столбца). В средней части стоит знак "=". В правой части записывается либо содержание, либо формула. Для ввода формулы необходимо набрать в пустой ячейке "=", а затем с помощью операций связать исходные данные в ячейках.

Порядок операции может быть изменен с помощью расставления скобок (разрешается до семи уровней вложенных скобок). При вводе формул удобно использовать встроенные функции *f** (существует несколько сотен встроенных функций, позволяющих обрабатывать числовую, текстовую и символьную информацию), используя так называемые диалоговые окна, предписывающие последовательность ввода данных и уменьшающие возможность допущения ошибки. Для перехода в режим редактирования необходимо нажать клавишу *F2* или щелкнуть в правой части строки формул.

Для поиска ошибок в формулах необходимо выделить самостоятельные части формулы, предварительно активизировав ячейку с ошибочным результатом и провести вычисления, используя клавишу *F9*.

Ячейки в Excel могут иметь абсолютную (A11) и относительные адресации ($A11: столбец А – абсолютная ссылка, строка 11 – относительная; A$11: столбец А – относительная ссылка, строка 11 – абсолютная; A11: столбец А – относительная ссылка, строка 11 – относительная ссылка). Характер ссылки можно изменить, активизировав соответствующую ссылку на ячейку в формуле и последовательно нажимая клавишу *F4*. При копировании формул в другие ячейки абсолютные ссылки сохраняются, а относительные изменяются – эти свойства позволяют значительно облегчить табулирование функций (вычисление значений функций, при известных значениях аргумента), обработку массивов и т. д.

Нельзя изменять размеры отдельных ячеек, но строки и столбцы по всей длине можно менять.

Для перемещения по рабочему листу можно использовать полосы прокрутки или клавиши управления.

7.3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ EXCEL

При описании статистических функций для аргументов приняты следующие обозначения:

Значение1,Значение2, .. ,Значение30 – значение от 1 до 30 аргументов, которые могут быть именами, числами, диапазонами, массивами или ссылками на них; логические значения, а также числа в виде текстовых строк и текстовых значений интерпретируются следующим образом: *ИСТИНА* интерпретируется как 1; *ЛОЖЬ*, *текст* и пустой текст *("")* интерпретируются как 0. Указанная выше интерпретация проявляется только при обработке массивов или диапазонов ячеек.

Число1, Число2,... , Число30 – значение от 1 до 30 аргументов, которые могут быть числами, текстовыми значениями, преобразованными в числа, логическими значениями, пустыми ячейками. Если аргумент является массивом или ссылкой, суммируются только числа, а текст, логические значения и пустые ячейки игнорируются.

Степени_свободы – число степеней свободы.

7.3.1. Оценка среднего значения

Для вычисления средних значений в EXCEL [48], [49] предусмотрены следующие функции:

1) ***СРЗНАЧ (Значение1,Значение2,... ,Значение30)*** – *вычисляет среднее значение аргументов по формуле*:

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i ,$$

где X_i – значение i-го элемента в массиве;

n – количество элементов в массиве.

Результат представляется в виде числового значения.

2) ***СРЗНАЧА (Значение1,Значение2,... ,Значение30)*** – отличается от *СРЗНАЧ* тем, что функция обрабатывает не только числовые значения, но и логические, а также числа в виде текстовых строк и текстовых значений.

Пример. Пусть в ячейки *A1:D1* введены значения: *50; ""; 50; "текст"*. Тогда функция *СРЗНАЧА (50; ""; 50; "текст")* выведет значение ошибки *#ЗНАЧ!* . В то же время *СРЗНАЧА (A1:D1)* покажет значение *25*.

Необходимо также учитывать различие между пустыми ячейками и ячейками, содержащими нулевые значения, особенно если не задана опция вывода на экран нулевых значений. Так, если в вышеуказанном примере в ячейке *B1* удалить пустой текст (""), то результатом работы функции *СРЗНАЧА (A1:D1)* будет число *33,3*.

3) ***СРГАРМ (Число1, Число2,... , Число30)*** *– вычисляет среднее гармоническое чисел по формуле*

$$X_{гарм} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}.$$

Другими словами, среднее гармоническое – это величина, обратная к среднему арифметическому обратных величин.

4) ***СРГЕОМ (Число1, Число2,... , Число30)*** - позволяет рассчитать среднее геометрическое значений массива или интервала положительных чисел:

$$X_{геом} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot ... \cdot X_n}.$$

Пример. Предположим, что среднесуточный надой молока с одной коровы на ферме на начало года составлял 12.5 л. В январе надой составил 12,8 л, в феврале – 13,4 л, в марте – 14,0 л, в апреле – 14,8 л, в мае – 15,7 л, в июне –16,8 л. Определить средний темп роста надоев с одного животного. Для определения среднего темпа роста:

	A	B	C
1	Период	Надой	Темп роста
2	Начало года	12,5	
3	Январь	12,8	2,40%
4	Февраль	13,4	4,69%
5	Март	14	4,48%
6	Апрель	14,8	5,71%
7	Май	15,7	6,08%
8	Июнь	16,8	7,01%
9	Средний темп роста		4,07%

Рис 7.2. Расчет с использованием функции СРГЕОМ

- заполним ячейки *A1:A9*, *B1:B2* и *C1* как показано на рис. 7.2;
- в ячейке *C3* запишем формулу определения темпа роста надоев за январь *=(B3-B2)/B2*;
- скопируем вышеуказанную формулу в остальные ячейки столбца *C4:C8*;
- в ячейку *C9* введем формулу расчета среднего геометрического значения *=СРГЕОМ(C3:C8)* – программа выведет средний темп роста надоев, который в нашем случае составляет 4,8 %.

Следует помнить, что среднее гармоническое всегда меньше среднего геометрического, которое, в свою очередь, всегда меньше среднего арифметического.

Пример. Заданы исходные значения (рис. 7.3). Требуется провести расчет среднего гармонического значения, затем проверить результат с помощью функции СРГАРМ и подсчитать для указанных исходных данных среднее арифметическое и среднее геометрическое значения.

Расчет производим в следующей последовательности.

1. Рассчитываем обратные значения:

- в ячейку *B2* введем формулу *=1/B1*;
- скопируем формулу в остальные ячейки строки *C2:G2*

	A	B	C	D	E	F	G
1	Исходные данные	4	3	4	2	7	7
2	Обратные функции	0,2500	0,3333	0,2500	0,5000	0,1429	0,1429
3	Среднее арифметическое обратных значений			0,2698			
4	Среднее гармоническое вычисленное из таблицы			3,7059			
5	Среднее гармоническое с помощью функции			3,7059			
6	Среднее арифметическое исходных данных			4,5000			
7	Среднее геометрическое исходных данных			4,0933			

Рис. 7.3. Таблица вычислений к примеру

2. Рассчитаем среднее арифметическое для найденных обратных значений по формуле: *=СРЗНАЧ(B2:G2)*.

3. Определим обратную величину для рассчитанного значения - это будет среднее гармоническое значение для исходных данных, которое в нашем примере равно *3,7059*.

4. Проверим результаты с помощью формулы *=СРГАРМ(B1:G1)*. Получим тот же результат.

5. В ячейки *B6* и *B7* соответственно запишем формулы:

=СРЗНАЧ(B1:G1);

=СРГЕОМ(B1:G1).

Как видно из рис. 7.3, сравнение средних подтверждает вышеуказанное высказывание.

5) ***УРЕЗСРЕДНЕЕ (Массив; доля)*** – рассчитывает среднее значение ядра множества данных, предварительно отбросив заданный процент экстремальных значений. При этом функция округляет количество отбрасываемых значений до ближайшего целого, кратного двум, в сторону уменьшения количества отбрасываемых значений. Это позволяет получить более объективное представление об изучаемом явлении. Аргументы функции:

Массив – это массив или интервал усредняемых значений;

Доля – величина от 0 до 1, характеризующая долю данных, исключаемых из вычислений.

7.3.2. Оценка отклонений от среднего значения

К функциям оценки отклонений от среднего значения относятся: *СРОТКЛ, КВАДРОТКЛ, ДИСПХХХ, СТАНДОТКЛОНХХХ, ДОВЕРИТ* Рассмотрим вышеуказанные функции более подробно.

Функция ***СРОТКЛ(Число1; Число2; ...; Число30)*** позволяет оценить разброс множества данных. Она выводит значение среднего абсолютного отклонения и вычисляется как сумма абсолютных значений отклонений аргументов, деленная на их количество:

$$sr = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|X_i - \mu\right|.$$

Функция ***КВАДРОТКЛ (Число1; Число2; ...; Число30)*** рассчитывает сумму квадратов отклонений множества данных от среднего значения:

$$qw = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2 .$$

Функции типа *ДИСПХХХ* позволяют рассчитывать дисперсию. В *Excel* имеются следующие функции:

ДИСП(Число1; Число2; ...; Число30),

ДИСПР(Число1; Число2; ...; Число30),

ДИСПРА(Значение1;Значение2; ..., Значение30),

ДИСПА (Значение1;Значение2; ..., Значение30).

При этом предполагается, что аргументы *ДИСПР* и *ДИСПРА* представляют всю генеральную совокупность, и поэтому указанные функции позволяют рассчитывать дисперсию для генеральной совокупности. Аргументы же функций *ДИСП* и *ДИСПА* являются только выборкой из генеральной совокупности, и потому функции *ДИСП* и *ДИСПА* служат для вычисления дисперсии по выборке. Отметим, что функции *ДИСПРА* и *ДИСПА* используются, если массив содержит, кроме числовых значений, текстовые и логические.

Используемые уравнения расчета дисперсии имеют вид:

для генеральной совокупности:

$$\nu = \frac{qw}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{n} ;$$

по выборке:

$$\nu = \frac{qw}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{n-1} ,$$

где qw – сумма квадратов отклонений;

μ – среднее значение;

n – количество значений;

X_i – значение i-го аргумента;

Функции типа *СТАНДОТКЛОНХХХ* :

СТАНДОТКЛОНП(Число1; Число2; ...; Число30),

СТАНДОТКЛОН(Число1; Число2; ...; Число30),

СТАНДОТКЛОНА(Значение1; Значение2; ..., Значение30),

СТАНДОТКЛОНПА(Значение1; Значение2; ..., Значение30)

позволяют рассчитывать стандартное отклонение:

для генеральной совокупности:

$$\sigma = \sqrt{v} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{n}};$$

по выборке:

$$\sigma = \sqrt{v} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{n-1}}.$$

Предполагается, что аргументы функций *СТАНДОТКЛОНП* и *СТАНДОТКЛОНПА* образуют всю генеральную совокупность, а аргументы *СТАНДОТКЛОН* и *СТАНДОТКЛОНА* являются только выборкой из генеральной совокупности. Поэтому функции *СТАНДОТКЛОНП* и *СТАНДОТКЛОНПА* позволяют рассчитывать стандартное отклонение по генеральной совокупности, а *СТАНД-ОТКЛОН* и *СТАНДОТКЛОНА* – по выборке. При этом функции *СТАНДОТКЛОНПА* и *СТАНДОТКЛОНА* вычисляют стандартное отклонение совокупности, включающей кроме чисел текстовые и логические значения.

Для больших выборок *СТАНДОТКЛОН* и *СТАНДОТКЛОНП* возвращают примерно равные значения.

Пример. Задан диапазон констант: 6, 5, 7, 4, 9, 4, 3, 6, 8, 5, 7, 4, 5, 2. Требуется рассчитать по приведенным выше формулам:

среднее арифметическое значение;

сумму отклонений аргументов от средней величины;

сумму квадратов отклонений;

дисперсию для генеральной совокупности;

стандартное отклонение для генеральной совокупности,

а также проверить полученные значения дисперсии и стандартного отклонения с помощью соответствующих статистических функций.

Для решения примера:

1. Создадим таблицу для ввода значений (рис. 7.4);

2. Присвоим имя диапазону ячеек с исходными значениями, для чего:

- выделим в таблице ячейки *B1:O1;*
- щелкнем в поле имен и введем имя *Значение.*

3. Для вывода информации о среднем значении аргументов щелкнем одну из ячеек второй строки и введем формулу:

="Среднее значение аргументов *m* = "&*СРЗНАЧ(Значение).*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Значения	6	5	7	4	9	4	3	6	8	5	7	4	5	2
2			Среднее значение аргументов m= 5,35714285714286												
3	Отклонение	0,64	-3,4	1,6	-1,4	3,6	-1,4	-2,4	0,6	2,64	-0,4	1,64	-1,4	-0,4	-3
4			Сумма отклонений = 5,32907051820075E-15												
5		0,41	0,1	2,7	1,8	13	1,84	5,6	0,4	6,98	0,1	2,7	1,8	0,1	11
6			Сумма квадратов отклонений = 49,2142857142857												
7	Дисперсия														
8			Расчет по формуле = 3,51530612244898												
9			Расчет с помощью функции ДИСПР = 3,51530612244898												
10	Стандартные отклонения														
11			Расчет по формуле = 1,6749149640581												
12			Расчет с использованием функции ДИСПР = 1,8749149640581												

Рис 7.4. Исходные данные и результаты расчета

4. Рассчитаем значения отклонений аргументов от средней величины. Для этого:

- в ячейку B3 введем формулу *=B1 – СРЗНАЧ(Значение);*
- скопируем формулу в ячейки *C3:O3;*
- для использования в последующих расчетах выделим полученный диапазон ячеек *B3:O3* и присвоим ему имя *Отклонение.*

5. Выведем в четвертой строке информацию о суммарном отклонении аргументов от средней величины, используя формулу:

="Сумма отклонений = "&СУММ.(Отклонение).

6. Рассчитаем значения квадратов отклонений аргументов от средней величины:

- выделим диапазон ячеек *B5:O5;*
- введем формулу массива *{=(Отклонение)^2};*
- для удобства дальнейших расчетов присвоим полученному диапазону имя *КвОтклонения.*

7. Выведем в четвертой строке величину суммы квадратов отклонений аргументов от средней величины, используя формулу:

=" Сумма квадратов отклонений = "&СУММ(КвОтклонения).

Как было указано выше, эта сумма экстремальна. Если вместо среднего арифметического в расчете использовать любое другое значение, сумма квадратов отклонений будет больше, чем полученная в данном расчете.

8. Рассчитаем дисперсию для генеральной совокупности:

а) как сумму квадратов отклонений аргументов от средней величины, отнесенную к количеству наблюдений:

f="Расчет по формуле: v = "&СУММ(КвОтклонения)/СЧЕТ(Значение);

б) с использованием статистической функции *ДИСПР:*

="с помощью функции v = "&ДИСПР(B1:O1).

9. Аналогично рассчитаем стандартное отклонение (ранее оно еще называлось среднеквадратическим):

а) как квадратный корень из дисперсии для генеральной совокупности:

="Расчет по формуле: st =
= "&КОРЕНЬ(СУММ(КвОтклонения)/СЧЕТ(Значение));

б) с использованием статистической функции ДИСПР:
="с помощью функций st = "&СТАНДОТКЛОНП(Значение).

Как видно из рис. 7.4, расчеты по формулам и с помощью статистических функций идентичны.

Функция ***ДОВЕРИТ(Альфа;Станд_откл;Размер)*** дает возможность определить так называемый доверительный интервал, то есть диапазон значений, которые может принимать аргумент при заданном уровне надежности или достоверности. Здесь:

Альфа – показатель, величина которого зависит от задаваемого в процентах уровня достоверности (надежности) η. Определяется по формуле $\alpha = 0{,}01(100 - \eta)$;

Станд_откл – стандартное отклонение, рассчитанное для данной генеральной совокупности;

Размер – количество элементов в массиве.

Пример. При медосмотре студентов получены следующие показатели веса девушек группы: 49,2 кг, 57,5 кг, 57,5 кг, 62,5 кг, 62,5 кг, 65,9 кг, 54,7 кг, 58,2 кг, 48,7 кг, 69,7 кг. На медосмотре присутствовали две девушки по имени Таня. Определите вероятный вес Тани с достоверностью 50, 90 и 99 %.

1. Для удобства вычислений присвоим диапазону *B1:K1* имя *Осмотр* (рис. 7.5).

2. Рассчитаем уровень *Альфа,* для чего в ячейку *D3* введем формулу: *=1-D2*. Поскольку для ячейки *D2* определен процентный формат, коэффициент *0,01* в данном случае вводить не нужно.

3. Определим стандартное отклонение, используя формулу:
=СТАНДОТКЛОНП(Осмотр).

4. Рассчитаем доверительный интервал по формуле:
=ДОВЕРИТ(D3;D4;10).

5. Средний вес получим из формулы: *=СРЗНАЧ(Осмотр).*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Вес студентки	48,7	49,2	54,7	57,5	57,5	58,2	62,5	62,5	65,9	69,7	
2	Уровеньдостоверности			50			90				99	
3	Уровень Альфа			0,5			0,1				0,01	
4	Стандартное отклонение			6,4114			6,4114				6,4114	
5	Доверительный интервал			1,4			3,3				5,2	
6	Средний вес			58,6			58,6				58,6	
7	Танин вес максимум			60,0			62,0				63,9	
8	Танин вес минимум			57,3			55,3				53,4	

Рис. 7.5. Таблица расчета

6. Максимум и минимум Таниного веса получим путем добавления к среднему весу и вычитания из него размера доверительного интервала.

7. Проследив изменения показателя веса при достоверности 50 % и 99 %, приходим к выводу: чем выше требуемая степень достоверности, тем больше размах, то есть разность между максимальным и минимальным значением веса.

7.3.3. Функции нахождения экстремальных значений

Для определения наибольшего и наименьшего значения из набора аргументов используются функции:

МАКС (Число1; Число2; ... ; Число30),
МАКСА(Значение1, Значение2, ..., Значение30)
МИН (Число1; Число2; ... ; Число30),
МИНА(Значение1,Значение2, ..., Значение30)

Функции *МАКС, МИН* используются, если обрабатываются только числовые значения.

7.3.4. Функции взаимного расположения значений

Упорядоченные значения называют вариационным рядом. Ранг числа – это его позиция в отсортированном списке. Множество чисел можно разбить на 4 квартили и на 100 персентилей.

Квартили позволяют представить генеральную совокупность в виде четырех равных групп и провести их сравнительный анализ. Очевидно, что квартиль включает 25 персентилей и может быть использована, например, для отбора 25 % наиболее высоко оплачиваемых сотрудников какой-то организации.

Персентили обычно используются для определения порога приемлемости. Например, можно принять решение об освобождении от экзамена студентов, которые при итоговом тестировании набрали баллов более 90-й персентили.

Ранжирование значений дает вам возможность найти не только максимальное или минимальное значение, но и любое по рангу в убывающем или возрастающем порядке или срединное значение (медиану). Для этого служат следующие функции:

1) ***РАНГ(Число;Ссылка;Порядок)*** – определяет ранг числа в вариационном ряду. Здесь:

Число – значение, ранг которого нужно определить;

Ссылка – массив или ссылка на список чисел. Нечисловые значения в ссылке игнорируются;

Порядок – идентификатор способа упорядочения (ранжирования): 1 – в порядке возрастания; 0 (по умолчанию) – в порядке убывания.

Повторяющимся числам присваивается одинаковый ранг.

Пример. Если число 8 повторяется четыре раза, то всем четырем восьмеркам будет присвоен одинаковый ранг, например 12. Ранги 13,14,15 игнорируются, а числу, следующему за цифрой восемь, будет присвоен ранг 16.

2) ***ПРОЦЕНТРАНГ(Массив;X;Разрядность)*** - даст возможность вывести ранг числа в процентном выражении. Массив рассматривается как отсортированный в порядке возрастания ряд чисел. Минимальному присваивается значение 0 %, а максимальному – 100 %. Ранг числа определяется его местом в вариационном ряду. Если несколько чисел имеют одинаковое значение, ранг определяется по первому вхождению. Аргументы функции:

Массив – интервал или массив данных;

X - значение, ранг которого определяется;

Разрядность - количество значащих цифр в показателе ранга; по умолчанию – 3 цифры.

Пример. Если массив состоит из чисел 2,3,5,4,9,1,4,2,8,4,7, то функция *ПРОЦЕНТРАНГ* рассматривает массив как интервал 1,2,2,3,4,4,4,5,7,8,9. При этом, ранг 1 равен 0 %, 2 – 10 % (по первому вхождению), 3 – 30 %, 4 – 40 %, 5 – 70 %, 7 – 80 %, 8–90 %, 9 – 100 %.

3) ***НАИБОЛЬШИЙ(Массив;k)*** и ***НАИМЕНЬШИЙ(Массив;k)*** – позволяют по рангу найти число в массиве, где *k* – ранг значения $(k \geq 1)$.

Пример. Предположим, что на соревнованиях по метанию копья юноши группы показали результаты, которые занесены в таблицу. Требуется создать приложение, которое автоматически заполнит таблицу с фамилиями и результатами трех лучших спортсменов.

1. Присвоим массиву данных имя, например, *Копье*, для чего:

• выделим таблицу показателей A1xB10 (рис. 7.6);

• щелкнем в окне меню *Вставка* на кнопку *Имя*, затем *Присвоить* и в появившемся окне наберем слово *Копье*, после чего нажмем клавишу *Enter*.

	A	B
1	Результат	Спортсмен
2	53,4	Петров Иван
3	57,2	Максимов Юра
4	46,4	Иванов Витя
5	49,6	Флагин Александр
6	51,3	Захаров Алексей
7	62,4	Кабачков Юра
8	58,4	Никонов Витя
9	57,6	Семенов Витя
10	59,7	Зыков Семен

Результаты метания копья		
	Студент	Результат
Чемпион группы		
Серебряный призер		
Бронзовый призер		

Рис. 7.6. Исходная таблица и бланк результатов

2. Создадим бланк таблицы, которую должен заполнить компьютер.

3. Введем в ячейку *H5* формулу для определения лучшего результата. Для этого:

• установим курсор в ячейку *H5*;

• введем =;

• в окне меню *Вставка* выберем *Функция/ Статистические /НАИБОЛЬШИЙ* (рис.7.7);

• в поле *Массив* введем имя *Копье;* его можно набрать с клавиатуры, но безошибочность ввода гарантирует только команда *Вставка/ Имя/ Вставить;*

• в поле *k* введем ранг для первого места – 1 , после чего следует нажать на кнопку *OK*.

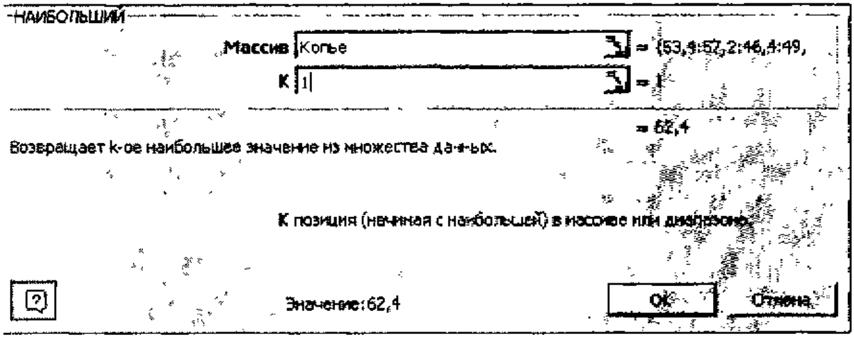


Рис. 7 7. Заполнение аргументов функции *НАИБОЛЬШИЙ*

В результате в ячейке *H5* будет выведен лучший результат. Если вы щелкните по этой ячейке, то увидите формулу

=НАИБОЛЬШИЙ(Копье;1).

4. Для вывода второго и третьего результатов проще всего скопировать формулу: *=НАИБОЛЬШИЙ(Копье;1)* из ячейки *H5* в ячейки *H6* и *H7*. Поскольку значение ранга 1 при копировании формулы автоматически не меняется, следует его заменить в ячейках *H6·H7* с помощью клавиатуры на 2 и 3. Колонка результатов будет заполнена.

5. Колонку *Студент* заполним с помощью функции *ВПР*.

• выделим диапазон *G5.G7*, в который программа введет фамилии лучших спортсменов;

• введем =;

• в окне *Вставка* выберем *Функция/ Ссылки и массивы/ ВПР* (рис. 7.8);

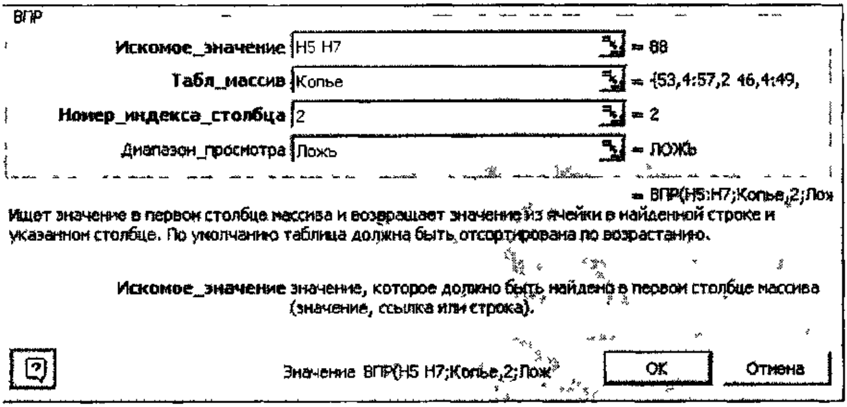


Рис 7 8 Заполнение аргументов для функции ВПР

- в поле *Искомое_значение* введем диапазон ячеек с лучшими результатами *H5 H7,* для которых программа должна вывести соответствующие фамилии;
- в поле *Табл_массив* вставим имя массива *Копье,* в котором будет вестись поиск результатов, включенных в аргумент *Искомое_значение*, и отбираться фамилии студентов, показавших эти результаты;
- в поле *Номер_индекса* введем 2, соответствующую в массиве *Копье* порядковому номеру столбца, в котором будет вестись поиск фамилии;
- в поле *Диапазон_просмотра* введем значение ЛОЖЬ;
- завершим ввод формулы массива одновременным нажатием клавиш *Ctrl+Shift+Enter*.

В результате в ячейки будет введена формула массива:

{=ВПР(H5:H7, Копье;2;ЛОЖЬ)}, и в таблице появятся фамилии лучших спортсменов (рис 7.9)

6. Проверим работу созданного приложения. Допустим, что при повторной сдаче зачета студент Петров метнул копье на 62,6 метра. Внесем данные в таблицу результатов Перейдем на лист итогов и увидим (рис. 7 10), что у нас не только сменился чемпион, но и соответственно поменялись призеры.

Результаты метания копья		
	Студент	Результат
Чемпион группы	Кабачков Юра	62 4
Серебряный призер	Захаров Алексей	61 3
Бронзовый призер	Зыков Семен	59 7

Рис 7 9 Заполненная компьютером таблица результатов

Результаты метания копья		
	Студент	Результат
Чемпион группы	Петров Иван	62,6
Серебряный призер	Кабачков Юра	62 4
Бронзовый призер	Захаров Алексей	61,3

Рис 7 10 Таблица результатов после изменения исходной таблицы

12 Зак 22

4) ***МЕДИАНА(Число1; Число2; ...; Число30)*** – предназначена для определения срединного значения вариационного ряда, то есть половина чисел вариационного ряда должна иметь значения большие, чем медиана, а половина чисел – меньшие, чем медиана. Если в массиве четное количеств чисел, функция *МЕДИАНА* вычисляет среднее двух чисел, находящихся в середине множества.

5) ***КВАРТИЛЬ(Массив;Индекс)*** – позволяет провести сравнительный анализ в четырех равных по величине группах, на которые разбивается генеральная совокупность. Здесь:

Массив – это массив или диапазон ячеек, для которых определяются значения квартили.

Индекс – число от 0 до 4, соответствующее номеру определяемой квартили, а именно:

0 – выводится минимальное значение;

1 – первая квартиль или 25-я персентиль;

2 – вторая квартиль или 50-я персентиль или медиана;

3 – третья квартиль или 75-я персентиль;

4 – максимальное значение.

6) ***ПЕРСЕНТИЛЬ(Массив;k)*** отличается от функции *КВАРТИЛЬ* тем, что массив разбит не на четыре, а на сто частей. Можно вывести значение любой части (персентили), указав ее ранг в долях единицы. Первой персентили соответствует значение 0,01, последней – 1. Здесь:

Массив – это массив или диапазон ячеек, для которых определяются значения персентили;

k – ранг персентили в интервале от 0 до 1 включительно.

КВАРТИЛЬ и *ПЕРСЕНТИЛЬ* можно определить для массива, включающего не более 8191 значений.

Пример. Предположим, что 25 % студентам из группы, показавшим лучшие результаты по отдельному предмету за семестр, необходимо автоматически проставить зачет по данной дисциплине.

1. Внесем в таблицу оценки студентов за семестр. Пусть таблица выглядит, как показано на рис. 7.11.

2. Выделим столбец с оценками и присвоим ему имя *Оценка*.

3. Так как необходимые для простановки зачета 25% лучших оценок входят в верхнюю квартиль диапазона со значением персентилей от 0,75 до 1, определим, какая средняя оценка будет соответствовать 3 квартили или 75 персентили.

4. Введем в ячейку *F1* формулу: *=КВАРТИЛЬ(Оценка,3)*. Получим значение 55,250, которое позволяет поставить зачет автоматически

5. Введем в ячейку *F2* формулу: *=ПЕРСЕНТИЛЬ(Оценка,0,75)* Получим то же значение 55,250

	A	B	C	D	E	F
1	Студент	Балл за семестр	Зачет		Квартиль	55,250
2	Абакумов А П	53			Персентиль	55,250
3	Александров И Г	42			Процентранг	0,750
4	Агеев Р Л	47				
5	Безухов Д Р	51				
6	Глухова А А	60	Зачтено			
7	Дементьев А В	57	Зачтено			
8	Еремин В А	46				
9	Жуков С С	45				
10	Иванов Г И	56	Зачтено			
11	Казакова О П	55				
12	Корнев В А	42				
13	Лебедев А А	47				
14	Мамонтов С А	49				
15	Никонов В И	42				
16	Осипов О Р	58	Зачтено			
17	Степанов Я Н	51				

Рис. 7.11. Использование функций Квартиль (или Персентиль)

6. Можно проверить решение с помощью функции *ПРОЦЕНТРАНГ*. Введем в ячейку *F3* формулу: = *ПРОЦЕНТРАНГ(Оценка;F1)*. Получим значение 0,75, которое свидетельствует, что значение 55,250 действительно соответствует 75 персентили или 3 квартили.

7. Для автоматического проставления зачета, необходимо в ячейку *C2* записать формулу: =ЕСЛИ(B2<F1;" ";"Зачтено"), а затем скопировать ее в остальные ячейки столбца. В результате, если балл за семестр не входит в верхнюю квартиль, ячейка не заполняется, в противном случае, записывается слово "Зачтено".

7.3.5. Оценка частоты встречающихся значений

Функции *МОДА* и *ЧАСТОТА* позволяют определить как часто и какие именно значения повторяются в массиве.

Функция ***МОДА(Число1; Число2; ...; Число30)*** позволяет определить значение, наиболее часто встречающееся в вариационном ряду или массиве. Считается, что функция *МОДА* характеризует степень центрирования данных. Однако к этому следует относиться с определенной осторожностью.

Например, в серии испытаний получено сто значений дальности полета снаряда, из которых два нулевых, соответствующих осечке. Именно этот нулевой результат выведет *МОДА*, если остальные значения незначительно отличаются между собой.

Функция ***ЧАСТОТА (Массив_данных;Интервалы_отбора)*** позволяет подсчитать сколько раз заданное значение встречается в массиве данных. Аргументы:

Массив_данных – это массив или ссылка на массив данных, частота вхождения которых оценивается функцией;

Интервалы_отбора – массив или ссылка на множество диапазонов, в которых заданы границы интервалов отбора. Этот аргумент иногда называют *Массивом карманов* или *Двоичным массивом.*

Функция *ЧАСТОТА* возвращает массив распределения частот вхождения и, поэтому должна вводиться как формула массива. Пустые ячейки и тексты здесь игнорируются.

П р и м е р. Данные о среднем школьном балле абитуриентов занесены в таблицу (рис. 7.12). Требуется определить количество абитуриентов, имеющих средний балл ниже 3,5, от 3,5 до 4,0, от 4,0 до 4,5 и от 4,5 до 5,0.

	A	B	C	D
1	Средний школьный балл			
2	4,1			
3	4,5			
4	3,6		Школьный балл	Количество
5	4,2		3,5	3
6	4,7		4	2
7	4,4		4,5	5
8	4,3		5	7
9	4,8			
10	3,9			
11	5			
12	4,8			
13	4,9			
14	5			
15	4,6			

Рис. 7.12 Пример использования функции *Частота*

1. Присвоим массиву данных имя *Балл*, для чего:

• выделим в исходной таблице столбец *Средний школьный балл;*

• щелкнем левой кнопкой в окне *Вставка* на кнопку *Имя,* введем *Балл* и нажмем *Enter.*

2. Создадим бланк итоговой таблицы, которую должен будет заполнить компьютер.

3. В итоговой таблице в столбце Количество выделим диапазон ячеек, в который программа должна поместить массив распределения.

4. Введем формулу оценки распределения частот вхождения, для чего:

• в окне Вставка выберем Функция/ Статистические/ ЧАСТОТА (рис. 7.13);

• в поле Массив_данных вставим имя Балл;

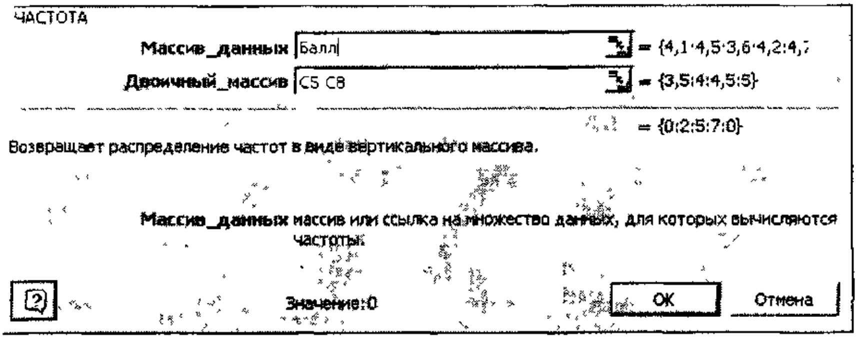


Рис. 7.13 Фрагмент заполнения аргументов функции *Частота*

• в поле Двоичный_массив введем ссылку на диапазон ячеек с критериями отбора;

• завершим ввод формулы массива одновременным нажатием клавиш *Ctrl+-Shift+Enter*.

В результате в ячейки будет введена формула массива: *{= ЧАСТОТА (Балл;C5.C8)}* и в столбце *Количество* будет выведено число абитуриентов, имеющих соответствующий школьный балл.

7.3.6. Функции распределения

Нормальное распределение. Нормальное распределение используется для анализа нормально распределенных значений и выполняется с помощью функций *НОРМРАСП, НОРМОБР, НОРМСТРАСП, НОРМСТОБР, ZTECT, НОРМАЛИЗАЦИЯ, ЭКСЦЕСС.*

Функция ***НОРМРАСП (х;Среднее;Стандартное_откл;Интегральная)*** возвращает нормальную функцию распределения для указанного среднего и стандартного отклонения, где:

x – значение, для которого вычисляется функция;

Среднее – среднее арифметическое;

Стандартное_откл – стандартное отклонение *ln(x).*

Интегральная – логическое значение: если введена 1, возвращается интегральная функция распределения; если введена 2, возвращается функция плотности распределения.

Если *Среднее*=0 и *Стандартное_откл* =1, то функция *НОРМРАСП* возвращает стандартное нормальное распределение, то есть *НОРМСТРАСП.*

Функция ***НОРМОБР(Вероятность;Среднее;Стандартное_откл)*** возвращает обратное нормальное распределение для указанного среднего и стандартного отклонения.

Здесь *Вероятность* – это вероятность, соответствующая нормальному распределению.

Если *НОРМОБР* не сходится после ста итераций, то функция возвращает значение ошибки #Н/Д.

Функция ***НОРМСТРАСП (Z)*** возвращает стандартное нормальное интегральное распределение. Это распределение имеет среднее, равное нулю, и стандартное отклонение, равное единице. Аргумент *Z* – значение, для которого строится распределение.

Функция ***НОРМОБР (Вероятность)*** возвращает обратное значение стандартного нормального распределения. Здесь *Вероятность* – это вероятность, соответствующая нормальному распределению. Это распределение имеет среднее, равное нулю, и стандартное отклонение, равное единице.

Если *НОРМСТОБР* не сходится после ста итераций, то функция возвращает значение ошибки #Н/Д.

Функция ***ZTECT (Массив;x;Сигма)*** возвращает двустороннее *P*-значение *Z*-теста. *Z*-тест определяет стандартную оценку для *x* по отношению к массиву данных и позволяет определить двустороннюю вероятность для нормального распределения. Аргументы функции:

Массив – интервал данных, с которыми сравнивается *x*;

x – проверяемое значение;

Сигма – стандартное отклонение генеральной совокупности. Если этот параметр опущен, используется стандартное отклонение выборки.

Можно использовать эту функцию, чтобы оценить вероятность того, что конкретное наблюдение взято из конкретной генеральной совокупности.

Функция ***НОРМАЛИЗАЦИЯ(x;Среднее;Стандартное_откл)*** возвращает нормализованное значение для распределения, характеризуемого средним и стандартным отклонением, где *x* – нормализуемое значение.

Функция ***ЭКСЦЕСС (Число1; Число2; ...; Число30)*** возвращает эксцесс множества данных. Эксцесс характеризует относительную остроконечность или сглаженность распределения по сравнению с нормальным распределением. Положительный эксцесс обозначает относительно остроконечное распределение. Отрицательный эксцесс обозначает относительно сглаженное распределение.

Если задано менее четырех точек данных или если стандартное отклонение выборки равняется нулю, функция *ЭКСЦЕСС* возвращает значение ошибки #ДЕЛ/0!.

Пример. Предположим, что в некотором городе рост первокурсниц приближенно имеет нормальное распределение со средним значением 165,3 см и стандартным отклонением 8,32. Требуется определить вероятность того, что первая встреченная вами студентка будет иметь рост, а) ниже 170 см, б) ровно 170 см.

1 Создадим таблицу, удобную для расчетов и введем постоянные данные в ячейки *C1:C2*.

2. В ячейку *C3* запишем требуемый рост.

3. В ячейки *B5:B6* введем формулу: =*C3*.

4 В ячейку *C5* запишем: =*НОРМРАСП(C3;C1;C2;1)*,

а в ячейку *C6*: =*НОРМРАСП(C3;C1;C2;0)*.

	A	B	C
1	Средний рост		165,3
2	Стандартное отклонение		8,32
3	Заданный рост		170
4	Вероятность встречи		
5	Ростом ниже	170	0,71393
6	Ростом равным	170	0,040878

Рис. 7.14 Расчетная таблица

Получим результаты, приведенные на рис. 7.14.

Логарифмическое нормальное распределение. Логарифмическое нормальное распределение используется для анализа логарифмически преобразованных данных и выполняется с помощью функций *ЛОГНОРМРАСП* и *ЛОГНОРМОБР*.

Функция ***ЛОГНОРМРАСП(x; Среднее; Стандартное_откл)*** возвращает интегральное логарифмическое нормальное распределение, где:

x - это значение, для которого вычисляется функция;

Среднее – среднее *ln(x)*;

Стандартное_откл - стандартное отклонение *ln(x)*.

Функция ***ЛОГНОРМОБР(Вероятность; Среднее; Стандартное_откл)*** возвращает обратную функцию логарифмического нормального распределения.

Если *p* = *ЛОГНОРМРАСП(x;...)*, то *ЛОГНОРМОБР(p;...)* = *x*.

Биномиальное распределение. Для вычисления значений, связанных с биномиальным распределением могут использоваться функции *БИНОМРАСП, ОТРБИНОМРАСП, КРИТБИНОМ*.

Функция ***БИНОМРАСП (Число_s; Испытания; Вероятность_s;Интегральный)*** возвращает отдельное значение биномиального распределения. Аргументы функции:

Число_s – количество успешных испытаний;

Испытания – число независимых испытаний;

Вероятность_s – вероятность успеха каждого испытания;

Интегральный – значение, определяющее форму функции: если ввести 1 – возвращается интегральная функция распределения, то есть вероятность того, что число успешных испытаний не менее количества успешных испытаний; если ввести 0 – возвращается функция распределения, то есть вероятность того, что число успешных испытаний в точности равно количеству успешных испытаний.

Пример. Из колоды наугад берутся три карты. Какова вероятность того, что одна из карт: а) король, б) пиковая дама. Используя формулы:

=*БИНОМРАСП(1;3;1/14;0)*;

=*БИНОМРАСП(1;3;1/52;0)*,

получим результаты, приведенные на рис. 7.15.

	A	B
1	Король	0,184766764
2	Пиковая дама	0,055494709

Рис. 7.15. Расчетная таблица

Функция ***ОТРБИНОМРАСП(Число_f;Число_s;Вероятность_s)*** позволяет рассчитать вероятность того, что случится *Число_f* неудачных испытаний, прежде чем будет достигнуто *Число_s* успешных испытаний, при том условии, что вероятность успешного испытания постоянна и равна значению аргумента *Вероятность_s*.

Пример. Охотник стреляет в бегущего зайца. Вероятность попадания 0,25. Какова вероятность того, что зайцу удается спастись после 1,2,3,4 и 5 выстрелов. Как изменятся шансы зайца, если стрельба будет вестись вторым охотником с вероятностью попадания 0,3?

1. Прежде всего, создадим следующую таблицу (рис. 7.16).

	A	B	C	D
1	Вероятность попадания		0,25	
2	Вероятность		промаха	
3		Выстрел	1	0,7500
4		Выстрел	2	0,5625
5		Выстрел	3	0,4219
6		Выстрел	4	0,3164
7		Выстрел	5	0,2373

а

	A	B	C	D
1	Вероятность попадания		0,3	
2	Вероятность		промаха	
3		Выстрел	1	0,7000
4		Выстрел	2	0,4900
5		Выстрел	3	0,3430
6		Выстрел	4	0,2401
7		Выстрел	5	0,1681

б

Рис. 7.16. Результаты расчетов для примера при вероятности попадания: *а* – 0,25 и *б* – 0,3

2. Щелкнем по ячейке *D3* и вызовем диалоговое окно функции *ОТРБИНОМРАСП* (рис. 7.17).

3. Введем:

• количество неудачных испытаний *Число_f =0* (невредим заяц только в этом случае);

• пороговое значение числа успешных испытаний *Число_s = C3* (порядковый номер выстрела, для которого рассчитывается вероятность);

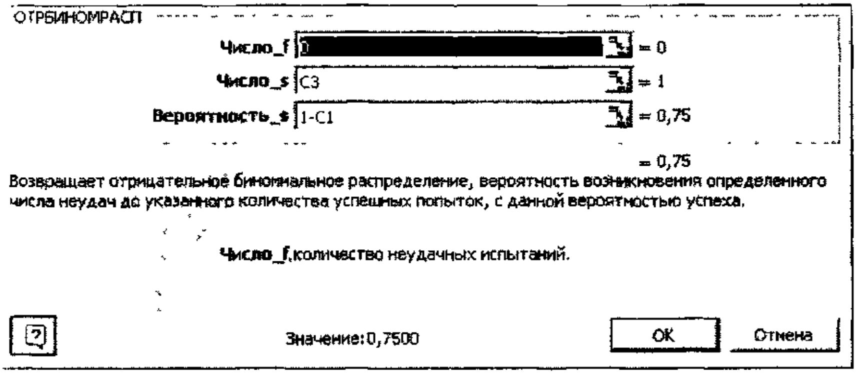


Рис. 7.17. Заполнение аргументов функции *ОТРБИНОМРАСП*

• вероятность успеха *Вероятность_s =1-C1* (это вероятность промаха охотника).

4. Скопируем формулу из ячейки *D3* в ячейки *D4:D7*.

5. Чтобы рассчитать как изменятся шансы зайца, если стрельба будет вестись вторым охотником, достаточно щелкнуть по ячейке *C1* и ввести в нее *0,3* (рис. 7.16, *б*).

Функция ***КРИТБИНОМ (Испытания;Вероятность_s;Альфа)*** позволяет рассчитать вероятное минимальное число удачных исходов в серии испытаний при заданной вероятности успеха и уровне достоверности, где:

Испытания – количество испытаний;

Вероятность_s – вероятность успеха;

Альфа – коэффициент, определяемый уровнем достоверности.

Пример. В предыдущем примере рассчитаем с достоверностью 95 %, сколько раз попадет охотник в зайца при 10, 20, 40, 100 и 200 выстрелах.

Для этого в ячейку *D4* введем формулу:

=КРИТБИНОМ(C3;C1;1-C$2)

и скопируем ее в ячейки *D5:D8*. Изменяя значения в ячейках C1 и C2 (рис. 7.18), можно проследить, как будет меняться возможное число поражений цели.

	A	B	C	D
1	Вероятность попадания		0,25	
2	Достоверность		95%	
3	Количество попаданий			
4		выстрелов	10	0
5		выстрелов	20	2
6		выстрелов	40	6
7		выстрелов	100	18
8		выстрелов	200	40

Рис. 7.18. Расчетная таблица

Экспоненциальное распределение. Функция ***ЭКСПРАСП(x;Лямбда;Интегральная)*** возвращает экспоненциальное распределение. Используется для моделирования временных интервалов между событиями, расчета вероятности того, что некоторый процесс продлится не более заданного промежутка времени.

Здесь *x* - значение функции;

Лямбда – значение параметра;

Интегральная – значение: если ввести 1, возвращается интегральная функция распределения; если ввести 0, возвращается функция плотности распределения.

β-распределения. β-распределение в Excel представлено функциями *БЕТАРАСП* и *БЕТАОБР*.

Функция ***БЕТАРАСП (X;Альфа;Бета;A;B)*** позволяет определить интегральную функцию плотности бета-вероятности, где:

X – значение в интервале между *A* и *B*, для которого вычисляется функция;

Альфа, Бета – параметры распределения;

A, B – необязательные нижняя и верхняя границы интервала изменения *X*.

Интегральная функция плотности бета-вероятности используется для изучения вариации в процентах какой-либо величины.

Функция ***БЕТАОБР (Вероятность;Альфа;Бета;A;B)*** дает возможность вычислить обратную функцию к интегральной функции плотности бета-вероятности. Интегральное бета-распределение может использоваться для определения вероятного времени завершения работы, если заданы ожидаемое время завершения и его вариативность. Здесь аргумент *Вероятность* – вероятность, связанная с β-распределением. Для вычисления значения *БЕТАОБР* используется метод итераций. Если *БЕТАОБР* не сходится после ста итераций, выводится значение ошибки #Н/Д.

γ-распределения. Для исследования переменных, имеющих асимметричное распределение, могут быть использованы функции *ГАММАРАСП, ГАММАОБР, ГАММАНЛОГ, СКОС*.

Функция ***ГАММАРАСП(x;Альфа;Бета;Интегральная)*** возвращает γ-распределение. Аргументы те же, что и у предыдущей функции. Эту функцию можно использовать для изучения переменных, которые имеют асимметричное распределение, γ-распределение обычно используется в теории очередей.

Если *Альфа* целое положительное, то *ГАММАРАСП* также называется распределением Эрланга. Если *Альфа*=1, то функция *ГАММАРАСП* возвращает экспоненциальное распределение. Если *Бета*=1, то функция *ГАММАРАСП* возвращает стандартное гамма-распределение.

Для целого положительного *n*, если *Альфа* = *n*/2, *Бета*=2 и *Интегральная* = *ИСТИНА*, функция *ГАММАРАСП* возвращает *(1 – ХИ2РАСП(x))* с *n* степенями свободы.

Функция ***ГАММАОБР(Вероятность;Альфа;Бета)*** возвращает обратное гамма-распределение. Если *p = ГАММАРАСП(x,...)*, то *ГАММАОБР(p, ..) = x*.

Вероятность – число в интервале от 0 до 1. Остальные аргументы те же.

Если *Бета* = 1, то функция *ГАММАОБР* возвращает стандартное гамма-распределение. Для вычисления функции *ГАММАОБР* используют метод итераций. Если *ГАММАОБР* не сходится после ста итераций, выводится значение ошибки #Н/Д.

Функция ***ГАММАНЛОГ(x)*** вычисляет натуральный логарифм гамма функции, G(x), где *x* – значение, для которого вычисляется *ГАММАНЛОГ*.

Функция ***СКОС(Число1; Число2; ...; Число30)*** оценивает асимметричность распределения. Асимметрия характеризует степень несимметричности распределения относительно его среднего. Положительная асимметрия указывает на отклонение распределения в сторону положительных значений. Отрицательная асимметрия указывает на отклонение распределения в сторону отрицательных значений.

Если имеется менее трех точек данных или стандартное отклонение равно нулю, функция СКОС возвращает значение ошибки #ДЕЛ/0!.

Распределение Вейбулла. Функция ***ВЕЙБУЛЛ(x,Альфа;Бета;Интегральная)*** возвращает распределение Вейбулла.

Здесь *Интегральная* – аргумент, определяющий расчет интегральной или весовой функции распределения. Остальные параметры те же, что и у функции *БЕТАРАСП*. Если *Альфа* =1, то функция *ВЕЙБУЛЛ* возвращает экспоненциальное распределение.

Распределение Вейбулла используется при анализе надежности, например, при вычислении среднего времени наработки на отказ какого-либо устройства.

Гипергеометрическое распределение. Функция ***ГИПЕРГЕОМЕТ (Пример_s; Размер_выборки; Ген_совокупность_s;Размер_ген_совокупности)*** позволяет, используя гипергеометрическое распределение, рассчитать вероятность заданного количества успехов в выборке, если заданы *Размер_ выборки*, количество успехов в генеральной совокупности и *Размер генеральной совокупности*. Остальные аргументы:

Пример_s – количество успешных испытаний в выборке.

Ген_совокупность_s – количество успешных испытаний в генеральной совокупности.

Пример Из тридцатишестилистовой колоды наугад берутся три карты. Требуется определить вероятность того, что в выборке,

	A	B	C	D	E
1	Количество карт в колоде				36
2	Количество выбранных карт				3
3	Вероятность успеха выбора				
4		Туз			0,277871148
5		Черный валет			0,157142857
6		Три дамы			0,000560224
7		Пиковая масть			0,442436975

Рис. 7 19. Пример использования функции *ГИПЕРГЕОМЕТ*

по крайней мере, есть 1 туз, 1 черный валет, три дамы, карта пиковой масти.

Для решения в ячейки *E4:E7* последовательно вводим формулы:
=ГИПЕРГЕОМЕТ(1;E2;4;E1);
=ГИПЕРГЕОМЕТ(1;E2;2;E1);
=ГИПЕРГЕОМЕТ(3;E2;4;E1);
=ГИПЕРГЕОМЕТ(1;E2;E1/4;E1).
Результаты представлены на рис. 7.19.

F-распределение. Для вычисления значений *F*-распределения могут использоваться функции FРАСП и FРАСПОБР.

Функция ***FРАСП(x;Степени_свободы1;Степени свободы2)*** вычисляется как функция от подчиняющейся *F*-распределению случайной величины, меньшей *x*, и позволяет сопоставить степени плотности двух множеств данных, где:

x – неотрицательное значение, для которого вычисляется функция;

Степени_свободы1, Степени_свободы2 – соответственно, числитель и знаменатель степеней свободы.

Функция ***FРАСПОБР (Вероятность;Степени_свободы1; Степени_свободы2)*** возвращает обратное значение для *F*-распределения вероятностей, где *Вероятность* – это вероятность, связанная с *F*-распределением.

Если *p = FРАСП(x;...)*, то *FРАСПОБР (p ;...) = x*.

FРАСПОБР использует метод итераций для вычисления значения. Если *FРАСПОБР* не сходится после ста итераций, то функция возвращает значение ошибки #Н/Д.

Рассматриваемую функцию можно использовать для определения критических значений *F*-распределения. Например, результаты дисперсионного анализа обычно включают данные для *F*-статистики, *F*-вероятности и *F*-критическое значение с уровнем значимости 0,05. Чтобы определить критическое значение *F*, нужно использовать уровень значимости как аргумент *Вероятность* для *FРАСПОБР*.

Распределение Пуассона. Функция ***ПУАССОН(x;Среднее;Интегральная)*** возвращает распределение Пуассона. Здесь:

x – количество событий;

Среднее – ожидаемое численное значение;

Интегральная – логическое значение: если ввести 1, возвращает интегральное распределение Пуассона, то есть вероятность того, что число случайных событий будет от 0 до *x* включительно; если ввести 0, возвращается функция плотности распределения Пуассона, то есть вероятность того, что событий будет в точности x.

Обычно распределение Пуассона применяется для предсказания количества событий, происходящих за определенное время.

Т-распределение Стьюдента. *Т*-распределение Стьюдента используется для проверки гипотез для небольших выборок.

Имеется функция ***СТЬЮДРАСП (x;Степени_свободы;Хвосты),*** *которая* возвращает *Т*-распределение Стьюдента. Ее можно использовать вместо таблицы критических значений для *Т*-распределения. Аргументы функции: *x* – это численное значение, для которого требуется вычислить распределение; *Хвосты* – если ввести 1, возвращается одностороннее распределение, если 2 – двустороннее.

Функция ***СТЬЮДРАСПОБР(Вероятность;Степени_свободы)*** возвращает обратное распределение Стьюдента для заданного числа степеней свободы, где *Вероятность* – это вероятность, соответствующая двустороннему распределению Стьюдента. Если *СТЬЮДРАСПОБР* не сходится после ста итераций, выводится значение ошибки #Н/Д.

Распределение *ХИ*^{2}. Для вычисления значений распределения *ХИ*^{2} могут использоваться функции *ХИ2РАСП, ХИ2ОБР, ХИ2ТЕСТ*.

Функция ***ХИ2РАСП (x;Степени_свободы)*** возвращает одностороннюю вероятность. Критерий используется для сравнения предполагаемых и наблюдаемых значений. Аргумент *x* – значение, для которого требуется вычислить распределение.

Функция ***ХИ2ОБР(Вероятность; Степени_свободы)*** возвращает значение, обратное к односторонней вероятности распределения *ХИ*^{2}. Если *вероятность = ХИ2РАСП(x;...)*, то *ХИ2ОБР(вероятность;...) = x*.

Если ХИ2ОБР не сходится после ста итераций, то функция возвращает значение ошибки #Н/Д.

Функция ***ХИ2ТЕСТ(Фактический_интервал;Ожидаемый_интервал)*** позволяет выполнить тест на независимость.

7.4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА АНАЛИЗА EXCEL

Многие из вышеописанных статистических функций дублируются в пакете анализа Excel. Работа в пакете анализа осуществляется через диалоговые окна, которые во многом схожи между собой. В частности, аргументы в этих окнах имеют следующие назначения:

Входной диапазон – массив исследуемых данных, состоящий не менее чем из двух смежных диапазонов, организованных в виде столбцов или строк.

Группирование – устанавливается в положение *По столбцам* или *По строкам* в зависимости от расположения данных во входном диапазоне.

Альфа – уровень значимости – показатель, используемый для оценки критических параметров статистики. Ее величина зависит от уровня достоверности η и определяется по формуле:

$$\alpha = 0{,}01(100 - \eta)$$

Метки в первой строке (или *Метки)* – используется, если первая строка или первый столбец входного диапазона содержит заголовки.

Выходной диапазон – ссылка на левую верхнюю ячейку выходного диапазона.

Новый лист – позволяет не только задать вывод результатов анализа на новом листе, но и присвоить имя листу.

Новая книга – помещает результаты анализа в новую книгу.

Для вызова соответствующего диалогового окна необходимо выбрать команду в меню (рис. 7.20), которое появляется на экране после указания в окне меню *Сервис* на кнопку *Анализ данных*.

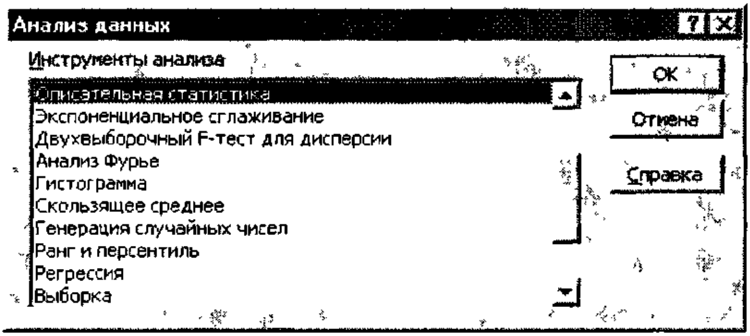


Рис. 7.20. Меню *Анализ данных*

Рассмотрим применение пакета анализа для решения отдельных статистических задач. В основу возьмем пример из пункта 7.3.2, результаты которого приведены на рис.7.4.

7.4.1. Описательная статистика

Функция пакета анализа *Описательные статистики* генерирует одномерный статистический отчет, содержащий информацию о тенденции изменения входных данных.

Для вызова диалогового окна *Описательная статистика* следует выполнить команду *Сервис/Анализ данных/Описательная статистика* (рис. 7.21).

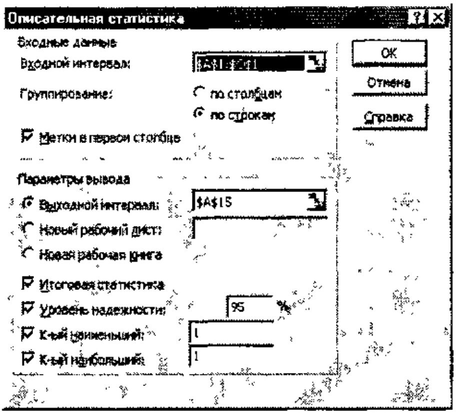


Рис. 7.21. Диалоговое окно *Описательная статистика*

	A	B
15	*Значения*	
16		
17	Среднее	5,357142857
18	Стандартная ошибка	0 520007849
19	Медиана	5
20	Мода	5
21	Стандартное отклонение	1,94569121
22	Дисперсия выборки	3,785714286
23	Эксцесс	-0,35769642
24	Асимметричность	0 214832187
25	Интервал	7
26	Минимум	2
27	Максимум	9
28	Сумма	75
29	Счет	14
30	Наибольший(1)	9
31	Наименьший(1)	2
32	Уровень надежности(95,0%)	1 123408442

Рис. 7.22. Результаты работы команды *Описательная статистика*

В этом окне:

Итоговая статистика – задает вывод статистических данных.

Уровень надежности – включает в выходной диапазон строку уровня надежюсти.

К-й наименьший – позволяет задать вывод в выходном диапазоне k-го значения в ранжированном по убыванию списке.

К-й наибольший – позволяет задать вывод в выходном диапазоне k-го значения в ранжированном по убыванию списке.

Для примера из пункта 7.3.2 и указании исходных данных, показанных на рис. 7.21, автоматически сформируется отчет в виде таблицы (рис.7.22)

7.4.2. Ранг и персентиль

Команда пакета анализа *Ранг и персентиль* используется для вывода таблицы, содержащей порядковый и процентный ранг для каждого значения в наборе данных. Данная процедура может быть применена для анализа относительного взаиморасположения данных в наборе.

Вызов диалогового окна *Ранг и персентиль* осуществляется командой *Сервис/Анализ данных/Ранг и персентиль.* Все аргументы в этом окне имеют точно такое же значение, как и в диалоговом окне *Описательная статистика.*

Применение этой команды для примера из пункта 7.3.2 показано на рис.7.23 и 7.24.

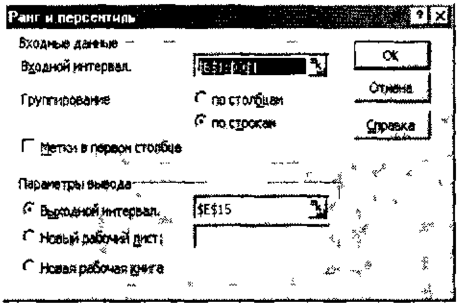


Рис 7 23 Заполнение аргументов команды *Ранг и персентиль* в диалоговом окне

	E	F	G	H
15	*Точка*	*Строка1*	*Ранг*	*Процент*
16	5	9	1	100 00%
17	9	8	2	92 30%
18	3	7	3	76 90%
19	11	7	3	76 90%
20	1	6	5	61 50%
21	8	6	5	61 50%
22	2	5	7	38 40%
23	10	5	7	38 40%
24	13	5	7	38 40%
25	4	4	10	15 30%
26	6	4	10	15 30%
27	12	4	10	15 30%
28	7	3	13	7 60%
29	14	2	14	00%

Рис 7 24 Результаты работы команды *Ранг и персентиль*

7.4.3. Выборка

Функция пакета анализа *Выборка* создает выборку из генеральной совокупности, используя случайный или периодический метод выборки.

Для вызова диалогового окна *Выборка* (рис. 7.25) требуется команда *Сервис/ Анализ данных/Выборка*

В этом окне:

Входной диапазон – ссылка на блок данных на рабочем листе, содержащем значения генеральной совокупности, из которой необходимо извлечь выборку. Выборка производится вначале из первого столбца, затем из второго столбца и так далее.

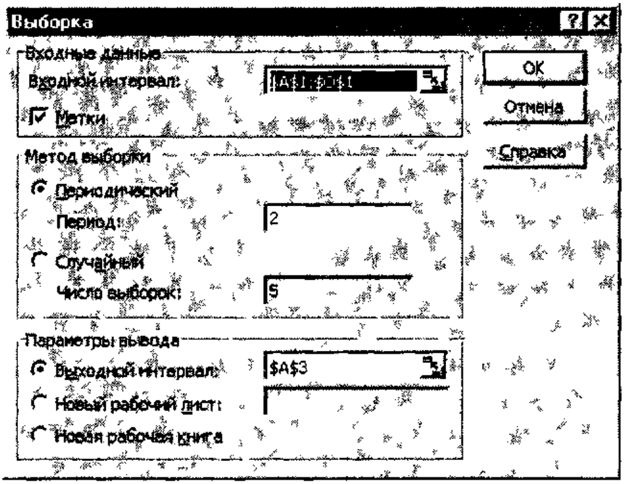


Рис 7 25 Диалоговое окно *Выборка* с заполненными ячейками для примера из пункта 7 3 2

	A
3	5
4	4
5	4
6	6
7	5
8	4
9	2

Рис 7 26 Результаты работы команды *Выборка*

Метод выборки – периодический или случайный. Если выбран периодический, введите период. Если выбран случайный, введите число отбираемых значений. При этом, если задан случайный метод, позиция каждой извлекаемой переменной во входном диапазоне выбирается случайно и любое исходное значение может быть выбрано более одного раза.

Для примера из пункта 7.3.2 при периодическом методе выборки с периодом 2 решение имеет вид (рис.7.26).

7.4.4. Гистограмма

Функция пакета анализа *Гистограмма* используется для вычисления выборочных и интегральных частот попадания данных в интервалы значений, при этом генерируются числа попаданий для заданного диапазона ячеек.

В диалоговом окне (рис. 7.27), вызываемом командой *Сервис/Анализ данных/Гистограмма,* обозначены:

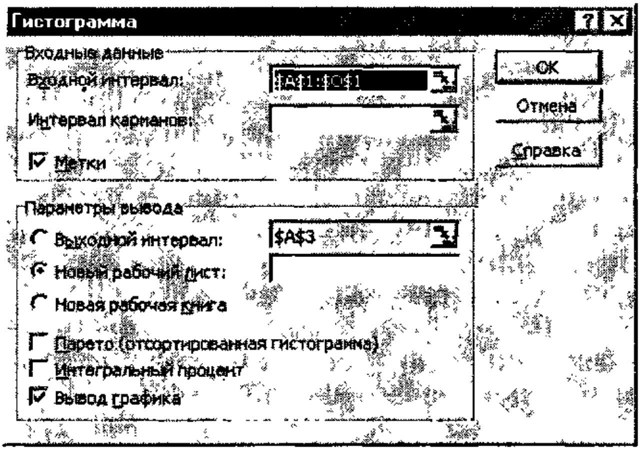


Рис. 7.27. Диалоговое окно *Гистограмма* и его заполнение для примера из пункта 7.3.2

Интервал карманов – набор введенных в возрастающем порядке граничных значений диапазонов отбора. Программа вычисляет количество значений между началом текущего и следующего по возрастанию диапазона. При этом включаются значения на нижней границе диапазона и не включаются значения на верхней границе.

Парето – задает представление данных на диаграмме в порядке убывания частоты.

13 Зак. 22

Интегральный процент – включает в гистограмму интегральные проценты.

Вывод графика – создание диаграммы на листе, содержащем выходной диапазон.

Применение команды *Гистограмма* для примера из пункта 7.3.2 показано на рис. 7.27 и 7.28.

	A	B	C	D	E	F
3	Карман	Частота	Интегральный %	Карман	Частота	Интегральный %
4	2	1	7,14%	6,666666667	5	35,71%
5	4,333333333	4	35,71%	4,333333333	4	64,29%
6	6,666666667	5	71,43%	Еще	4	92,86%
7	Еще	4	100,00%	2	1	100,00%

Рис. 7.28. Результаты работы команды *Гистограмма*

7.4.5. Генерация случайных чисел

Функция пакета анализа *Генерация случайных чисел* позволяет моделировать объекты, имеющие случайную природу, по заданным одному или нескольким распределениям вероятностей.

Команда *Сервис/Пакет анализа/Генерация случайных чисел* вызывает диалоговое окно (рис. 7.29).

В этом окне:

Число переменных – число столбцов значений, которые необходимо разместить в выходном диапазоне. Если это число не введено, заполняются все столбцы в выходном диапазоне.

Число случайных чисел – число случайных значений, которое необходимо вывести для каждой переменной. Каждое случайное значение будет помещено в строке выходного диапазона. Если число случайных чисел не вводить, будут заполнены все строки выходного диапазона.

Распределение – тип распределения:

• *Равномерное* – переменные извлекаются с одной и той же вероятностью для всех значений интервала;

• *Нормальное* – характеризуется средним значением и стандартным отклонением;

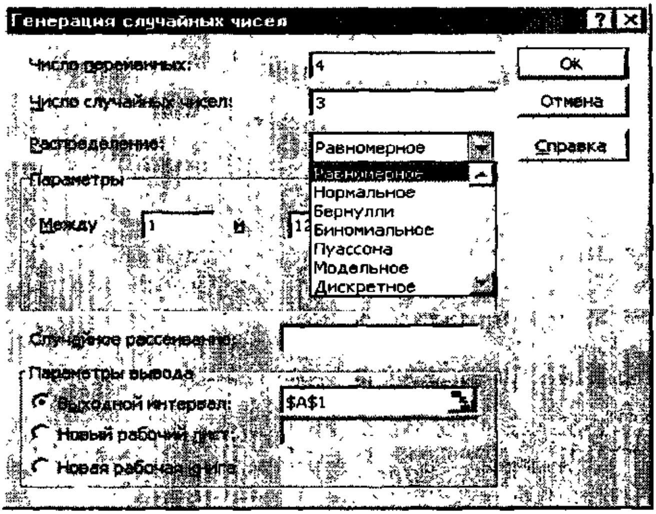


Рис. 7.29. Диалоговое окно *Генерация случайных чисел*

- *Бернулли* – характеризуется вероятностью успеха (величина *p*) в данной попытке в интервале 0...1;
- *Биномиальное* – характеризуется вероятностью успеха (величина *p*) для некоторого числа попыток;
- *Пуассона* – характеризуется значением лямбда, обратным среднему значению;
- *Модельное* – характеризуется нижней и верхней границей, шагом, числом повторений значений и числом повторений последовательности;
- *Дискретное* – диапазон должен состоять из столбца значений и столбца вероятностей, соответствующих каждой строке значений. Сумма вероятностей должна быть равна 1.

Входной диапазон значений и вероятностей – адрес диапазона.

Случайное рассеивание – произвольное значение, для которого необходимо сгенерировать случайные числа. Впоследствии можно снова использовать это значение для получения тех же самых случайных чисел.

Для исходных данных, показанных на рис. 7.29, автоматически сформируется отчет в виде таблицы (рис. 7.30).

	A	B	C	D
1	7,52	2,77	9,57	11,23
2	1,56	8,90	10,62	8,39
3	9,17	10,36	11,32	10,21

Рис. 7.30. Результаты работы команды *Генерация случайных чисел*

7.5. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Дисперсионный анализ предназначен для выявления влияния отдельных факторов на результат эксперимента. Выполняется дисперсионный анализ в пакете анализа Excel. Для этого существует несколько команд, имеющих название идентичных ниже рассмотренным методам.

Пример. Пусть в результате проведения двух экспериментов по измерению вертикального перемещения (мм) центров массы машины при наезде на препятствие получены результаты, записанные в Excel в виде таблицы, представленной на рис. 7.31.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	t, c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	1опыт	0	5	12	19	30	45	59	68	60	55	49	41	34	28	21	12	0
3	2опыт	0	7	14	22	27	38	54	61	61	56	41	32	20	14	4	0	0

Рис. 7.31. Исходная таблица

Проследим работу команд дисперсионного анализа на вышеприведенном примере.

Однофакторный дисперсионный анализ. Однофакторный дисперсионный анализ используется для проверки гипотезы о сходстве средних значений двух или более выборок, принадлежащих одной и той же генеральной совокупности. Этот метод распространяется также на тесты для двух средних (к которым относится, например, t-критерий).

Применение однофакторного дисперсионного анализа для вышеприведенного примера показано на рис. 7.32 и 7.33.

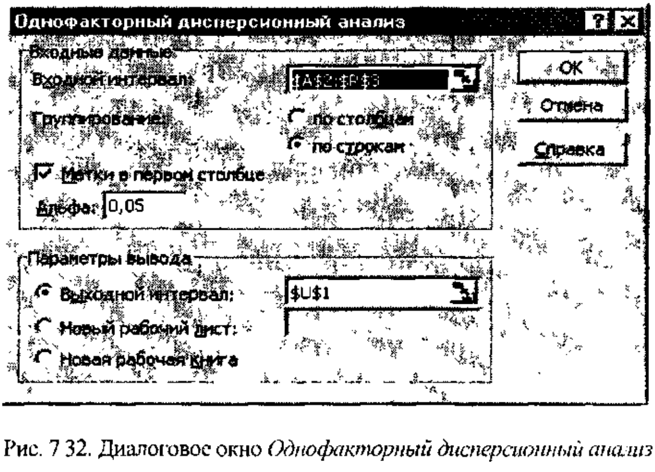


Рис. 7.32. Диалоговое окно *Однофакторный дисперсионный анализ*

	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	Однофакторный дисперсионный анализ						
2							
3	ИТОГИ						
4	*Группы*	*Счет*	*Сумма*	*Среднее*	*Дисперсия*		
5	1опыт	17	538	31,64706	485,36765		
6	2опыт	17	451	26,52941	484,26471		
7							
8							
9	Дисперсионный анализ						
10	*Источник вариации*	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-Значение*	*F критическое*
11	Между группами	222,6176	1	222,6176	0,4591796	0,50287802	4,149086408
12	Внутри групп	15514,12	32	484,8162			
13							
14	Итого	15736,74	33				

Рис. 7.33 Результаты однофакторного дисперсионного анализа

Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями и без повторения. Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями представляет вариант однофакторного анализа, включающий более одной выборки для каждой группы данных. В диалоговом окне *Двухфакторного дисперсионного анализа с повторениями* аргумент *Число строк на выборку* означает число строк, содержащихся в одной выборке. Поскольку каждая строка представляет повторение данных, то каждая выборка должна содержать одно и тоже количество строк.

Двухфакторный дисперсионный анализ без повторения представляет собой двухфакторный анализ дисперсии, не включающий более одной выборки на группу. Используется для проверки гипо-

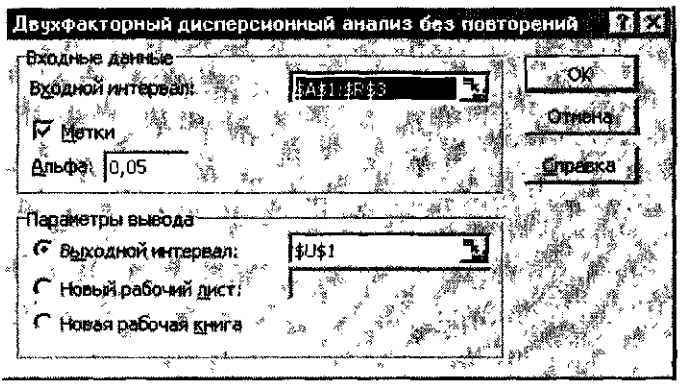


Рис 7.34 Диалоговое окно *Двухфакторный дисперсионный анализ без повторения* для рассматриваемого примера

тезы о том, что средние значения двух или нескольких выборок одинаковы (выборки принадлежат одной и той же генеральной совокупности). Этот метод распространяется также на тесты для двух средних, такие как t-критерий.

Все аргументы в этом окне такие же, как и в диалоговом окне *Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями.* Пример использования команды *Двухфакторный дисперсионный анализ без повторения* представлен на рис. 7.34.

Двухвыборочный F-тест для дисперсий. Двухвыборочный F-тест применяется для сравнения дисперсий двух генеральных совокупностей. Например, F-тест можно использовать для выявления различия в дисперсиях временных характеристик, вычисленных по двум выборкам. Диалоговое окно имеет вид, представленный на рис. 7.35.

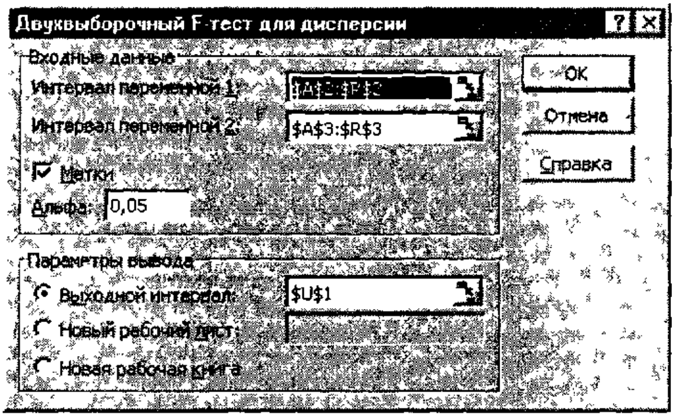


Рис. 7.35. Диалоговое окно *Двухвыборочный F-тест для дисперсии*

В этом окне: *Интервал переменной 1, Интервал переменной 2* – ссылки на строки или столбцы анализируемых данных; интервалы могут состоять не более чем из одной строки или одного столбца. Остальные параметры такие же, как и в однофакторном анализе.

Применение *Двухвыборочного F-теста для дисперсий* для рассматриваемого примера показано на рис. 7.36 и 7.37.

Двухвыборочные t-тесты Стьюдента:

а) парный двухвыборочный t-тест (рис. 7.38) для средних используется для проверки гипотезы о различии средних для двух выборок данных. В нем не предполагается равенство дисперсий генеральных совокупностей, из которых выбраны данные. Парный тест используется, когда имеется естественная парность наблюде-

	U	V	W	X	Y
1	Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений				
2					
3	*ИТОГИ*	*Счет*	*Сумма*	*Среднее*	*Дисперсия*
4	1опыт	17	538	31,64706	485,36765
5	2опыт	17	451	26,52941	484,26471
6					
7	0	2	0	0	0
8	1	2	12	6	2
9	2	2	26	13	2
10	3	2	41	20,5	4,5
11	4	2	57	28,5	4,5
12	5	2	83	41,5	24,5
13	6	2	113	56,5	12,5
14	7	2	129	64,5	24,5
15	8	2	121	60,5	0,5
16	9	2	111	55,5	0,5
17	10	2	90	45	32
18	11	2	73	36,5	40,5
19	12	2	54	27	98
20	13	2	42	21	98
21	14	2	25	12,5	144,5
22	15	2	12	6	72
23	16	2	0	0	0
26	Дисперсионный анализ							
27	*Источник вариации*	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-Значение*	*F критическое*
28	Строки	222,6176	1	222,6176	10,541783	0,00505482	4,493998063
29	Столбцы	15176,24	16	948,5147	44,915738	2,841E-10	2,333486293
30	Погрешность	337,8824	16	21,11765			
31							
32	Итого	15736,74	33				

Рис. 7.36. Результаты работы команды *Двухфакторный дисперсионный анализ без повторения*

	U	V	W
1	Двухвыборочный F-тест для дисперсии		
2			
3		*1опыт*	*2опыт*
4	Среднее	31,64705882	26,52941176
5	Дисперсия	485,3676471	484,2647059
6	Наблюдения	17	17
7	df	16	16
8	F	1,002277568	
9	P(F<=f) одностороннее	0,498212968	
10	F критическое одностороннее	2,333486293	

Рис. 7.37. Результаты двухвыборочного *F*-теста

ний в выборках, например, когда генеральная совокупность тестируется дважды. Одним из результатов теста является совокупная дисперсия.

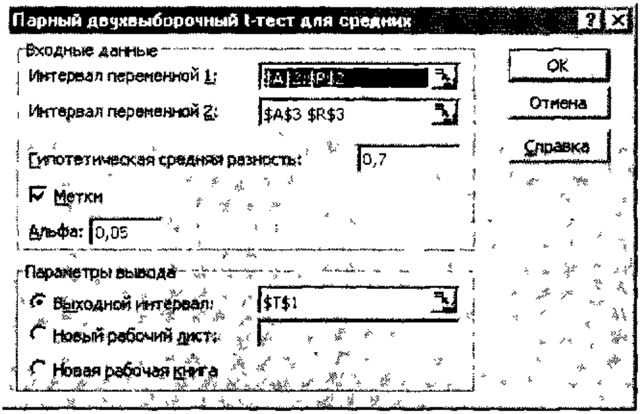


Рис 7 38. Диалоговое окно *Парного двухвыборочного t-теста для средних* с заполненными аргументами для рассматриваемого примера

В этом окне: *Гипотетическая средняя разность* – это предполагаемая разность средних значений двух выборок. Гипотетическая средняя разность равна 0, когда средние значения одинаковы.

Остальные параметры такие же, как и в двухвыборочном F-тесте для дисперсий;

б) двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями служит для проверки гипотезы о равенстве средних для двух выборок. Эта форма t-теста предполагает совпадение дисперсий генеральных совокупностей и обычно называется гомоскедастическим t-тестом;

	T	U	V
1	Парный двухвыборочный t-тест для средних		
2			
3		*1 опыт*	*2 опыт*
4	Среднее	31,64705882	26,52941176
5	Дисперсия	485,3676471	484,2647059
6	Наблюдения	17	17
7	Корреляция Пирсона	0,956442569	
8	Гипотетическая разность средних	0,7	
9	df	16	
10	t-статистика	2,802707108	
11	P(T<=t) одностороннее	0,006384925	
12	t критическое одностороннее	1,745884219	
13	P(T<=t) двухстороннее	0,01276985	
14	t критическое двухстороннее	2,119904821	

Рис 7 39 Результаты парного двухвыборочного t-теста Стьюдента для рассматриваемого примера в) двухвыборочный t-тест с разными дисперсиями используется для проверки гипотезы о равенстве средних для двух выборок данных из разных генеральных совокупностей. Эта форма t-теста предполагает несовпадение дисперсий генеральных совокупностей и обычно называется гетероскедастическим t-тестом. Если тестируется одна и та же генеральная совокупность, используйте парный тест.

Диалоговые окна *Двухвыборочного t-теста с одинаковыми дисперсиями и с разными дисперсиями* отличаются от диалогового окна *Парный двухвыборочный t-тест для средних* только названием, хотя решают разные задачи.

На рис. 7.39 представлены результаты применения парного двухвыборочного t-теста Стьюдента для рассматриваемого примера.

Двухвыборочный z-тест для средних. Двухвыборочный z-тест для средних (рис. 7.40, 7.41) с известными дисперсиями используется для проверки гипотезы о *различии* между средними двух генеральных совокупностей. Этот тест может быть использован для определения различия между характеристиками двух механизмов или различия между успеваемостью двух подгрупп.

В этом окне необходимо указать известную дисперсию для обеих переменных. Остальные параметры те же, что и в окнах t-тестов.

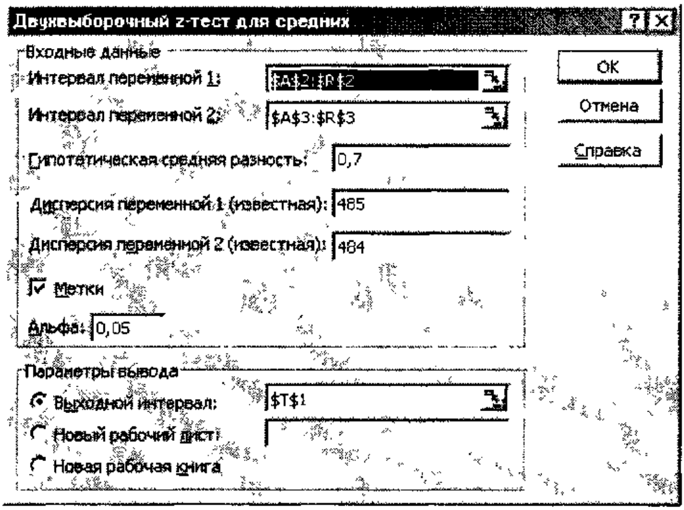


Рис. 7.40. Диалоговое окно *Двухвыборочный z-тест для средних* с аргументами для рассматриваемого примера

1	Двухвыборочный z-тест для средних		
2			
3		*1 опыт*	*2 опыт*
4	Среднее	31,64705882	26,52941176
5	Известная дисперсия	485	484
6	Наблюдения	17	17
7	Гипотетическая разность средних	0,7	
8	z	0,585131647	
9	P(Z<=z) одностороннее	0,279229553	
10	z критическое одностороннее	1,644853	
11	P(Z<=z) двухстороннее	0,558459106	
12	z критическое двухстороннее	1,959961082	

Рис. 7.41. Результаты двухвыборочного *z*-теста для примера из пункта 7.5

7.6. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И КОВАРИАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Корреляционный анализ так же, как и рассматриваемый ниже ковариационный анализ, дает возможность установить характер и степень ассоциации диапазонов данных. Если большие значения одного диапазона связаны с большими значениями другого набора, корреляция положительна. Если большие значения связаны с малыми, корреляция отрицательна. Если корреляция близка к нулю, данные диапазонов никак не связаны.

Ковариация – это среднее значение произведения отклонений данных от средних значений диапазона:

$$\operatorname{cov}(X,Y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_x)\cdot(Y_i-\mu_y),$$

а корреляция представляет собой ковариацию диапазонов, деленную на произведение их стандартных отклонений:

$$\rho=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sigma_x\cdot\sigma_y},$$

где $\sigma_x^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_x)^2$; $\sigma_y^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\mu_y)^2$.

В Excel существует функция корреляции *КОРРЕЛ* и связанные с ней функции *ПИРСОН, КВПИРСОН, ФИШЕР, ФИШЕРОБР.*

Функция ***КОРРЕЛ(Массив1;Массив2)*** позволяет рассчитать коэффициент корреляции между двумя массивами данных. Например, используя базу данных библиотеки можно определить зависимость экзаменационной оценки от количества прочитанных книг по информатике. Здесь *Массив* – диапазон чисел, с ссылками на них или имя. Аргументы, которые содержат тексты, логические значения или пустые ячейки, игнорируются.

Функция ***ПИРСОН(Массив1;Массив2)*** позволяет найти коэффициент Пирсона, который представляет собой безразмерный индекс в интервале $-1{,}0 \le r \le 1{,}0$ и отражает степень линейной зависимости между двумя множествами данных.

Функция ***КВПИРСОН(Известные_значения_у;Известные_значения_х)*** возвращает квадрат коэффициента корреляции Пирсона. Значение R^2 можно интерпретировать как отношение дисперсии для y к дисперсии для x.

Функция ***ФИШЕР (х)*** выполняет преобразование Фишера для аргумента x в соответствии с уравнением:

$$z' = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right).$$

Аргумент x – преобразуемое числовое значение $-1{,}0 < x < 1{,}0$.

Это преобразование строит функцию, которая имеет приблизительно нормальное, а не асимметричное распределение. Функция используется для тестирования гипотез с помощью коэффициента корреляции.

Функция ***ФИШЕРОБР(у)*** выполняет преобразование Фишера. Здесь y – значение, для которого производится обратное преобразование. Это преобразование используется при анализе корреляции между массивами. Если y = *ФИШЕР(х)*, то *ФИШЕРОБР(у)=х*.

Для расчета коэффициента корреляции или ковариации можно воспользоваться пакетом анализа, набрав соответственно команды *Сервис/Анализ данных/ Корреляция* или *Сервис/Анализ данных/ Ковариация.*

Программа выведет одноименное диалоговое окно. По структуре диалоговые окна одинаковы, кроме названия (рис. 7.42, 7.43).

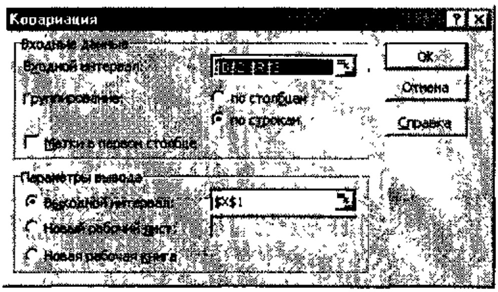


Рис. 7.42. Диалоговое окно *Ковариация* с заполненными аргументами для примера из пункта 7.5

	X	Y	Z
1		*Строка 1*	*Строка 2*
2	Строка 1	456,8166	
3	Строка 2	436,4221	455,7785

Рис. 7.43. Результаты работы команды *Ковариация* для примера из пункта 7.5

Ковариационный анализ дает возможность установить ассоциацию диапазонов. Если большие значения одного диапазона связаны с большими значениями другого набора, ковариация положительная. Если большие значения связаны с малыми, ковариация отрицательная. Если ковариация близка к нулю, данные диапазонов никак не связаны.

Поскольку ковариация двух наборов данных не зависит от последовательности их обработки, то выходная область занимает только половину предназначенного для нее места. Диагональные ячейки выходной области содержат значения дисперсий входных диапазонов.

7.7. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Провести регрессионный анализ можно с использованием языков программирования, готовых функций, встроенного пакета анализа или просто перемещая элементы интерфейса. Именно последний способ является наиболее характерным примером интерактивного режима. Пользователь только делает вид, что прогнозирует самостоятельно – на самом деле все выполняет программа.

В интерактивном режиме можно:

выполнить линейную или экспоненциальную экстраполяцию;

спрогнозировать значение методом подбора параметра.

7.7.1. Экстраполяция

К простейшим инструментам прогнозирования можно отнести инструменты, при использовании которых Excel:

анализирует содержимое выделенных ячеек;

определяет тенденцию и закономерность их изменения;

прогнозирует последующие значения.

Такими инструментами в Excel являются:

автозаполнение;

заполнение в соответствии с заданной последовательностью;

создание арифметических и геометрических прогрессий.

Автозаполнение выполняется в соответствии со списками, которые можно просмотреть на вкладке *Сервис/Параметры/Список*. Если ни один из списков не устраивает, можно создать собственный.

Заполнение в соответствии с заданной последовательностью может быть выполнено с помощью команды *Правка/Заполнить/Прогрессия* или контекстного меню (рис. 7.44).

Контекстное меню – это меню, содержащее набор наиболее употребительных команд для работы с выделенным в данный момент объектом. Обычно оно вызывается щелчком на выделенном объекте правой кнопкой мыши Однако при работе с рядами данных процедура вызова контекстного меню несколько иная. Чтобы вывести его на экран, нужно перетащить маркер заполнения, удерживая нажатой правую кнопку мыши.

В зависимости от типа выделенных данных в контекстном меню появляются различные команды:

команды первой группы доступны практически всегда;

вторая группа команд доступна, если вы выделили одну или несколько ячеек с данными типа дата и несколько пустых ячеек ниже или правее их;

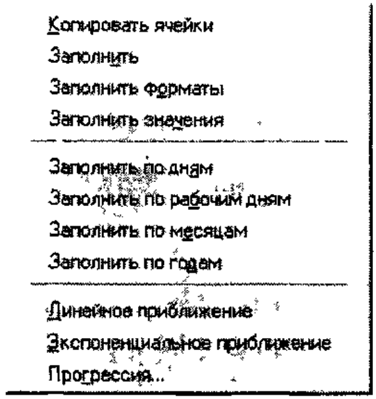


Рис. 7 44 Контекстное меню, выводимое при работе с рядами данных

если выделенные данные имеют численный тип, то становятся доступными команды приближения;

команда *Прогрессия* доступна всегда

Команда *Заполнить* позволяет продолжить последовательность. Алгоритм заполнения определяется автоматически.

Даже если введено всего лишь одно значение, все равно по команде *Заполнить* будет предпринята попытка спрогнозировать тенденцию его роста и выведена последовательность численных или смешанных значений.

Вторая группа команд позволяет продолжить последовательность значений типа дата в соответствии с выбираемым алгоритмом (по дням, рабочим дням, месяцам, годам).

По команде *Прогрессия* на экран выводится одноименное окно, которое позволяет решать немало интересных задач.

В заключение несколько слов об упомянутой нами ранее команде *Правка/Заполнить*. Она открывает доступ к подменю (рис. 7.45), в котором только *Прогрессия* имеет отношение к прогнозу.

Команды *Вниз, Вправо, Вверх* и *Влево* позволяют просто скопировать текст из расположенных рядом ячеек, а команда *По листам* – скопировать формулы или содержимое ячеек во все остальные листы, ярлыки которых выделены в данный момент.

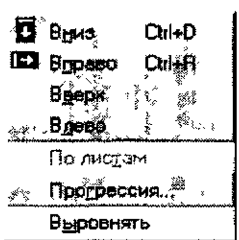


Рис 7 45 Подменю *Заполнение*

Пример. Имеются данные о курсе рубля к доллару с января по октябрь. Требуется: а) спрогнозировать курс рубля в ноябре и декабре; б) определить в каком месяце курс перешагнет 32,5-рублевый рубеж.

Решение можно проводить в следующей последовательности:

1. В ячейку *A2* (рис. 7.46) введем слово "январь" и с помощью мыши перетащим маркер заполнения (расположен справа в нижнем углу ячейки) на несколько ячеек вниз. Программа автоматически введет имена остальных месяцев. Такой прием называется автозаполнением.

2. Заполним ячейки *B2:B11* по имеющимся данным и скопируем их в ячейки *D2:D11*.

3. Для прогнозирования курса рубля:

выделим известные данные по столбцу *B* и перетащим при нажатой правой кнопки мыши маркер заполнения на два месяца ниже. В появившемся контекстном меню (рис. 7.44) выберем *Линейное приближение*;

проведем действия, аналогичные предыдущему, по столбцу *D* и в контекстном меню выберем *Экспоненциальное приближение*;

в результате напротив месяцев *ноябрь* и *декабрь* появятся значения предполагаемого курса рубля в указанные месяцы, соответственно рассчитанные по линейному и экспоненциальному приближениям;

4. Для определения, в каком месяце доллар станет стоить более 32,5 рубля, необходимо:

выделить три нижние ячейки с курсом валюты и несколько последующих ячеек;

выполнить команду *Правка/Заполнить/Прогрессия*;

в диалоговом окне *Прогрессия* (рис. 7.47) ввести *Предельное значение*, равное 32,5;

	A	B	C	D
1	Линейное приближение		Экспоненциальное приближение	
2	Январь	30,26	Январь	30,26
3	Февраль	30,34	Февраль	30,34
4	Март	30,65	Март	30,65
5	Апрель	30,82	Апрель	30,82
6	Май	30,94	Май	30,94
7	Июнь	31,18	Июнь	31,18
8	Июль	31,21	Июль	31,21
9	Август	31,34	Август	31,34
10	Сентябрь	31,41	Сентябрь	31,41
11	Октябрь	31,51	Октябрь	31,51
12	Ноябрь	31,70	Ноябрь	31,71
13	Декабрь	31,90	Декабрь	31,91
14	Январь	32,09	Январь	32,11
15	Февраль	32,28	Февраль	32,31
16	Март	32,47		

Рис. 7.46. Рабочая таблица к примеру

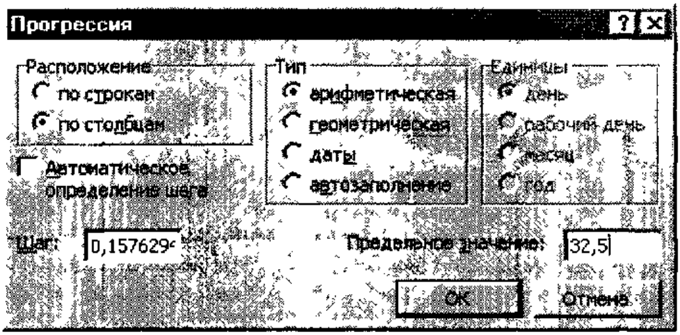


Рис. 7.47. Диалоговое окно *Прогрессия*

шаг в диалоговом окне устанавливать не надо, он устанавливается автоматически;

после нажатия на кнопку *ОК* появятся значения курса рубля на последующие месяцы до значения 32,5. В результате на экране таблица курса валюты примет вид, представленный на рис. 7.46.

Из просмотра результатов, рассчитанных по линейному и экспоненциальному приближениям, видно их значительное расхождение. Окончательный прогноз можно установить после применения линии тренда, построение которой рассмотрено ниже в пункте 7.7.3.

7.7.2. Подбор параметров при помощи диаграммы

Изменение параметров с помощью диаграммы дает возможность быстро решать несложные производственные, экономические и финансовые задачи по прогнозированию. Для сложных многовариантных задач лучше воспользоваться командами *Поиск решения*.

Диаграмма позволяет изменить данные в ячейках, на основе которых она построена. Если ячейка содержит численное значение (константу, время, дату), то изменяется это значение. Если в таблицу введена формула, то появится диалоговое окно *Подбор параметра*, в котором вы можете указать ячейку, значение которой следует изменить.

Пример. Банк принимает депозитные вклады под 8 % годовых или под 6,5 % с ежемесячным начислением процентов. Определить, какой должна быть ставка по второму вкладу, чтобы дивиденды были бы одинаковы.

1. Возьмем первоначальный вклад 10000 рублей.

2. Составим рабочую таблицу и построим диаграмму для обеих процентных ставок: *Вставка/Диаграмма/Линейчатая* (рис.7.48).

	A	B	C
1	Процентная ставка	8,00%	6,50%
2	Количество начислений за год	1	12
3	Сумма вклада	10000	10000
4	Сумма в конце года	10800	10669,72

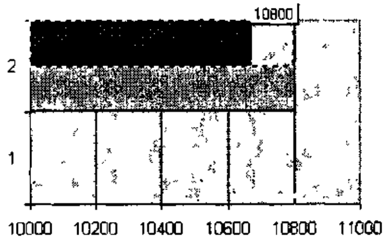


Рис.7.48. Рабочая таблица и диаграмма начислений к рассматриваемому примеру

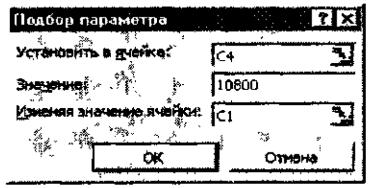


Рис. 7.49. Диалоговое окно *Подбор параметра* для вышеприведенного примера

3. Для определения, какова должна быть ставка при ежемесячном начислении, чтобы дивиденды были бы одинаковы, необходимо:

выделить на диаграмме ряд с меньшим размером, щелкнув по нему мышью;

еще раз щелкнуть на выделенном столбце, появятся маркеры изменения размеров;

установить указатель мыши на маркер размера правой границы столбика, и когда указатель примет вид двунаправленной стрелки переместить границу, выравнивая длины столбиков;

при отпускании указателя мыши на экране появится диалоговое окно *Подбор параметра* (рис. 7.49);

после установки аргументов в окне и указании на кнопку *ОК*, в ячейке *C1* установится искомая процентная ставка, равная 7,72 %.

7.7.3. Линия тренда

Линии тренда используются в задачах прогнозирования, решаемых с использованием методов регрессионного анализа. С их помощью можно:

оценить степень связи между переменными на основании известных значений;

выбрать механизм вычисления значений неизвестной переменной;

продолжить линию в любом направлении, экстраполировать за пределы известных значений и показать тенденцию их изменения;

построить линию скользящего среднего, которая сглаживает случайные флуктуации, более наглядно демонстрирует модель и прослеживает тенденцию изменения данных.

Пример. Имеется ряд чисел 2, 3, 6, 14, 19. Спрогнозировать следующее число, используя линию тренда.

1. Строим диаграмму: *Вставка /Диаграмма/График* (рис. 7.50).

2. Щелкнув по линии ряда данных правой кнопкой мыши, в появившемся контекстном меню необходимо выбрать команду *Добавить линию тренда.*

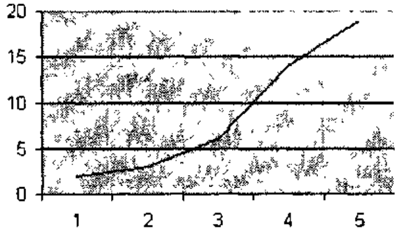


Рис. 7.50. График по исходным данным примера

3. В диалоговом окне *Линия тренда* необходимо перейти на вкладку *Параметры* (рис. 7.51) и установить галочками вывод на экран регрессионного уравнения и величины достоверности аппроксимации R^2.

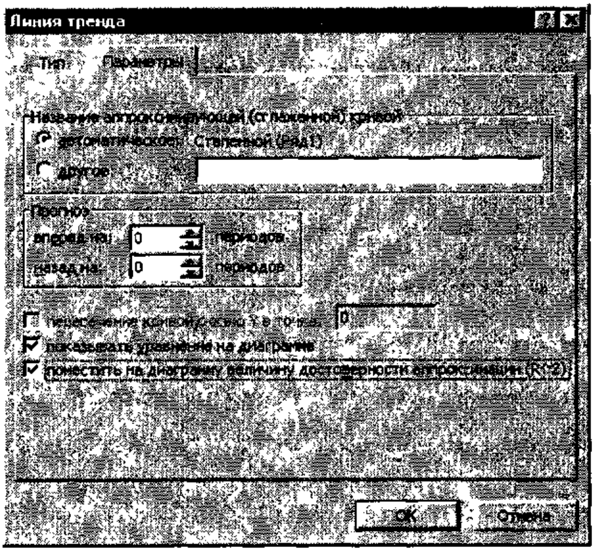


Рис. 7.51. Диалоговое окно *Линия тренда* при включенной вкладке *Параметры*

4. Далее осуществляем переход на вкладку *Тип* окна *Линия тренда* и выбираем один из возможных типов регрессионной линии (рис. 7.52).

5. После щелчка по кнопке *ОК* на экран будет выведен график исходный, аппроксимирующий, уравнение аппроксимации и величина достоверности аппроксимации R^2 (рис. 7.53).

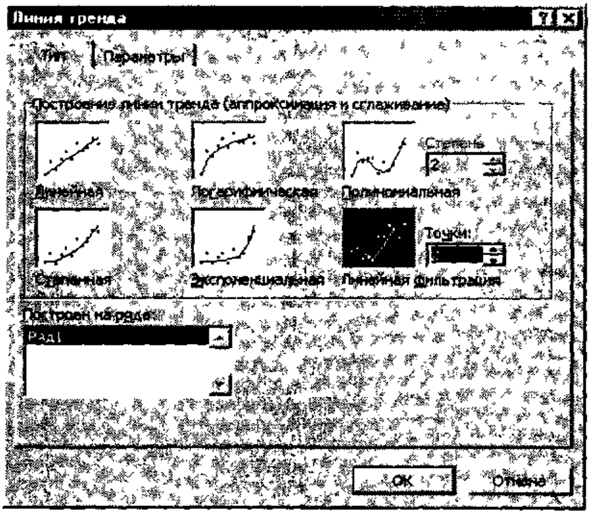


Рис 7 52 Вкладка *Тип* диалогового окна *Линия тренда*

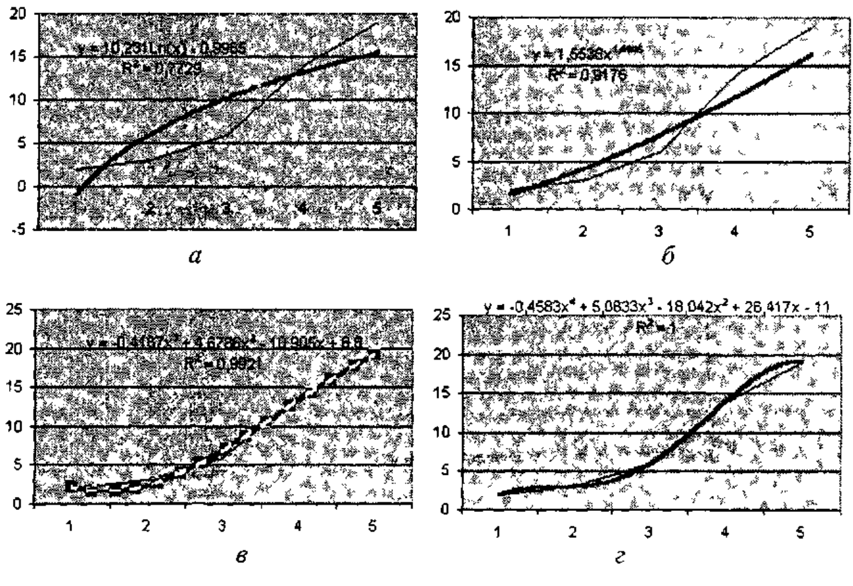


Рис. 7 53 Результаты применения разных типов регрессионных линий для рассматриваемого примера

6. Меняя разные типы регрессионных линий, добиваются, чтобы величина достоверности аппроксимации была бы равна или близка к 1

7. Для прогноза необходимо на вкладке *Параметры* (рис. 7.51) установить период (шаг) вперед или назад от заданного интервала. После нажатия на *ОК* на экран будет выведен график с расширенным интервалом и регрессионное уравнение. Однако здесь необходимо учитывать физику явления, так как поведение на ранее незаданном участке может быть различным. Например, на рис. 7.54 показаны графики при аппроксимировании исходной кривой полиномами третьей и четвертой степени. Значение функции в точке $x = 6$ соответственно равны (после подстановки в указанные уравнения значения) 21,7924 и 2,026. Какой прогноз верен? Это зависит от физики явления и решает этот вопрос сам исследователь.

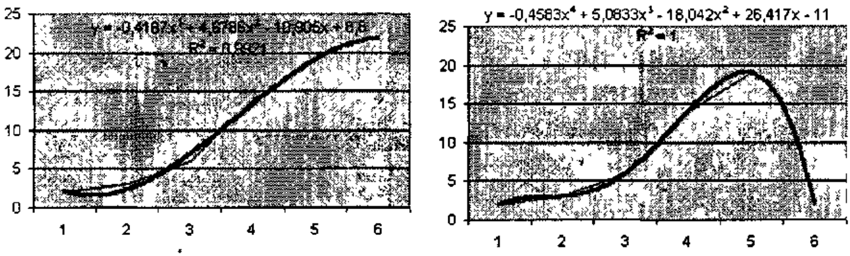


Рис.7.54. Результаты применения разных типов регрессионных линий при прогнозировании на один шаг вперед

Заметим, что программа выполняет расчет линий тренда путем аппроксимации данных по методу наименьших квадратов в соответствии с уравнениями, приведенными в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Тип регрессионной линии	Уравнение	Аргументы
Линейная	$y = ax + b$	a – угол наклона b – координата пересечения оси абсцисс
Логарифмическая	$y = c \ln x + b$	ln – натуральный логарифм b и c – константы
Степенная	$y = c x^b$	b и c – константы
Экспоненциальная	$y = ce^{bx}$	e – основание натурального логарифма b и c – константы
Полиномиальная	$Y = b + c_1x + c_2x^2 + {} + \ldots + c_nX^n$	b, c_1 ... c_n – константы

7.7.4. Скользящее среднее

Регрессионный анализ с использованием скользящего среднего позволяет сглаживать резкие колебания значений, более наглядно прослеживать закономерности изменения данных. Линия скользящего среднего соединяет последовательность средних значений, вычисленных по подмножеству, заданному на вкладке *Тип* диалогового окна *Формат линии тренда.* Расчет значений в прогнозируемом периоде ведется на основе среднего значения переменной для указанного числа предшествующих периодов.

Допустим, на вкладке *Тип* вы задали количество периодов, равное 3. Программа вычислит среднее значение первого, второго и третьего значений и назначит его первой прогнозируемой точке. Затем будет вычислено среднее значение второго, третьего и четвертого значений и присвоено второй прогнозируемой точке и т. д. Построенная по этим точкам линия скользящего среднего будет отражать тенденцию изменения данных. Число точек, образующих линию скользящего среднего, равно числу точек в исходном ряде минус значение периода. Чем большее число периодов вы зададите в поле *Период,* тем сильнее сглаживающий эффект. Подробнее см. п. 3.3.1.

Скользящее среднее наиболее удобно для прогнозирования значений внутри числового ряда с большим разбросом значений.

7.7.5. Функции регрессии

Функции регрессии предназначены для вычисления параметров линий, наилучшим образом аппроксимирующих функциональные зависимости. Регрессия – способ формирования уравнения, описывающего набор данных.

Функция ***ЛИНЕЙН (Изв_знач_у; Изв_знач_х; Константа; Стат)*** позволяет рассчитать с помощью метода наименьших квадратов значения, описывающие линейную функцию одной или нескольких переменных $y = ax + b$ или $y = a_1x_1 + a_2x_2 + ... + b$, а также получить дополнительную регрессионную статистику.

Рассчитанные статистические характеристики возвращаются в виде массива, компонентами которого являются:

коэффициенты при известных переменных $a_1, a_2, ..., a_n$;

константа b.

Значения коэффициентов при известных переменных в возвращаемом массиве выводятся в обратном порядке: первым a_n, последним – a_1. Эти коэффициенты могут также называться наклоном, а константа – *у-пересечением; у, х* и *а* могут быть представлены в виде векторов.

Аргументы функции *ЛИНЕЙН*:

Изв_знач_у – множество известных значений *у*;

Изв_знач_х – одно или несколько множеств переменных *х*. Если это массив {1;2;3;...}, имеющий такой же размер, как и *Изв_знач_у*, аргумент можно не указывать. При одной переменной *х* массивы могут иметь любую форму, но одинаковую размерность. При нескольких переменных *х* *Изв_знач_у* должно быть вектором, то есть интервалом высотой в одну строку или шириной в один столбец;

Константа – если указана 1 (по умолчанию), то константа *b* рассчитывается, если 0 – принимается равной нулю;

Стат – если указана 1, то выводится дополнительная статистика по регрессии (стандартные значения ошибок, коэффициент детерминированности, *F*-статистика, степени свободы, регрессионная сумма квадратов, остаточная сумма квадратов). Поскольку возвращается массив значений, функция должна задаваться в виде формулы массива.

Необходимо тщательно оценивать результаты, полученные с помощью функции аппроксимации и решать, соответствуют ли они вашим данным. Сравнение с помощью диаграмм более наглядно.

Функции ***НАКЛОН*** и ***ОТРЕЗОК*** можно рассматривать, как часть функции *ЛИНЕЙН*. Функция *НАКЛОН* позволяет рассчитать коэффициент *а* в уравнении $y = ax + b$, а функция *ОТРЕЗОК* – константу *b*.

В отличие от функции *ЛИНЕЙН*, функции *НАКЛОН* и *ОТРЕЗОК* позволяют обрабатывать массивы, содержащие не только численные, но и текстовые и логические значения. Пустые ячейки игнорируются.

Функции ***ТЕНДЕЦИЯ(Изв_знач_у;Изв_знач_х;Нов_знач_х;Константа)*** и ***ПРЕДСКАЗ (х; Изв_знач_у;Изв_знач_х)*** аппроксимируют массивы известных значений независимой и зависимой переменных и рассчитывают новые значения *у* для заданного массива новых значений *х*. Аргументы *Нов_знач_х* и *х* – массивы новых значений независимой переменной. Остальные аргументы те же, что и у функции *ЛИНЕЙН*.

Основное различие между функциями состоит в том, что *ТЕНДЕНЦИЯ* выполняет аппроксимацию в соответствии с формулой $y = ax + b$, а *ПРЕДСКАЗ* – в соответствии с формулой $y = ax$.

Значения переменной *у*, предсказанные с помощью уравнения регрессии, не всегда достоверны, особенно, если предсказанное значение находится за пределами диапазона исходных данных. В определенной мере оценить достоверность рассчитанных значений прямолинейного тренда позволяет функция *СТОШУХ*. Кроме того, вы можете воспользоваться дополнительной статистикой функций *ЛИНЕЙН* и *ЛГРФПРИБЛ*.

Функция ***СТОШYX(Изв_знач_у:Изв_знач_х)*** возвращает стандартную ошибку предсказанных значений *у* для каждого значения *х* в регрессии. Стандартная ошибка – это мера ошибки предсказанного значения *у* для отдельного значения *х*. Функция, обрабатывает числовые массивы. Тексты, логические значения и пустые ячейки игнорируются.

Функция ***ЛГРФПРИБЛ(Изв_знач_у;Изв_знач_х;Константа:Стат)*** позволяет с помощью метода наименьших квадратов аппроксимировать имеющиеся данные и получить массив значений, описывающий экспоненциальную кривую, которая является функцией одной или нескольких переменных:

$$y=ba^x \text{ или } y=b\,(a_1^{x1})\ (a_2^{x2})\ \ldots\ (a_n^{xn}),$$

а также получить дополнительную регрессионную статистику.

Здесь: *Изв_знач_у* – множество известных значений *у;*

Изв_знач_х – одно или несколько множеств переменных *х*. Если это массив {1;2;3;...}, имеющий такой же размер, как и *Изв_знач_у,* аргумент можно не указывать. При одной переменной *х,* массивы могут иметь любую форму, но одинаковую размерность. При нескольких переменных *х Изв_знач_у* должно быть вектором, то есть интервалом высотой в одну строку или шириной в один столбец;

Константа – если указана 1 (по умолчанию), то константа *b* рассчитывается, если 0 – принимается равной нулю.

Стат – если указана 1, то выводится дополнительная статистика по регрессии (стандартные значения ошибок, коэффициент детерминированности, *F*-статистика, степени свободы, регрессионная сумма квадратов, остаточная сумма квадратов).

Поскольку возвращается массив значений, функция должна задаваться в виде формулы массива. Значения оснований в возвращаемом массиве выводятся в обратном порядке ($a_n;a_{n-1};\ \ldots;a_1;b$). Аргументы *у, х* и *а* могут быть представлены в виде векторов.

Функция ***РОСТ(Изв_знач_у;Изв_знач_х;Нов_знач_х;Константа)*** позволяет аппроксимировать функциональную зависимость, рассчитать параметры экспоненциальной кривой и спрогнозировать значение зависимой переменной. *Нов_знач_х* – массив новых значений независимой переменной.

Остальные аргументы те же, что и у функции *ЛГРФПРИБЛ*. Массив *Нов_знач_х* должен иметь столько же строк или столбцов, сколько и *Изв_знач_х*. Если аргументы *Изв_знач__х;Нов_знач_х* опущены, то предполагается массив {1;2;3;...} того же размера, что и *Изв_знач_у*.

7.7.6. Прогнозирование с помощью инструментов пакета анализа

Пакет анализа содержит следующие инструменты для регрессионного анализа и прогнозирования данных:

скользящее среднее;

регрессия;

экспоненциальное сглаживание.

Инструмент ***Скользящее среднее*** позволяет сглаживать резкие колебания значений, более наглядно прослеживать закономерность изменения данных. Для вызова диалогового окна скользящего среднего необходимо выполнить команду *Сервис/Анализ данных/Скользящее среднее* (рис. 7.55, 7.56).

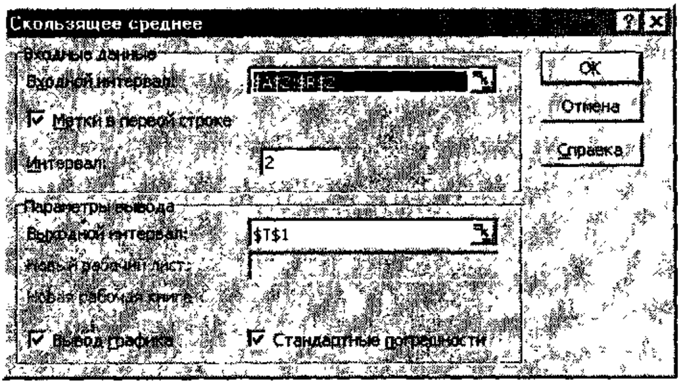


Рис. 7.55. Диалоговое окно *Скользящее среднее*

В этом окне:

Входной диапазон – диапазон исследуемых данных, который должен состоять из одного столбца или одной строки и содержать не менее четырех ячеек с данными.

Метки в первой строке – используется в том случае, если первая строка диапазона исследуемых данных содержит заголовки.

Рис. 7.56. Графики скользящего среднего при интервале, равном 2, для примера из пункта 7.5

Интервал – количество значений, участвующих в расчете скользящего среднего. Чем больше значение интервала, тем сильнее сглаживающий эффект. Наиболее отчетливо изменения данных прослеживаются при интервале, равном 2.

Выходной диапазон – ссылка на левую верхнюю ячейку выходного диапазона, находящегося на одном листе с входным диапазоном. Если данных для прогноза недостаточно, то выводится значение ошибки #Н/Д.

Вывод графика – автоматическое создание диаграммы на этом же листе.

Стандартные погрешности – позволяет включать в выходной диапазон столбец со стандартными погрешностями.

Экспоненциальное сглаживание предназначается для предсказания значения на основе прогноза для предыдущего периода скорректированного с учетом погрешностей в этом прогнозе. При расчете используется константа сглаживания *(K_c)*, по величине которой определяется, насколько сильно влияют на текущие прогнозы погрешности, полученные в предыдущем прогнозе:

$$F_{n+1} = F_n + a\,(A_n - F_n) = F_n + (1 - K_c)\,(A_n - F_n).$$

Для константы сглаживания наиболее подходящими являются значения от 0,2 до 0,3. Это означает, что ошибка текущего прогноза устанавливается на уровне от 20 до 30 процентов ошибки предыдущего прогноза. При более высоких значениях K_c ускоряется отклик, но это может привести к непредсказуемым выбросам. При низких значениях константы могут возникнуть сдвиги аргумента для предсказанных значений.

Для вызова диалогового окна экспоненциального сглаживания (рис. 7.57, 7.58) необходимо выполнить команду *Сервис/Анализ данных/Экспоненциальное сглаживание.*

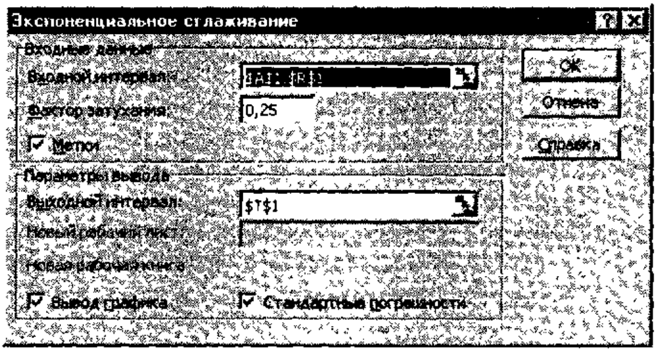


Рис. 7.57. Диалоговое окно *Экспоненциальное сглаживание* с заполненными аргументами для примера из пункта 7.5

В этом окне:

Входной диапазон – диапазон исследуемых данных, который должен состоять из одного столбца или одной строки и содержать не менее четырех ячеек с данными.

Рис. 7.58. Результаты применения экспоненциального сглаживания для примера из пункта 7.5

Фактор затухания – фактором затухания называется корректировочный фактор, минимизирующий нестабильность данных генеральной совокупности. Значение фактора по умолчанию равно 0,3. Фактор затухания используется в качестве константы экспоненциального сглаживания.

Метки – используется в том случае, если первая строка или первый столбец диапазона исследуемых данных содержит заголовки.

Выходной диапазон – ссылка на левую верхнюю ячейку выходного диапазона, находящегося на одном листе с входным диапазоном. Если данных для прогноза недостаточно, то выводится значение ошибки #Н/Д.

Вывод графика – автоматическое создание диаграммы на этом же листе.

Стандартные погрешности – позволяет включать в выходной диапазон столбец со стандартными погрешностями.

Инструмент анализа ***Регрессия*** используется для расчета параметров линейной функции, выполнения дисперсионного и регрессионного анализа, вывода диаграмм и статистических данных. Вызов диалогового окна *Регрессия* производится командой *Сервис/Анализ данных/Регрессия* (рис. 7.59).

В этом окне:

Входной интервал y – диапазон зависимых данных, который должен состоять из одного столбца или одной строки.

Входной интервал x – массив независимых данных, состоящий не более чем из 16 диапазонов.

Метки – используется в том случае, если первая строка или первый столбец диапазона исследуемых данных содержит заголовки.

Уровень надежности – по умолчанию принимается равным 95 %, но можно задать любое другое значение.

Константа-ноль – форсирует прохождение линии регрессии через начало координат.

Выходной диапазон – ссылка на левую верхнюю ячейку выходного диапазона, включающего не менее семи столбцов, в которые программа выведет:

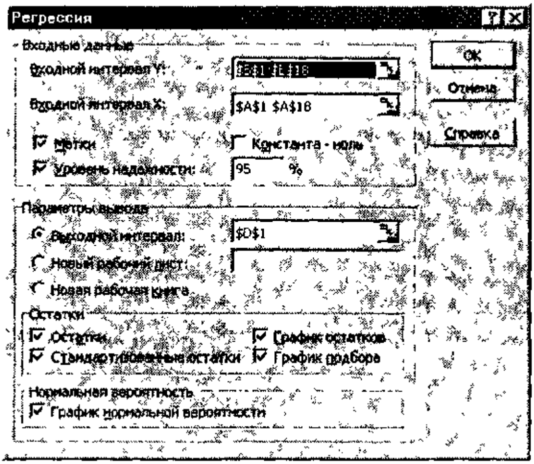


Рис. 7.59. Диалоговое окно *Регрессия*

результаты дисперсионного анализа;
коэффициенты регрессии;
стандартную погрешность вычисления *y*;
среднеквадратичные отклонения;
количество экспериментальных точек;
стандартные погрешности для коэффициентов.

Новый лист – позволяет не только задать вывод результатов анализа на новом листе, но и присвоить имя листу.

Новая книга – помещает результаты анализа в новую книгу.

Остатки – позволяет вывести остатки в выходном диапазоне.

Стандартизированные остатки – позволяет вывести стандартизированные остатки в выходном диапазоне.

График остатков – задает вывод диаграммы остатков для каждой независимой переменной.

График подбора – задает вывод диаграммы наблюдаемых и предсказанных значений для каждой независимой переменной.

График нормальной вероятности – задает вывод графика нормальной вероятности.

Например, для исходных данных первого опыта примера из 7.5 (рис. 7.60) применение инструмента пакета *Регрессия* позволяет выполнить дисперсионный и регрессионный анализ, вывод диаграмм и других статистических данных, приведенных на рис.7.61.

	A	B
1	t c	1 опыт
2	0	0
3	1	5
4	2	12
5	3	19
6	4	30
7	5	45
8	6	59
9	7	68
10	8	60
11	9	55
12	10	49
13	11	41
14	12	34
15	13	28
16	14	21
17	15	12
18	16	0

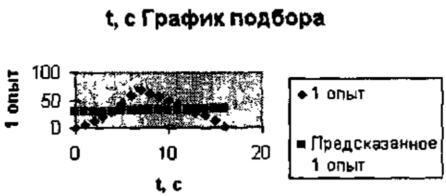
Рис. 7.60. Исходная таблица

	D	E
1	ВЫВОД ИТОГОВ	
2		
3	*Регрессионная статистика*	
4	Множественный R	0,066853089
5	R-квадрат	0,004469335
6	Нормированный R-квадрат	-0,06189938
7	Стандартная ошибка	22,70267828
8	Наблюдения	17

		df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*
10	Дисперсионный анализ					
12	Регрессия	1	34,706333	34,70633333	0,067341	0,798776169
13	Остаток	15	7731 174	515,4116013		
14	Итого	16	7765,8824			

16		*Коэффициенты*	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*	*Нижние 95,0%*	*Верхние 95,0%*
17	Y пересечение	29,31372549	10,54358611	2,780242431	0,01400679	6,840589846	51,78686113	6,840589846	51,78686113
18	t c	0,291666667	1,123950056	0,259501448	0,798776169	-2,103977642	2,687310976	-2,103977642	2,687310976

22	ВЫВОД ОСТАТКА				ВЫВОД ВЕРОЯТНОСТИ	
23						
24	*Наблюдение*	*Предсказанное 1 опыт*	*Остатки*	*Станд остатки*	*Персентиль*	*1 опыт*
25	1	29,31372549	-29,31372549	1,333546867	2,941176471	0
26	2	29,60539216	-24,60539216	-1,119354264	8,823529412	0
27	3	29,89705882	-17,89705882	-0,814177193	14,70588235	5
28	4	30,18872549	-11,18872549	-0,509000121	20,58823529	12
29	5	30,48039216	-0,480392157	-0,021854113	26,47058824	12
30	6	30,77205882	14,22794118	0,647260833	32,35294118	19
31	7	31,06372549	27,93627451	1,270883545	38,23529412	21
32	8	31,35539216	36,64460784	1,667045085	44,11764706	28
33	9	31,64705882	28,35294118	1,289838642	50	30
34	10	31,93872549	23,06127451	1,049108902	55,88235294	34
35	11	32,23039216	16,76960784	0,762886929	61,76470588	41
36	12	32,52205882	8,477941176	0,385680486	67,64705882	45
37	13	32,81372549	1,18627451	0,053966278	73,52941176	49
38	14	33,10539216	-5,105392157	-0,232255696	79,41176471	55
39	15	33,39705882	-12,39705882	-0,563969904	85,29411765	59
40	16	33,68872549	-21,68872549	-0,986668581	91,17647059	60
41	17	33,98039216	-33,98039216	-1,54584396	97,05882353	68



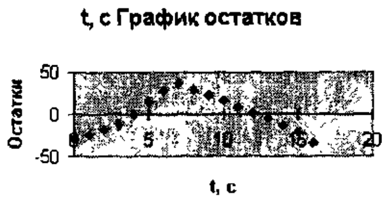


Рис. 7.61. Результаты применения инструмента пакета анализа *Регрессия* для примера из пункта 7 5

8. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

8.1. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Измерительные системы относятся к классу информационных систем, который включает в себя также системы централизованного контроля, технической диагностики, распознавания и управления. Основной задачей измерительных систем, используемых при экспериментальных исследованиях сложных конструкций, технологических процессов и промышленных объектов, является измерение и регистрация разнообразных физических величин, характеризующих испытуемый объект.

Общая классификация измерительных систем показана на рис. 8.1.

На рис. 8.2–8.4 показаны различные структурные схемы измерительных систем.

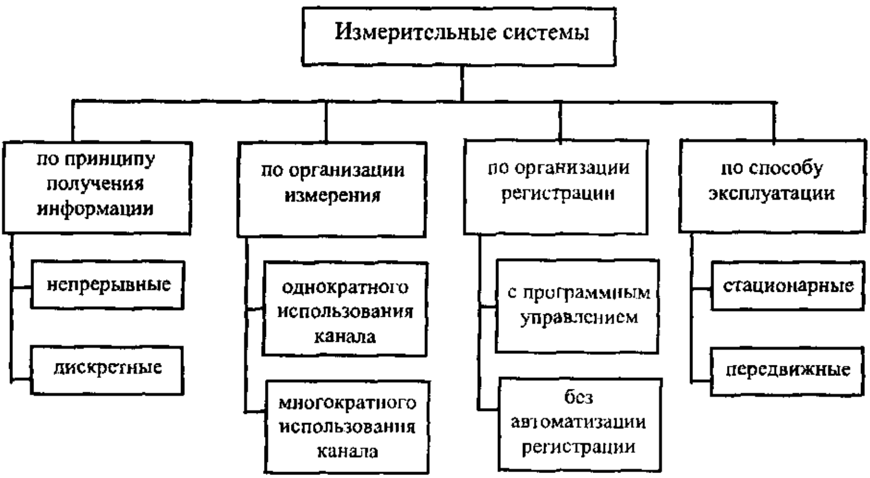
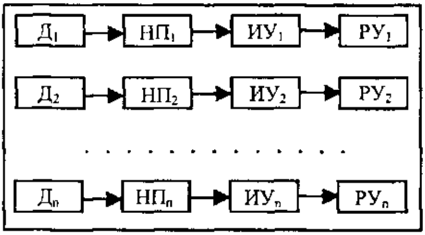
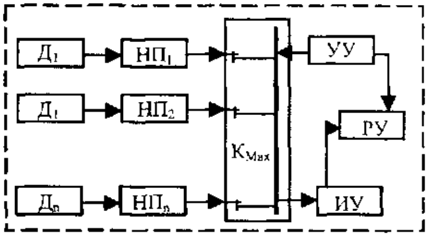


Рис. 8.1. Классификация измерительных систем





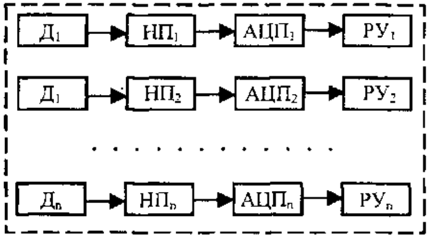


Рис. 8.2. Структура измерительных систем

Рис. 8.3. Структура измерительной системы с коммутацией

Рис. 8.4. Структура измерительной системы с аналого-цифровыми преобразователями

В этих схемах приняты следующие обозначения:

$Д_1$, $Д_2$,..., $Д_n$ – датчики физических величин;

$НП_1$, $НП_2$, ..., $НП_n$ – нормирующие преобразователи;

$ИУ_1$, $ИУ_2$, ..., $ИУ_n$ – измерительные устройства;

$РУ_1$, $РУ_2$,..., $РУ_n$ – регистрирующие устройства;

$К_{Мвх}$ – входной коммутатор;

УУ – устройство управления;

$АЦП_1$, $АЦП_2$, ..., $АЦП_n$ – аналоговые преобразователи.

В качестве датчиков могут применяться проволочные тензорезисторы, реохорды, индуктивные катушки и т. д. В нормирующих преобразователях (а ими могут быть обычные тензостанции) сигналы от датчиков подвергаются функциональному преобразованию, выполняемому для согласования параметров по диапазону измерения, линеаризации характеристик датчиков, усиления сигналов и других подобных задач. Измерительными устройствами могут быть, например, чувствительные элементы вибраторов осциллографа, стрелочные приборы. В состав регистрирующих устройств обязательно должны входить элементы, на которых отображается информация (бумага, пленка, лента). Устройство управления предназначено для синхронизации работы всей измерительной системы в целом через специальный коммутатор и для управления выдачей информации на регистрирующее устройство. Аналого-цифровой преобразователь служит для преобразования непрерывных сигналов в цифровые коды с целью последующего ввода их в ЭВМ для автоматической обработки.

8.1.1 Основные требования к измерительным системам

К измерительным системам предъявляется ряд основных требований [36, 37].

1. Достаточная точность измерения. Исследователь должен четко представлять не только необходимую точность измерений, но и достигнутую точность, для чего необходимо анализировать погрешности измерений.

Систематическими называются погрешности, не изменяющиеся с течением времени. Единственным способом их обнаружения является проверка нуля и чувствительности путем повторной аттестации прибора по эталонам. Они могут быть почти полностью устранены за счет введения соответствующих поправок.

Прогрессирующими называются погрешности, медленно изменяющиеся с течением времени. Они вызываются, как правило, процессами старения элементов измерительной системы (разрядка источников питания, деформация деталей, усадка бумажной ленты в самопишущих приборах и т. д.). Корректировка этих погрешностей введением поправок без устранения (или хотя бы выяснения) причин будет лишь временной мерой. С течением времени погрешности снова появятся и будут монотонно возрастать, поэтому их коррекцию желательно проводить возможно чаще. Особенностью прогрессирующих погрешностей является также и то, что их проявление не стационарно.

Случайными называются неопределенные по своему значению или недостаточно изученные погрешности, в появлении различных значений которых не удается установить какой-либо закономерности. Частные значения их непредсказуемы, но для всей их совокупности можно установить частоты появления их различных значений. При повторных измерениях случайные погрешности дают разброс результатов. Размер случайных погрешностей характеризуется законом распределения их вероятностей или указанием параметров этого закона.

Следует иметь в виду, что разделение погрешностей на систематические, прогрессирующие и случайные является лишь приемом их анализа.

В реальности эти три типа погрешностей проявляются совместно и образуют единый нестационарный случайный процесс.

При анализе точности измерений важно, к какому типу относится погрешность: статическому или динамическому.

Статические погрешности связаны со свойствами материалов, технологией обработки изделий и мерительного инструмента. Сюда же относятся и методические погрешности в принципах построения прибора. Для уменьшения статических погрешностей в приборы вводятся различные компенсаторы, герметизация, экранирование и т. п.

Динамические погрешности обусловливаются инерционными свойствами прибора, особенно при высокоскоростном нагружении. Фиксацию результатов измерений следует производить с учетом возможных колебаний подвижных элементов прибора.

Класс точности измерительных приборов характеризуется величиной приведенной погрешности, то есть отношением наибольшего значения абсолютной погрешности ΔA к верхнему (предельному) значению $A_{макс}$ шкалы прибора в %:

$$\delta_{прив} = \frac{\Delta A}{A_{макс}} \cdot 100. \tag{8.1}$$

Ее величина обычно наносится на прибор. Например, число *1.0* означает, что при нормальных условиях эксплуатации приведенная погрешность не превышает ±1 %.

2. Необходимая чувствительность. Чувствительность измерительной системы – это предел отношения приращения выходного сигнала к приращению измеряемой величины:

$$S = \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \frac{dy}{dx}. \tag{8.2}$$

Если измерительная система состоит из последовательного ряда измерительных преобразователей, то общая чувствительность будет равна произведению чувствительностей всех преобразователей. Поясним это на примере измерительной системы, состоящей из датчика, измерительного неравновесного моста, усилителя и вибратора осциллографа (рис. 8.5).

Пусть датчик при воздействии на него измеряемого перемещения 1 мм изменяет свое сопротивление на 2%. Тогда его чувствительность $S_д = 2\frac{\%}{мм}$. Если при изменении сопротивления датчика на 1% на выходе моста напряжение изменяется на 6 мВ, то чувствительность его равна $S_м = 6 мВ/\%$. При чувствительности усилителя

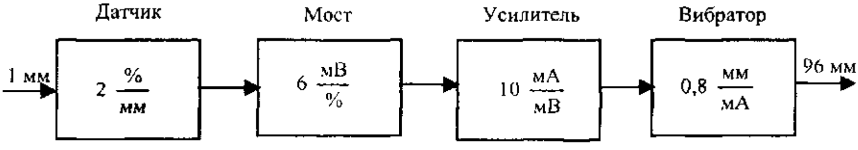


Рис. 8.5. Пример измерительной системы

$S_у = 10 \dfrac{\text{мА}}{\text{мВ}}$ и вибратора $S_в = 0{,}8 \dfrac{\text{мм}}{\text{мА}}$ результирующая чувствительность измерительной системы будет:

$$S = S_д \cdot S_м \cdot S_у \cdot S_в = 2 \frac{\%}{\text{мм}} \cdot 6 \frac{\text{мВ}}{\text{мм}} \cdot 10 \frac{\text{мА}}{\text{мВ}} \cdot 0.8 \frac{\text{мм}}{\text{мА}} = 96 \frac{\text{мм}}{\text{мм}},$$

то есть при изменении измеряемого перемещения на 1 мм луч вибратора отклонится на 96 мм.

Важной характеристикой измерительной системы является порог чувствительности – минимальное приращение измеряемой величины, при котором выходной сигнал начинает изменяться.

3. Помехозащищенность и контролируемость. Помехозащищенность – это устойчивость системы против динамических перегрузок, вибраций, запыленности воздуха, температурных колебаний, влажности, электромагнитных явлений и т. д. Она помогает получить достоверные результаты измерений. Существенное значение имеет также контролируемость состояния измерительной системы при работе. Она позволяет своевременно регулировать в необходимых случаях всю измерительную аппаратуру.

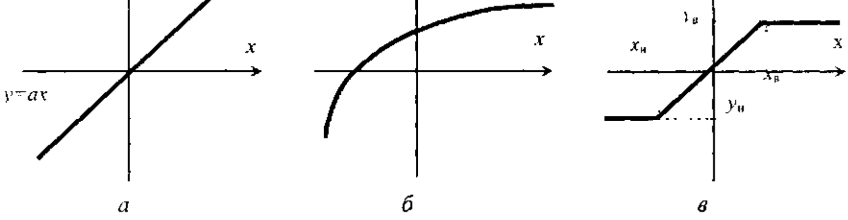
4. Удобство эксплуатации. При компоновке измерительной аппаратуры необходимо соблюдать эргономические требования по расположению рукояток управления системой, панелей и шкал, что позволяет уменьшить возможные ошибки оператора.

Например, шкала прибора при вертикальном ее расположении должна находиться на уровне глаз или несколько ниже. Если шкалы расположены наклонно или горизонтально, то линия, соединяющая центр панели прибора с глазами оператора, должна иметь угол в (45...55°) с горизонтальной плоскостью. Оператор должен сидеть так, чтобы угол, образованный линиями, соединяющими верхний и нижний края панели прибора с глазом, не превышал 50°. Если в поле зрения оператора находятся несколько приборов, то этот угол должен быть не более 100°. Наиболее важные и часто используемые органы управления прибором должны быть размещены в оптимальном рабочем пространстве, ограниченном радиусом дуги в локтевом суставе (приблизительно 340 мм).

Для перевозимых измерительных систем существенное значение приобретают требования к габаритным размерам и массам, а также к возможности работы от бортовой сети электроснабжения.

8.1.2. Характеристики датчика, прибора, системы

Статической характеристикой называется функциональная зависимость выходной величины y измерительного преобразователя (или прибора) от входной величины x в статическом режиме работы. Статическим режимом работы считается такой, когда входная



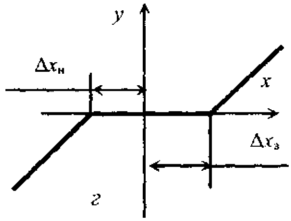


Рис. 8.6. Примеры статических характеристик:
а – линейная, *б* – нелинейная, *в* – линейная с ограничением, *г* - линейная с зоной нечувствительности

величина медленно изменяется во времени. Она может изменяться и с произвольной скоростью, но обязательно в условиях статического режима в этом случае является ожидание момента установления неизменного значения выходной величины после каждого изменения уровня x. На рис. 8.6 приведены примеры статических характеристик.

Если входная величина $x(t)$ является функцией времени, то и выходная величина $y(t)$ тоже будет изменяться во времени. Зависимость "вход-выход" измерительного преобразователя в этом случае носит название динамической характеристики и определяется дифференциальным уравнением:

$$b_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + b_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + b_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + b_0 y(t) = a_0 x(t)\,. \qquad (8.3)$$

Пример динамической характеристики показан на рис. 8.7.

В реальных условиях измеряемый физический параметр может иметь самый различный характер, что затрудняет оценку динамических характеристик измерительных преобразователей. Для унификации методов динамических испытаний измерительных преобразователей и приборов (измерительных систем)

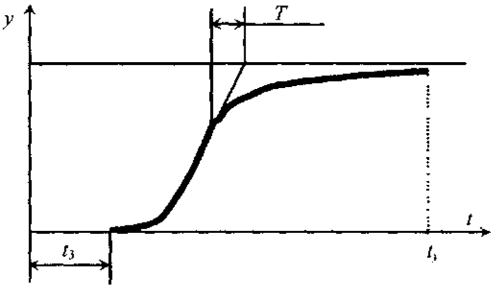


Рис 8.7 Пример динамической характеристики

и возможности сопоставления их характеристик вместо реальных входных сигналов $x(t)$ используют типовые воздействия в виде гармонической или единичной функции и импульсных сигналов прямоугольной формы. Эти сигналы легко реализуются при практических испытаниях и достаточно всесторонне отражают свойства датчиков и приборов.

При воздействии синусоидального сигнала снимается частотная характеристика измерительного преобразователя. Для синусоидального сигнала $x(t) = x_m \cdot \sin\omega t$ выходной сигнал имеет вид:

$$y(t) = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi), \tag{8.4}$$

где φ – угол сдвига фаз между входной и выходной функциями.

В комплексной форме эти выражения имеют вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_m \cdot \exp(j\omega t); \\ y(t) &= y_m \cdot \exp j(\omega t + \varphi). \end{aligned} \tag{8.5}$$

Отношение комплексных выходной и входной амплитуд:

$$K(j\omega) = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{y_m}{x_m}\exp(j\varphi) \tag{8.6}$$

называется комплексным коэффициентом передачи. Для последовательно соединенных преобразователей:

$$K_{рез}(j\omega) = K_1(j\omega) \cdot K_2(j\omega) \cdot \ldots \cdot K_n(j\omega) = \prod_1^n K_i(j\omega), \tag{8.7}$$

при этом фазовые углы суммируются:

$$K_1(\omega)\exp j(\varphi_1) \cdot K_2(\omega)\exp j(\varphi_2)\ldots = K_{рез}(\omega)\exp j(\varphi_1 + \varphi_2 + \ldots). \tag{8.8}$$

Спектр частот, достаточно равномерно воспроизводимый измерительным преобразователем, называется полосой пропускания и на частотной характеристике определяется верхней и нижней

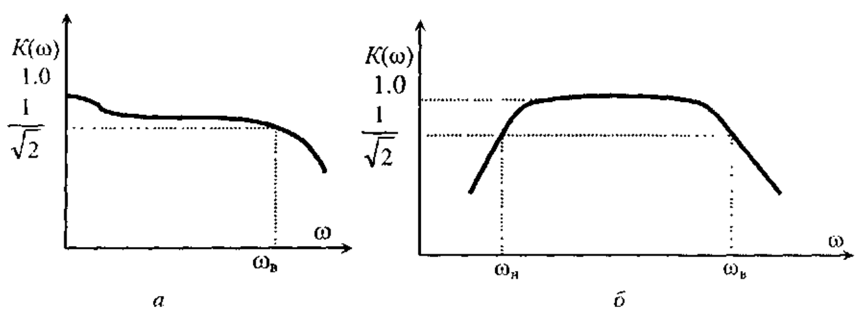


Рис. 8.8. Примеры частотных характеристик:
а - с ограничением в области верхних частот, *б* – с ограничением в области верхних и нижних частот

граничными частотами, определение которых весьма условно. Чаще всего под ними понимают те, на которых величина $K(\omega)$ уменьшается в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с ее значением на некоторой средней частоте. На рис. 8.8 приведены примеры частотных характеристик.

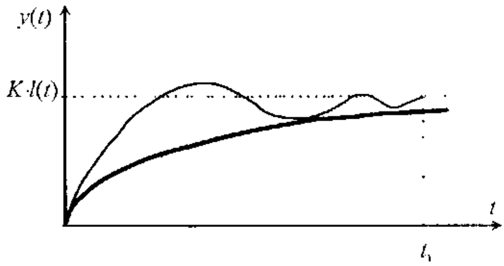


Рис. 8.9. Пример переходного процесса

Часто динамические характеристики измерительного преобразователя определяются по переходному процессу измерения входной величины, заданной в виде единичной функции:

$$l(t)=\begin{cases} x(t)=0, & \text{при } t<0 \\ x(t)=1, & \text{при } t\geq 0 \end{cases}. \tag{8.9}$$

Длительность и вид переходного процесса определяются свойствами и параметрами измерительного преобразователя. Выделяют два характерных отклика: колебательный и апериодический, как показано на рис. 8.9.

Инерционные свойства измерительного преобразователя по переходным процессам определяются временем, при котором $y(t)\cong K\cdot l(t)$.

8.2. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ

Одним из основных элементов измерительного прибора является преобразователь физической величины в электрическую. Его часто называют датчиком. Выбор преобразователя во многом определяет выбор схемы усилительного устройства и блока питания [38].

В активных (генераторных) преобразователях входная величина непосредственно преобразуется в электрический сигнал. К ним относятся пьезоэлектрические и индукционные преобразователи. В пассивных (параметрических) преобразователях выходными величинами являются изменения электрических параметров схем (сопротивлений, емкостей, частоты и т. д.). К ним относятся емкостные, индуктивные и другие преобразователи, они должны иметь внешние электрические источники.

Рассмотрим наиболее распространенные типы преобразователей.

8.2.1. Резистивные преобразователи

Простейшими резистивными преобразователями являются *контактные*, у которых входная величина (например, перемещение или ускорение) вызывают замыкание или размыкание контактов, управляющих электрической цепью. Примеры таких преобразователей показаны на рис. 8.10.

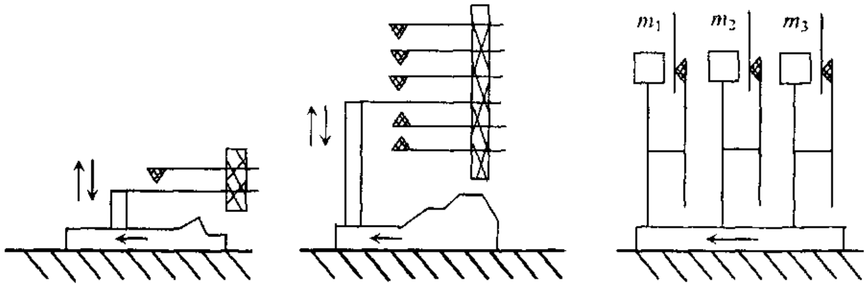


Рис. 8.10. Простейшие резистивные преобразователи:
а – однопредельный преобразователь перемещения, *б* – многопредельный преобразователь перемещений, *в* – многопредельный преобразователь ускорений

Особенностью контактных преобразователей является дискретность измерений, так как контакты размыкаются или замыкаются при определенных и отрегулированных заранее перемещениях щупа (рис. 8.10, *а* и рис 8.10, *б*) или смещениях консольных балочек с мерными грузами при различных ускорениях (рис. 8.10, *в*) перемещаемого тела. Погрешность срабатывания контактов находится в пределах 1–2 мкм.

Реостатным преобразователем называется реостат, движок которого перемещается в зависимости от измеряемой величины. Контакт движка преобразователя может осуществляться как с намотанным на каркас проводом (для уменьшения погрешности измерения число витков провода делается не менее 100–200), так и по реохордной схеме. На рис. 8.11 приведены две схемы включения реостатных преобразователей.

В потенциометрической схеме (типа *а*) линейность зависимости тока от перемещения движка будет лишь в случае использования лампового вольтметра с большим входным сопротивлением $(R \to \infty)$. В этом случае выходное напряжение U можно представить в следующем виде:

$$U_{вых} = U \cdot \frac{R}{R + R_э} \cdot \frac{L_1}{L}. \tag{8.10}$$

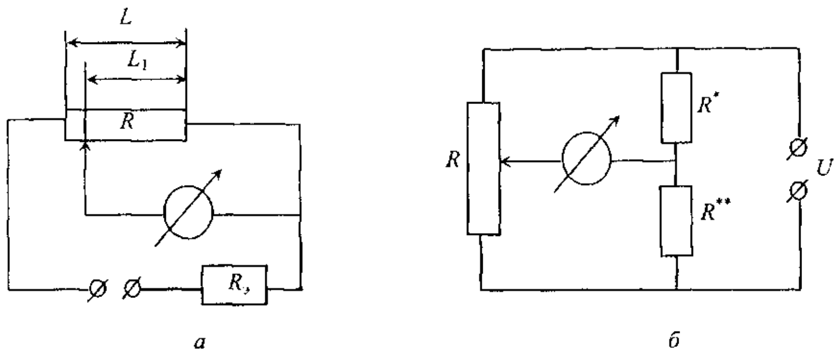


Рис. 8.11. Схемы включения реостатных преобразователей:
а – потенциометрическая схема, *б* – мостовая схема

Нелинейность мостовых схем (типа *б*) обычно невелика.

Для изготовления реостатов обычно используется константановая или манганиновая проволока. Каркас преобразователя изготавливается из текстолита или пластмассы, а также из алюминиевых сплавов, покрытых оксидной пленкой или изоляционным лаком.

Тензорезисторы, применяемые в настоящее время, бывают проволочными, фольговыми (металлическими и полупроводниковыми) и пленочными. В основе работы тензорезисторов лежит свойство материалов изменять свое электрическое сопротивление при их механической деформации. Наиболее простым является проволочный тензорезистор, представляющий собой отрезок проволоки (рис. 8.12), жестко закрепленной на упруго деформируемой детали с помощью специального клея. При сжатии или растяжении детали происходит пропорциональное изменение длины проволоки и ее поперечного сечения, что приводит к изменению электрического сопротивления отрезка проволоки. Отношение относительного изменения сопротивления $\Delta R / R$ к относительному изменению длины проводника $\Delta L / L$ в пределах упругой деформации является постоянной величиной и называется коэффициентом тензочувствительности:

$$K = \frac{\Delta R / R}{\Delta L / L}. \qquad (8.11)$$

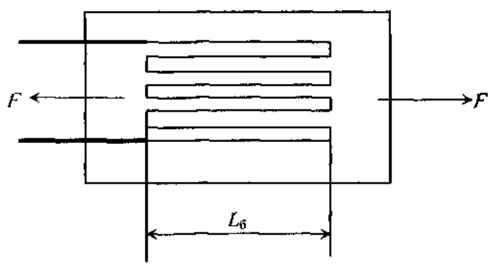


Рис. 8.12. Проволочный тензорезистор

Коэффициент тензочувствительности зависит от свойств материала тензорезистора, технологии его изготовления, качества основы (подложки) и клея. Наиболее употребительными материалами для изготовления тензорезисторов являются константан (медноникелевая бронза), нихром (до 80 % никеля), манганин (сплав меди, марганца и никеля), платиноиридиевый сплав. Их характеристики приведены в табл. 8.1 [36]. Проволока обычно имеет диаметр 20...30 мкм. Несколько петель (витков) проволоки заклеиваются с двух сторон тонкой бумагой или пленкой из бакелитового лака, клея БФ-2 или специального состава. Коэффициент тензочувствительности выпускаемых промышленностью тензорезисторов зависит от их материала и колеблется [38] в пределах 0,5...4,0.

Таблица 8.1

Материалы для тензорезисторов

Материал	Характеристики материалов						
	Коэффициент тензочувствительности	Удельное сопротивление, МкОм м	Температурный коэффициент сопротивления, α_{n} 10^{-6} K^{-1}	Коэффициент линейного расширения, β_{n} 10^{-6} K^{-1}	Температурный коэффициент чувствительности, γ_{n} 10^{-6} K^{-1}	Температурный диапазон, ° С	Критическая температура, ° С
Медно-никелевые сплавы (45 % Ni, 55 %Cu):							
константан, эдванс	2,0	0,46...0,50	±30	17	–30	до 270...260	315
манганин	2,0	0,40...0,45	±10	18	–	–	–
Никель-хромовые сплавы (80 %Ni; 20 %Cr):							
нихром, тофет	2,0	1,30	+100	13	–5	до 400	450
Никель-хромоалюминиевые сплавы (74 %Ni, 20 %Cr, 3 %Al):							
карма, эваном	2,1...2,2	–	–	–	–150	до 400	450
Платино-вольфрамовый сплав	2,7...3,3	–	4,7	–	–	до 550	–
Платино-серебряный сплав	0,8...1,4	-	2,2	–	–	до 450	–
Никель-хроможелезистые сплавы (52 %Fe, 36 %Ni, 8 %Cr)							
изоэластик, инвар	3,6	1,40	-	–	–	–	–

У фольговых тензорезисторов вместо проволоки используются полоски фольги прямоугольного сечения толщиной 4...12 мкм, наносимые на лаковую основу. Из-за большей площади соприкасания фольги с объектом измерения теплоотдача фольговых тензорезисторов значительно выше, чем у проволочных, что улучшает стабильность их работы и допускает применение меньших баз $L_б$ (рис. 8.12), способствует применению их даже при стесненных условиях размещения.

В полупроводниковых тензорезисторах в качестве чувствительного элемента применяются, в основном, кремний и германий. Их коэффициент тензочувствительности изменяется в широких пределах от –100 до +200, они выдерживают нагрев до 500 °С и позволяют изготавливать тензорезисторы различной формы.

Пленочные тензорезисторы получают [37] путем вакуумной возгонки тензочувствительного материала с последующей конденсацией его на заранее подготовленную подложку с образованием на последней тончайшего слоя металла. Для пленочных тензорезисторов применяют полупроводниковые материалы и некоторые сплавы (например, титаноалюминиевый), позволяющие измерять деформации, доходящие до 12 %.Для измерений тензорезисторы включают в потенциометрическую или мостовую схему.

8.2.2. Емкостные преобразователи

В основе работы этих преобразователей лежит изменение их емкости при воздействии на них измеряемой величины. Емкость плоского конденсатора, например, определяется формулой:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot S}{\delta}, \tag{8.12}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды;

S – действующая площадь конденсатора;

δ – расстояние между пластинами.

В зависимости от того, на какой параметр воздействует измеряемая величина, емкостные преобразователи могут иметь различные конструктивные схемы. На рис. 8.13 показаны емкостные преобразователи с изменяемой площадью, наиболее применимые для измерения линейного или углового перемещения.

В каждой из этих схем изменение емкости прямо пропорционально изменению h, L или φ. Для увеличения чувствительности преобразователей иногда применяют многопластинчатые конденсаторы.

На рис. 8.14 показан принцип действия преобразователя, в котором измеряемая величина вызывает изменение зазора. Относи-

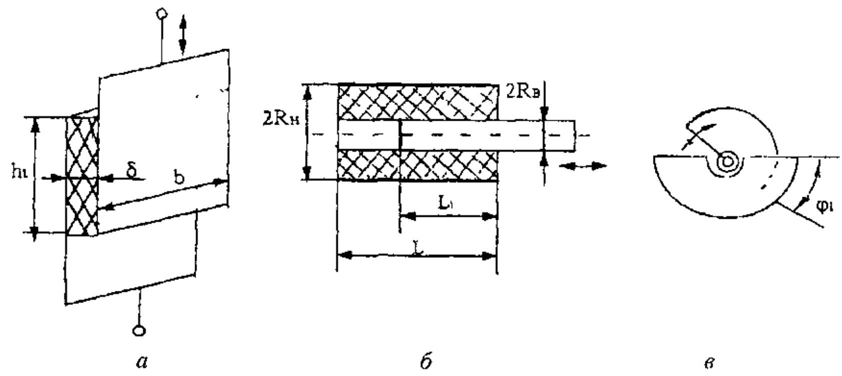


Рис. 8 13 Емкостные преобразователи с изменяемой площадью.
а – плоский, *б* – цилиндрический, *в* – вращающийся

тельное изменение емкости для таких преобразователей можно выразить зависимостью:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta\delta}{\delta \pm \Delta\delta}. \qquad (8\ 13)$$

Недостатком этих преобразователей является нелинейное изменение $\frac{\Delta C}{C} = f\left(\frac{\Delta\delta}{\delta}\right)$ при изменении зазора δ более 5 %, поэтому такие преобразователи можно рекомендовать для измерения только малых перемещений, например, для записи поперечных перемещений жестко закрепленного стержня, не превышающих 0,2 .0,4 мм.

Один из возможных вариантов изменения диэлектрической проницаемости показан на рис. 8.15. Такая схема представляет собой

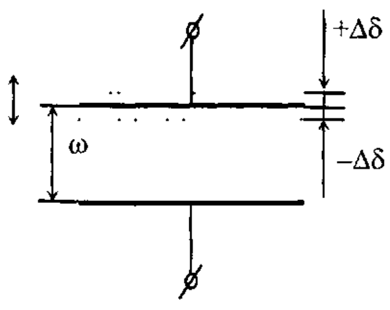


Рис. 8.14. Схема емкостного преобразователя с изменяемым зазором

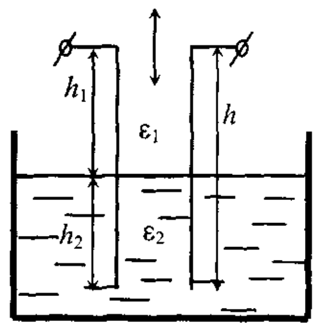


Рис 8 15 Схема емкостного преобразователя с изменяемой диэлектрической проницаемостью в принципе два параллельно соединенных пластинчатых конденсатора. Емкость каждого из них зависит от изменяющейся площади (пропорционально h_1 и h_2) и соответствующей диэлектрической проницаемости. Поскольку для воздуха $\varepsilon_в = \varepsilon_1 = 1$, то при заданной величине ε_2, можно показать, что чувствительность преобразователя будет пропорциональна отношению h_2 / h_1.

Емкостные преобразователи отличаются высокой чувствительностью (до 500 В/мм) и чаще всего включаются в мостовую измерительную схему. Их малая инерционность позволяет применять емкостные преобразователи для измерения быстродействующих процессов.

Основной трудностью использования емкостных преобразователей является защита их цепей от наводок, для чего цепи тщательно экранируются. При этом следует иметь в виду потерю чувствительности таких преобразователей.

8.2.3. Пьезоэлектрические преобразователи

Работа пьезоэлектрических преобразователей основана на использовании пьезоэлектрического эффекта, который заключается в следующем:

некоторые материалы при их механическом нагружении способны образовывать на гранях поверхности электрические заряды (прямой пьезоэффект), а при приложении электрического поля механически деформироваться (обратный пьезоэффект). В качестве таких материалов чаще всего используют кварц и специальную пьезокерамику.

Количественно пьезоэффект оценивается пьезомодулем d, устанавливающим пропорциональность между величиной возникающего заряда Q и приложенной силой F:

$$Q = d \cdot F. \qquad (8.14)$$

Для кварца $d = 2{,}2 \cdot 10^{-12}$ Кл/Н (кулон/ньютон).

С целью получения наибольшего пьезомодуля кварцевая шайба (пластинка, диск) вырезается таким образом, чтобы наибольшая плоскость была перпендикулярна кристаллографической оси x (x-срез), что показано на рис. 8.16.

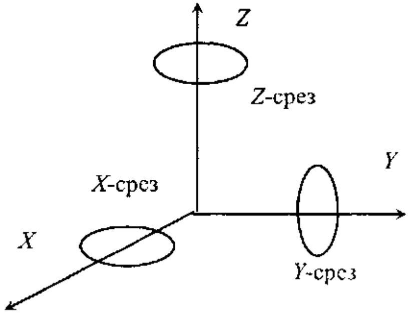


Рис 8 16. Схема срезов пьезоэлектрического преобразователя

При нагружении пластин силой F в направлении оси x на ее гранях образуется заряд, равный $Q_{пр} = d \cdot F_x$.

Заряд этот не зависит от геометрических размеров пластины (продольный пьезоэффект). Если пластину нагрузить в направлении оси Y, то на тех же гранях появится заряд противоположного знака (поперечный пьезоэффект) и равный $Q_п = -d \cdot \frac{L}{a} F_y$, где L – размер пластины вдоль оси Y, a – размер пластины вдоль оси X. При нагружении пластины в направлении оси Z заряды на гранях не появляются. При практическом использовании обычно измеряют не заряд, а напряжение, развиваемое на емкости, образуемой обкладками пластины.

Пьезоэлектрические преобразователи применяются для измерения сил, давлений, ускорений. Достоинством их являются малые габариты, простота конструкции, надежность в работе и высокая точность преобразования механических напряжений в электрический заряд.

На рис. 8.17 показана конструкция пьезоэлектрического датчика ускорений.

Преобразователь *1* состоит из нескольких (для усиления заряда) включенных параллельно пьезоэлементов из кварца *x*-среза. Инерционное тело *2* для уменьшения габаритов датчика должно быть изготовлено из сплава с высокой плотностью. Сигнал с кварцевых пластин *1* снимается при помощи вывода из латунной фольги *3*, соединенной с кабелем *4*. Кабель закреплен на основании *5*, имеющем резьбу для крепления датчика на объекте исследования. Датчик закрывается навинчиваемой на основание крышкой *6*.

Мощность, развиваемая пьезоэлементом, очень мала, поэтому измерительная цепь пьезоэлектрического преобразователя должна тщательно экранироваться от помех и наводок. Возможные утечки заряда при измерении статических сил не дают возможности их регистрации. В связи с этим пьезоэлектрические преобразователи применяются только для измерения динамических сил, при этом высокая жесткость кварцевых кристаллов позволяет иметь датчики с частотой собственных колебаний порядка 15...20 килогерц.

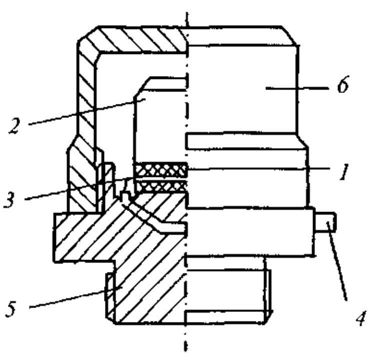


Рис. 8.17. Датчик ускорений

В практике применяются также

преобразователи с пьезоэлементами, работающими на изгиб. Обычно они составлены из двух пластин, расположенных консольно. При воздействии силы верхняя пластина испытывает растяжение, нижняя – сжатие, и на пластинах наводятся заряды.

8.2.4. Электромагнитные преобразователи

Большая группа электромагнитных преобразователей объединяет четыре типа: индуктивные, трансформаторные, магнитоупругие и индукционные.

Индуктивный преобразователь представляет собой дроссель с изменяющимся воздушным зазором или изменяющейся площадью поперечного сечения. Схематично конструкции таких преобразователей показаны на рис. 8.18.

В случае небольшого зазора δ индуктивность дросселя с переменным зазором, без учета реактивного сопротивления из-за потерь на вихревые токи и гистерезис, будет равна:

$$L = \frac{\omega^2}{\dfrac{l_ж}{\mu \cdot S} + \dfrac{2\delta}{\mu_0 \cdot S_0}}, \qquad (8.15)$$

где ω – число витков обмотки;

$l_ж$ – средняя длина магнитной силовой линии в ярме и якоре;

S, S_o – площади сечений сердечника и воздушного зазора;

μ, μ_0 – магнитные проницаемости материала сердечника и воздушного зазора.

Индуктивные преобразователи с переменным воздушным зазором имеют высокую чувствительность и реагируют на изменение зазора порядка 0,1–0,5 мкм. Учитывая, что магнитное сопротивление зазора значительно больше магнитного сопротивления магнитопровода ($\delta >> l_ж / 2\mu$), чувствительность преобразователя можно записать в виде:

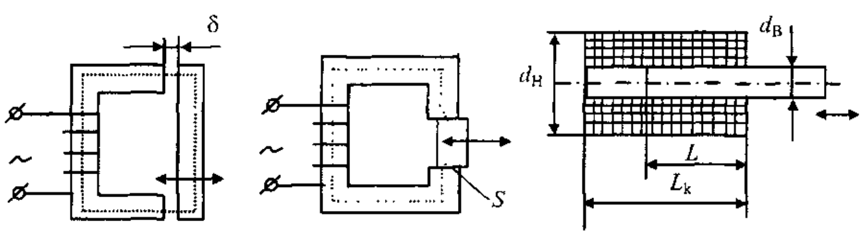


Рис. 8.18. Индуктивные преобразователи:
а – с переменным зазором, *б* – с переменной площадью, *в* – соленоидного типа

$$K_L = \frac{L}{\delta} = \frac{\omega^2 \cdot \mu \cdot S_0}{2\delta^2} \qquad (8.16)$$

При перемещениях больше 1 мм зависимость $L = f(\delta)$ будет существенно нелинейной. В этом случае лучше использовать индуктивные преобразователи с переменной площадью или соленоидного типа с перемещающимся в катушке ферромагнитным сердечником.

В *трансформаторных* преобразователях используется изменение взаимной индуктивности обмоток преобразователя под воздействием механических перемещений ферромагнитного сердечника. На рис. 8.19 приведены примеры таких преобразователей.

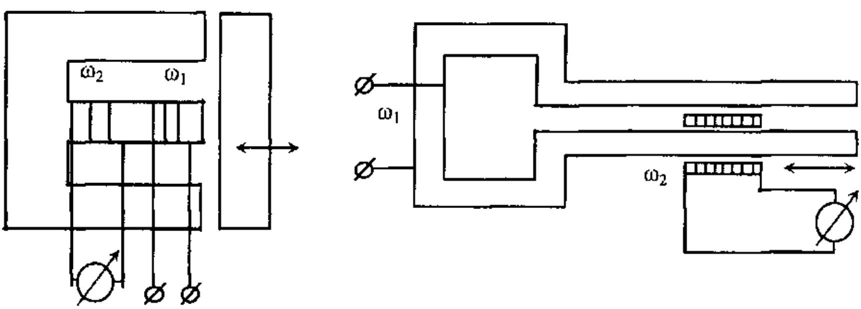
Взаимная индуктивность между обмотками ω_1 и ω_2 на магнитном сердечнике будет зависеть от изменения магнитного сопротивления R_m при изменении, например, воздушного зазора (рис. 8.19, *а*), и ее можно записать в виде:

$$M = \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{R_m}. \qquad (8.17)$$

Ее изменение приведет к изменению электродвижущей силы e_2 на концах вторичной обмотки ω_2.

Преобразователь с распределенными магнитными параметрами (рис. 8.19, *б*) удобен для измерения больших линейных перемещений, так как при перемещении подвижной обмотки ω_2 по магнитопроводу будет изменяться индуцированная электродвижущая сила в этой обмотке.

Работа *магнитоупругих* преобразователей основана на изменении магнитной проницаемости μ ферромагнитных тел под воздей-



а *б*

Рис. 8 19. Трансформаторные преобразователи:
а – с переменным зазором; *б* – с распределенными магнитными параметрами

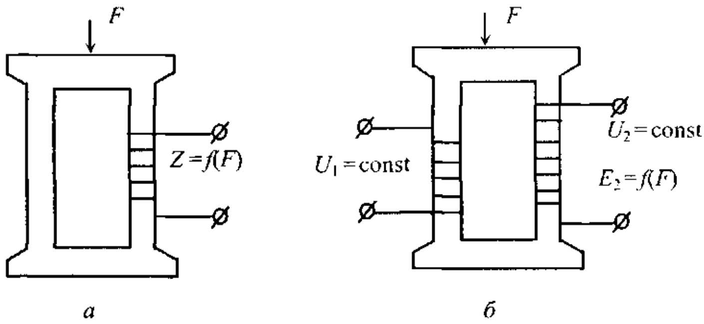


Рис. 8.20. Схемы магнитоупругих преобразователей:
а – дроссельного типа, *б* – трансформаторного типа

ствием приложенных к ним механических сил и возникающем при этом напряжении. Некоторые схемы таких преобразователей показаны на рис. 8.20.

В магнитоупругих преобразователях указанного типа реализуется следующая цепь преобразований:

$$F \to \sigma \to \mu \to Z_м \to L \to Z,$$

где F – приложенная сила;

σ – возникающее напряжение;

μ – магнитная проницаемость;

Z_m – магнитное сопротивление;

L – индуктивность;

Z – электрическое сопротивление.

Эффект магнитной упругости материала может использоваться также и при скручивании стержня.

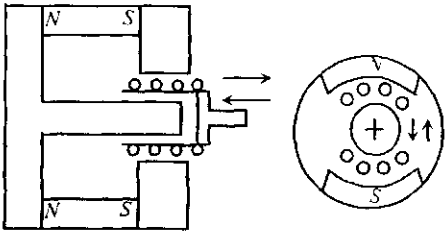
Чувствительность преобразователя с некоторыми упрощениями можно записать в виде:

$$K_\sigma = \frac{\Delta Z / Z}{\sigma}. \tag{8.18}$$

Она зависит от типа материала, характера напряжений, режима работы магнитной цепи. Чаще всего для изготовления сердечников используют пермалой, трансформаторную сталь, железо армко.

Магнитоупругие датчики применяются для измерения сил, давлений, крутящих моментов, хотя они имеют относительно высокую погрешность измерения порядка 1...4 %.

Индукционные преобразователи (называемые также магнитоэлектрическими) относятся к группе генераторных преобразователей, так как в них механическое перемещение преобразуется в ЭДС



а *б*

Рис. 8 21. Схемы индукционных преобразователей:
а – для измерения поступательного движения,
б – для измерения вращательного движения

в электрическом контуре, в котором меняется величина магнитного потока. В общем случае индукционный преобразователь представляет собой катушку с сердечником (рис. 8.21). В однородном магнитном поле наводимая в катушке ЭДС будет равна:

$$e = -\omega \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \qquad (8.19)$$

где ω – число витков катушки;
Φ – величина магнитного потока.

Поскольку наводимая ЭДС зависит от скорости изменения магнитного потока $d\Phi / dt$, то индукционные преобразователи удобны для измерения линейной или угловой скорости. Для измерения перемещений в контур необходимо ввести интегрирующую схему.

8.2.5. Термоэлектрические преобразователи

Термоэлектрическое явление заключается в том, что при соединении двух проводов *A* и *B* (рис. 8.22) из разных материалов и создании разности температур между точками соединения T_1 и T_0 возникает электродвижущая сила, называемая термо-ЭДС и зависящая от разности температур:

$$E = f(T_1) - f(T_0). \qquad (8.20)$$

Подобная цепь называется термопарой, а проводники *A* и *B* – термоэлектродами.

Термоэлектрический контур можно разомкнуть в любом месте и включить в этот разрыв прибор для измерения термо-ЭДС (рис. 8.23). Величина ЭДС при этом не изменится, она зависит только от температур в точках T_1 и T_0, а также от материалов, из которых изготовлены термоэлектроды.

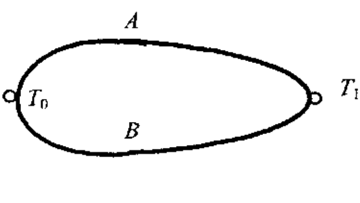


Рис 8 22 Схема термоэлектрического преобразователя

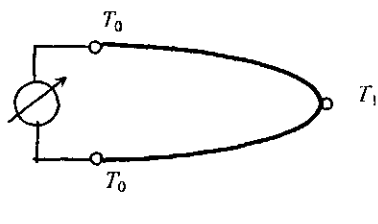


Рис. 8 23 Схема измерения температуры

Таблица 8.2

Материалы для термоэлектродов

Материал термоэлектродов	Пределы измерений при длительном применении, С°	T_{max} при кратковременном режиме работы
Хромель-копель	–50...+600	800
Хромель-алюмель	–200...+1000	1300
Платинородий (90%Pt+10%Rh) – платина	0...+1200	1600
Платинородий (30%Rh) – платинородий (6%Rh)	+300...+1600	1800
Вольфрамрений (5%) – вольфрамрений (20%)	0...+2200	2500

Некоторые наиболее распространенные материалы для термоэлектродов приведены [36] в табл. 8.2.

КПД термоэлектрического преобразователя в качестве генератора, как правило, невысок и зависит от материалов термоэлектродов и разности температур (при ΔT=300 °С не превышает 0,13). Термоэлектроды изготавливают из проволоки диаметром 0,03...0,2 мм, чаще всего 0,04...0,08 мм.

8.2.6. Термометры сопротивления

Принцип измерения термометров сопротивления основан на зависимости электрического сопротивления материалов от температуры. Чувствительные элементы подобных термометров изготавливают из тонкой (0,05–0,1 мм) платиновой или медной проволоки, наматываемой на каркас из изоляционного материала, например, кварца или пластмассы. Возможно также помещение проволочной спирали в керамический каркас с заполнением спирали изолирующим порошком и последующая герметизация чувствительного элемента. Изготовленные таким образом чувствительные элементы помещают в измеряемую среду в защитных чехлах из стали типа 0Х13 или Х18Н10Т. На рис. 8.24 показано устройство двухканального чувствительного элемента.

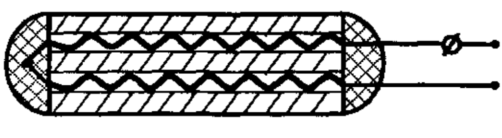


Рис. 8.24. Двухканальный чувствительный элемент на керамическом каркасе

Для повышения точности термометра сопротивления увеличивают длину проволоки, делая каркас четырехканальным. Общую монтажную длину проволоки в пределах 100–2000 мм и ее диаметр устанавливают с целью получения стандартизованных величин сопротивления термометра при 0 °С: 1, 5, 10, 50, 100 и 500 Ом для платиновых чувствительных элементов и 10, 50 и 100 Ом – для медных.

Область применения технических платиновых термометров в газообразных и жидких средах с температурой от –260 °С до +1100 °С (от –50 °С до +200 °С – для медных термометров сопротивления).

8.2.7. Электрохимические преобразователи

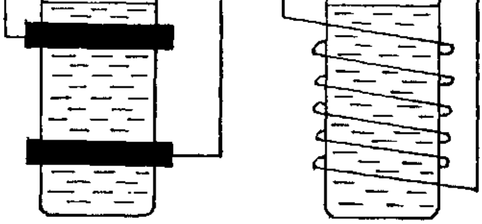
Это особая группа преобразователей, в которых в качестве элемента электрической цепи используется электролитическая ячейка. Она может характеризоваться развиваемой ею ЭДС, падением напряжения от проходящего тока, электрическим зарядом, сопротивлением, емкостью и индуктивностью. Изменение этих параметров в преобразователе позволяет измерять состав и концентрацию вещества, количество электричества, давление, перемещение, скорость и другие физические величины.

Связи между химическими и электрическими параметрами определяются законами электрохимии. При растворении солей, кислот и оснований в воде или других растворителях (спирт, этиленгликоль и др.) происходит расщепление молекул на положительные и отрицательные ионы. Образовавшиеся в результате такой диссоциации электропроводящие растворы называются электролитами. К электролитам относятся также и некоторые твердые вещества и расплавленные соли. В них возможно движение заряженных частиц под действием электрического поля.

Проводимость электролитов зависит, главным образом, от концентрации растворенных в жидкости веществ. Чем выше концентрация, тем выше проводимость, но для большинства электролитов эта зависимость нелинейная, а для растворов серной и соляной кислот, а также натриевого и калиевого основания имеется ярко выраженная экстремальная зависимость. Кроме того, следует иметь в виду, что проводимость растет при росте температуры электролита.

Приведем некоторые примеры электрохимических преобразователей. На рис. 8.25 показаны высокочастотные бесконтактные преобразователи. Емкостные преобразователи применяются для измерения концентрации растворов с малой электропроводимостью ($1 \cdot 10^{-6}$... 1 см/м), индуктивные – с электропроводимостью $1 \cdot 10^{-2}$...100 см/м.

Электроды располагаются снаружи тонкостенной изоляционной трубки, в которой находится контролируемый раствор. Эти преобразователи обычно включаются в резонансный контур, питаемый от генератора с частотой в несколько десятков мегагерц.



а б

Рис. 8.25. Высокочастотные бесконтактные электрические преобразователи:
а – емкостный; *б* – индуктивный

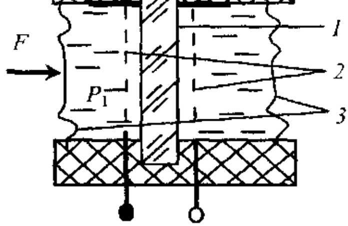


Рис. 8.26. Электрокинетический преобразователь давления:
1 – пористая перегородка; *2* – сетчатые электроды; *3* – мембраны

На рис. 8.26 показан электрокинетический преобразователь давления, использующий явление электроосмоса (при принудительном протекании жидкости через капилляр или пористую перегородку между электродами возникает разность потенциалов, так называемый потенциал течения). При воздействии силы F на одну из мембран внутри корпуса возникает давление P_1, проталкивающее жидкость (воду, спирт, ацетон и др.) через пористую перегородку, что позволяет фиксировать на электродах потенциал течения.

8.3. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

8.3.1. Измерение малых перемещений

Примером малых перемещений может служить вибрация стержней, мембран и подобных устройств. В качестве датчиков малых перемещений можно применять емкостные, реостатные, индуктивные, трансформаторные и другие преобразователи. Для исключения влияния массы преобразователя на вибрацию, например, стержня, удобно использовать индуктивный преобразователь, показанный на рис. 8.18, *а*, при этом якорем является сам колеблющийся стержень.

Изгиб стержней при ударных нагружениях (например, изгиб ствола при выстреле) можно исследовать с помощью резистивных преобразователей. При исследовании изгиба ствола во времени на наружную поверхность ствола наклеивают тензорезисторы. Наклеивание производится в осевом направлении по четыре тензорезистора в каждом сечении. Схема наклеивания показана на рис. 8.27.

Число сечений ствола, в которых производится наклеивание тензорезисторов, зависит от конструкции ствола. Запись деформа-

16 Зак 22

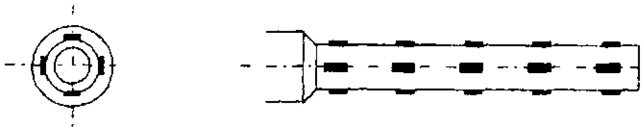


Рис. 8.27. Схема наклейки тензодатчиков

ций ствола на осциллограмму при известных масштабах μ_t и μ_l позволяет оценить амплитуды поперечных колебаний ствола и определить их частотные характеристики.

8.3.2. Измерение перемещения звеньев машин

Исследования перемещений звеньев машин относительно друг друга или относительно какой-то неподвижной точки отсчета очень часто сопутствуют созданию новых или модернизации имеющихся машин и механизмов. Обычно эти перемещения составляют по величине от нескольких сантиметров до одного метра. Регистрация перемещений в этих случаях может производиться или непосредственно на бумагу, или на пленку осциллографа.

В простейшем виде запись перемещений подвижного звена можно осуществить, прикрепив к нему карандаш или другое пишущее устройство таким образом, чтобы при движении звена карандаш прочертил линию на бумаге. Правда, в этом случае будет получена лишь траектория движения звена.

Весьма распространенным методом записи перемещений является использование специальных устройств с преобразователями механических датчиков перемещений. На рис. 8.28 показана установка с реохордным датчиком перемещений.

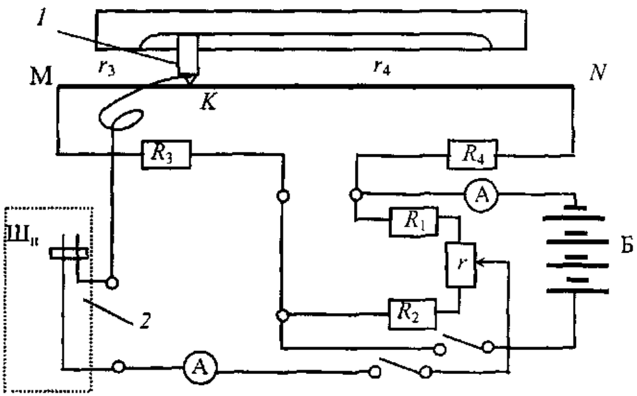


Рис. 8.28. Реохордный датчик перемещений

Действие реохордного датчика перемещений основано на применении резистивного преобразователя реостатного типа, включенного в мостовую схему. Реостатом (реохордом) является туго натянутая проволока *MN* с большим удельным сопротивлением (обычно нихромовая или константановая), по которой скользит установленный на подвижном звене *1* контакт *K*. Измерительный мост уравновешивается так, чтобы в исходном положении подвижного звена стрелка миллиамперметра *A* или шлейф осциллографа *2* занимали нулевое положение. При перемещении звена *1* и контакта *K* резисторы левого $R_л = R_3 + r_3$ и правого $R_п = R_4 + r_4$ плеч моста получают изменения разных знаков, в результате чего мост разбалансируется и в регистрирующем приборе появится ток, пропорциональный перемещению подвижного звена. Это вызовет отклонение светового луча, что будет зафиксировано на движущейся пленке осциллографа.

Масштаб записи перемещений можно выбрать, подбирая величины сопротивлений R_1, R_2 и r, канал усилителя, напряжение питающей батареи *Б* и шлейф осциллографа.

Масштабы пути и времени будут:

$$\mu_x = \frac{X_{полн}}{x_{max}}; \quad \mu_t = \frac{n}{f \cdot l}, \tag{8.21}$$

где $X_{полн}$ – полный ход подвижного звена;

x_{max} – максимальная ордината на осциллограмме;

n – число отметок времени на длине l учитываемого участка пленки;

f – частота отметок времени (в герцах).

Для записи перемещений могут использоваться и другие преобразователи, описанные в разделе 8.2.

Одним из возможных способов определения перемещений является косвенный. Если имеется запись скорости $V(t)$ подвижного звена, то закон перемещения $x(t)$ можно получить графическим интегрированием (рис. 8.29).

Перемещение в любой момент времени:

$$x_i = \int_0^{t_i} V(t)dt. \tag{8.22}$$

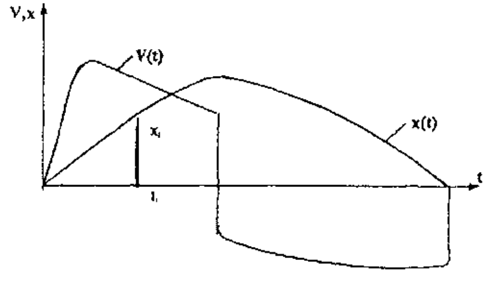


Рис. 8.29. Примеры записи перемещений и скорости

При вычислениях необходимо использовать масштабы скорости μ_v и времени μ_t.

Для регистрации сложных взаимных перемещений звеньев целесообразно использовать скоростную киносъемку. С ее помощью

Рис. 8.30. Движение пули после вылета

часто можно определить и анализировать такие особенности движения и взаимодействия звеньев, которые иным путем исследовать не удается из-за кратковременности их протекания. Например, при проектировании фильма со скоростью 16 кадров в секунду процессы, заснятые со скоростью 4800 кадров в секунду, замедляются в триста раз, что дает возможность их визуального анализа. Отметки времени на киноленте делаются обычно с помощью неоновой лампы, дающей вспышки с заданной частотой. Эти вспышки будут отмечены штрихами на краю киноленты.

Скоростная киносъемка позволяет также наглядно представить такие быстропротекающие процессы, как, например, вылет пули из ствола. На рис. 8.30 показаны кадры движения пули после вылета ее из канала ствола автомата Калашникова, сделанные в поляризованном свете. По ним можно представить, как пуля выходит из порохового облака и обгоняет ударные волны, образовавшиеся при выходе пороховых газов из ствола. На конечном кадре видно образование ударных волн в воздухе от движения пули со сверхзвуковой скоростью.

8.3.3. Измерение угловых перемещений

Угловые перемещения машин в целом или их крупных агрегатов, как правило, определяют с помощью тех же датчиков, что и линейные перемещения. Для определения конкретных величин угловых перемещений фиксируют в одни и те же моменты времени перемещения двух связанных между собою точек, а после расшифровки осциллограмм геометрически пересчитывают линейные перемещения в угловые.

Можно также использовать и специальные преобразователи угловых перемещений в электрические величины, например, емкостные (рис. 8.13, *в*). Для измерения малых угловых перемещений используют индуктивные преобразователи. Примером может служить схема, показанная на рис. 8.31. Поворот сердечника *1* относительно магнитопровода *2* вызывает изменение воздушных зазоров δ_1 и δ_2, что изменяет индуктивное сопротивление катушек *3* и *4*.

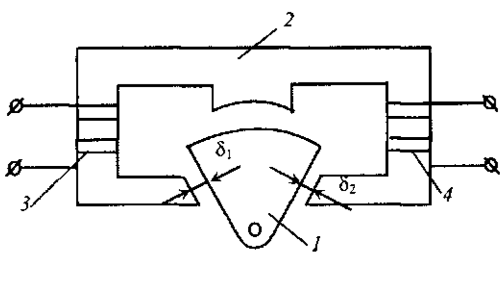


Рис. 8.31. Схема измерения малых угловых перемещений

8.3.4. Измерение скорости движения звеньев машин

При наличии графической записи $x(t)$ скорость движения звена можно определить графическим дифференцированием. Средняя скорость звена будет определяться по участкам по формуле:

$$\overline{V_t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \frac{\mu_x}{\mu_t}, \tag{8.23}$$

где Δx – приращение ординаты перемещения звена за рассматриваемый промежуток времени Δt;

μ_x, μ_t – масштабы записи перемещения и времени.

Использование графического дифференцирования имеет недостаток: возможность получения скачкообразного изменения скорости при случайных изменениях направления x. Во избежание подобных ошибок запись $x(t)$ должна быть сглажена, однако это сглаживание надо проводить осторожно, чтобы не потерять характерных точек в анализе движения подвижного звена.

Повысить точность измерения скорости можно за счет применения специальных устройств – велосиметров. Принципиальное устройство реохордного велосиметра показано на рис. 8.32.

На подвижном звене устанавливается контакт K, скользящий по туго натянутой проволоке MN. Такой велосиметр позволяет записывать одновременно перемещение $x(t)$ с помощью шлейфа $Ш_1$ осциллографа и скорость $V(t)$ с помощью шлейфа $Ш_2$. Оптимальный режим работы велосиметра обеспечивается подбором элементов контура R_3C и шлейфа $Ш_2$.

На рис. 8.33 показана принципиальная схема индукционного велосиметра.

Два магнита (или электромагнита) *1* соединены штангой *2*, по которой скользит катушка *3*, закрепленная на подвижном звене *4*. Выводы катушки *3* подсоединены к осциллографу. При движении

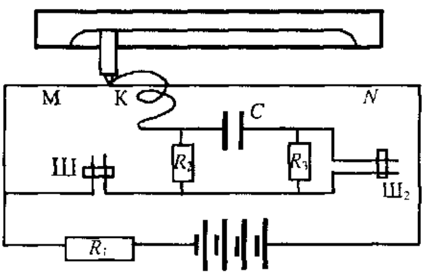


Рис. 8.32. Реохордный велосиметр

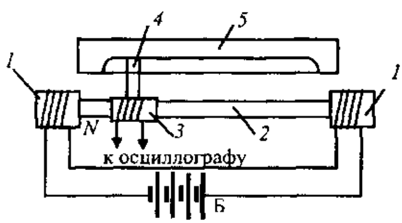


Рис. 8.33. Индукционный велосиметр

подвижного звена *4* относительно неподвижного звена 5 в обмотке катушки *3* возникает электродвижущая сила:

$$e = B \cdot l \cdot V\,, \tag{8.24}$$

где B – магнитная индукция катушки;

l – длина проволоки катушки;

V – скорость движения звена.

Индуцированная ЭДС в катушке регистрируется осциллографом в виде кривой $V(t)$ (см. рис. 8.29). Масштаб скорости μ_v можно определить из выражения для перемещения:

$$x = \int_0^t V dt = \mu_v \cdot \mu_t \cdot \int_0^t V dt = \mu_v \cdot \mu_t \cdot S_v\,,$$

где S_v – площадь под кривой $V(t)$ за интервал времени t;

x – перемещение звена.

Отсюда следует:

$$\mu_v = \frac{x}{S_v \cdot \mu_t}\,. \tag{8.25}$$

Скорость движения звена можно определить также и с помощью фотометода. С этой целью на подвижном звене укрепляется легкий белый экран с черным треугольником. При движении подвижного звена он импульсно освещается через равные промежутки времени и фотографируется. В результате такого фотографирования получается картина, показанная на рис. 8.34.

Как видно из рисунка, $\Delta x_i = 2H_i \cdot \mathrm{tg}\,\alpha/2$.

Поскольку положения треугольника ABC зафиксированы через равные интервалы времени Δt, то в рассматриваемом i-м интервале средняя скорость звена будет равна:

$$V_{\text{ср},\,i} = \frac{\Delta x_i}{\Delta t} \approx \frac{2tg\dfrac{\alpha}{2}}{\Delta t} \cdot H_i = \mu_v \cdot H_i\,. \tag{8.26}$$

Здесь $\mu_v = \dfrac{2\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}}{\Delta t}$ – масштаб скорости.

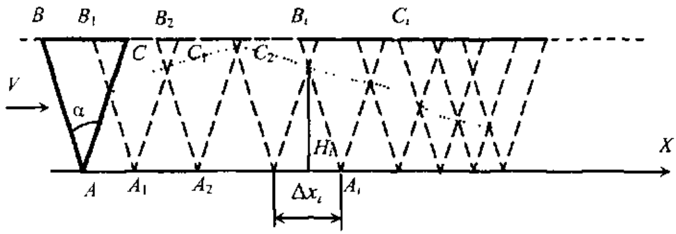


Рис. 8.34. К определению скорости фотометодом

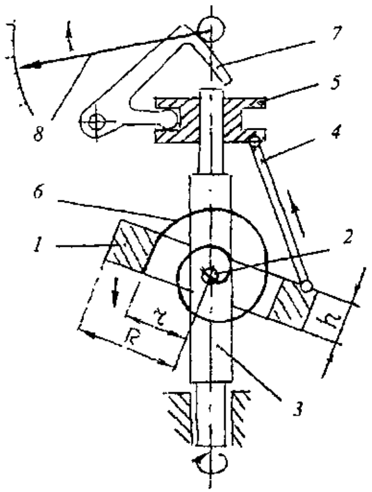


Рис. 8.35. Центробежный тахометр

Таким образом, ординаты H_i представляют собой в некотором масштабе скорость движения подвижного звена. Степень приближения такого графика к истинному увеличивается с уменьшением интервалов времени Δt.

Специфичной проблемой является измерение скорости вращения валов. Угловая скорость или частота вращения объекта, выраженная через угловое перемещение φ и время t, может быть представлена в виде:

$$\varphi = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{8.27}$$

Измерение ее производится с помощью тахометров. Центробежный тахометр, схема которого показана на рис. 8.35, содержит массивное кольцо *1*, которое своей осью *2* шарнирно закреплено на валу *3* и тягой *4* соединено с муфтой *5*. При вращении вала момент от центробежной силы инерции кольца сжимает спиральную пружину *6* и перемещает по валу *3* муфту *5*, вследствие чего рычаг *7* поворачивает указатель *8* тахометра. Шкала тахометра может быть проградуирована по скорости вращения вала, если известны размеры кольца и характеристики пружины.

Точность показаний центробежных тахометров зависит от трения в сочленениях, внешней температуры, свойств пружины и т. п. Обычно погрешности измерений составляют 1...8 % (большие значения соответствуют меньшим числам оборотов).

На практике часто используют [36] электрические, магнитные, стробоскопические и электромагнитные (импульсные) тахометры.

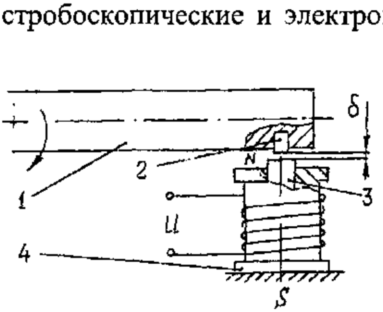


Рис. 8.36. Индукционный датчик электронного тахометра

Регистрирующим устройством электронного тахометра может быть любого типа электронный частотомер, действующий, например, на принципе заряда-разряда конденсатора. Один из вариантов датчика показан на рис. 8.36. На конце вала *1*, скорость вращения которого измеряют, прикреплен небольшой штифт *2* из магнито-мягкого материала. С зазором δ порядка 0,5...1,5 мм под штифт устанавливается постоянный электромагнит *3* с надетой на него катушкой *4*. При вращении вала *1* в катушке *4* индуцируются импульсы напряжения, которые регистрируются электронным частотомером.

8.3.5. Измерение скоростей в быстропротекающих процессах

Одним из интересных примеров измерения скоростей в быстропротекающих процессах может быть, например, измерение скорости пули или снаряда. Такие задачи решались еще с конца XVII века, когда появился баллистический маятник. Схема баллистического маятника показана на рис. 8.37. Он состоит из массивного маятника *1*, вращающегося на оси опоры *2*. К маятнику прикреплен приемник *3*, заполненный песком, свинцом или другим достаточно вязким (желательно сыпучим) материалом. На шкале *4* отмечается угол, на который отклонится маятник после попадания в его приемник пули или снаряда. По углу Θ, зная конструктивные размеры и массу баллистического маятника M и снаряда m, можно определить скорость удара в приемник:

$$V = \frac{M}{m} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot L} \cdot \sqrt{1 - \cos\Theta} . \tag{8.28}$$

В настоящее время измерение скорости пули (снаряда) производится с помощью хронометров, измеряющих время прохождения снаряда между двумя фиксированными по расстоянию рамами-мишенями, что позволяет определять среднюю скорость на участке между мишенями: $V_{\text{ср}} = \dfrac{L}{\Delta t}$ (рис. 8.38).

Для регистрации времени Δt необходимо замыкать (или размыкать) цепь счетчика времени в момент прохождения снарядом мишеней. Если снаряд перед выстрелом намагнитить, то мишень можно выполнить в виде соленоида, внутри которого должен пролететь снаряд. Если стрельба ведется обычным снарядом, то проще

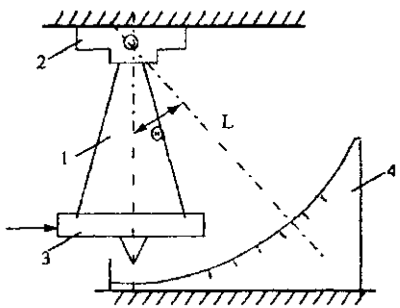


Рис. 8.37. Баллистический маятник

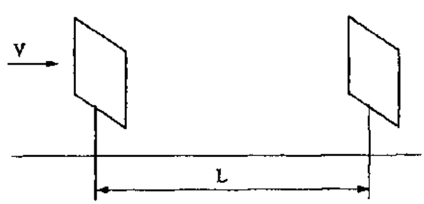


Рис. 8.38. Установка рам-мишеней

всего мишень делать в виде рамки с натянутой на нее тонкой проволокой (мишурой). Для надежного разрыва цепи расстояние между нитями рекомендуется устанавливать менее четверти диаметра пули (снаряда). При выборе расстояния L следует учитывать точность применяемого хронометра. Цена деления его шкалы не должна превышать 0,05 % от измеряемого промежутка времени. Современные высокочастотные счетчики времени позволяют уменьшить длину измерительной базы L до 10 см. В некоторых случаях на практике применяют также внетраекторные соленоиды, когда снаряд пролетает не внутри, а над соленоидом. Указанным выше способом можно измерить некоторую среднюю скорость снаряда на заданном участке траектории.

8.3.6. Измерение ускорений и сил

Для определения ускорения можно использовать различные преобразователи, описанные в разделе 8.2. Например, для дискретной записи достигнутых ускорений вполне приемлемы контактные преобразователи (см. рис. 8.10).

Для непрерывной записи линейных ускорений можно использовать акселерометры-велосиметры, использующие тензорезисторные или пьезоэлектрические преобразователи. Принципиальная схема такого акселерометра – велосиметра показана на рис. 8.39.

Он представляет собой пластинку-балочку *1* с наклеенными на нее двумя тензорезисторами *2* и *3*. Пластинка *1* закрепляется на подвижном звене *4* перпендикулярно направлению его перемещения. На свободном конце пластинки закрепляется инерционное тело *5* массой m.

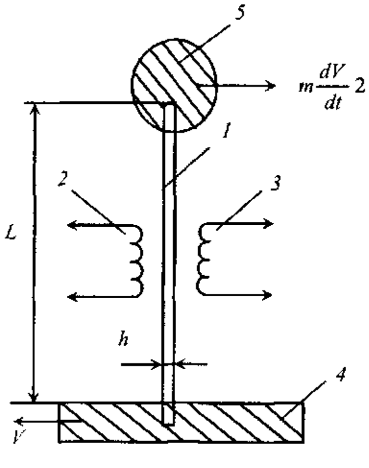


Рис 8.39. Тензорезисторный акселерометр

При движении звена *4* пластинка *1* изгибается под действием силы инерции тела *5* на величину, пропорциональную ускорению dV/dt. Деформация изгиба пластинки измеряется с помощью двух тензорезисторов, которые составляют два плеча моста, измерительная диагональ которого через усилитель включена на вход осциллографа. Образующийся при изгибе пластинки разбаланс измерительного моста обеспечивает непрерывную запись ускорения.

Чувствительность таких датчиков возрастает с уменьшением частоты собственных колебаний пластинки-балочки, зависящей от размеров L и h пластинки, от ее массы и материала.

Определение сил можно производить, используя экспериментально полученные записи перемещения, скорости и ускорения тела (или звена), на которое действует сила.

Более точными являются методы определения сил, основанные на принципе преобразования величины силы в величины деформаций, что вызовет изменение, например, электрического сопротивления, емкости, индуктивности, силы тока и т. д. Необходимые преобразователи могут быть выбраны из числа описанных в разделе 8.2.

8.3.7. Измерение мощности машины

Эффективную мощность N_e двигателя, то есть мощность, отбираемую от вала двигателя и поглощаемую внешним сопротивлением (например, тормозом), определяют, измеряя крутящий момент $M_{кр}$, развиваемый двигателем при данном числе оборотов n его вала:

$$N_e = M_{кр} \cdot \omega = 2\pi \cdot n \cdot M_{кр}, \tag{8.29}$$

где ω – угловая скорость вращения вала двигателя (рад/с).

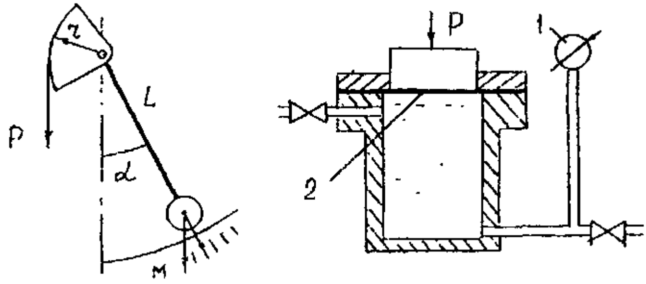
Если момент трения тормоза $M_{тр}=PL$ (L – плечо приложения силы P со стороны тормоза) равен $M_{кр}$, то

$$N_e = K \cdot P \cdot n, \tag{8.30}$$

где $K=2\pi L$ – постоянная тормоза.

В случае измерения мощности в лошадиных силах и n числом оборотов в минуту $K=L/716{,}2$, тогда длину плеча L целесообразно принимать кратной величине 716,2.

Измерение крутящего момента на валу двигателя сводится к определению силы на заданном плече ее приложения. Для этого можно использовать динамометры. Простейшие из них показаны на рис. 8.40.



а *б*

Рис 8.40. Схемы простейших динамометров.
а – маятниковый, *б* – гидравлический

Для маятникового динамометра сила $P = C\sin\alpha$, где $C = \dfrac{MgL}{r}$ – величина, зависящая от конструкции механизма (M – масса груза). Динамометр прост, но шкала его неравномерна.

В гидравлическом динамометре (месдозе) манометром *1* регистрируется давление, создаваемое в замкнутом объеме с жидкостью под воздействием силы P. Диафрагма *2* в зависимости от ожидаемых давлений изготавливается из специальной резины толщиной до 3 мм или из тонколистовой стали. При использовании таких динамометров необходимо помнить об изменении свойств жидкости от температуры окружающей среды и тарировать месдозу перед каждым испытанием.

Для определения силы (следовательно, и момента на валу двигателя) можно также использовать широко применяемые резисторные, емкостные или индуктивные преобразователи, описанные в разделе 8.2.

8.3.8. Измерение температуры

Способы применения термоэлектрических преобразователей, описанных в п. 8.2.5, зависят от особенностей исследуемых тел.

При измерении тепловых полей в потоке жидкости термопару помещают в специальный зонд. Вариант установки зонда показан на рис. 8.41.

Введение зонда в поток не должно нарушать тепловое и скоростное поле жидкости. Удобно вводить его в выходной торец трубы. Место ввода зонда герметизируют уплотнениями, чаще всего сальникового типа. Погрешность положения чувствительного элемента в трубе влияет на погрешность измерения температуры по сечению

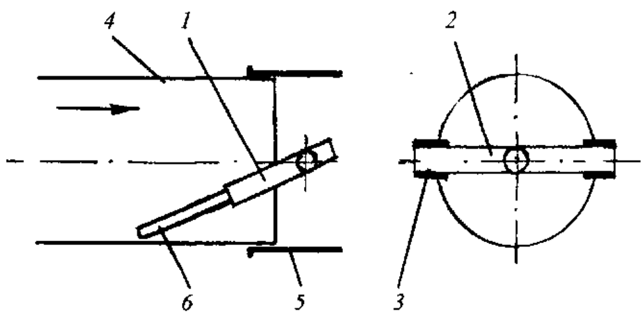


Рис. 8.41. Подвижный зонд для измерения температуры в потоке жидкости в трубе:
1 – тело зонда; *2* – поворотный вал; *3* – уплотнения; *4* – труба; *5* – камера зонда; *6* – чувствительный элемент

трубы, поэтому вращение поворотного вала осуществляют с помощью специальных устройств с точной фиксацией положений. За начальное положение при измерении теплового поля в потоке жидкости обычно принимается положение чувствительного элемента на поверхности обтекаемого тела, например, на внутренней поверхности трубы. Момент касания о стенку должен отмечаться каким-либо сигнальным устройством.

При оценке погрешностей измерения температуры в потоке жидкости необходимо учитывать наличие потоков тепла при движении его по проводам термопары, а также потоки конвективные (от жидкости к датчику) и радиальные (от трубы к датчику), при этом направление этих потоков может быть и обратным. Для снижения погрешностей измерения рекомендуется провода термопар изготавливать из материалов с низкой теплопроводностью, уменьшать размеры чувствительного элемента, покрывать его материалами с малыми значениями коэффициента теплового излучения.

При измерении температуры в газовом потоке часто применяют бесконтактные, оптические методы измерения. Оптический метод основан [39] на зависимости между плотностью ρ исследуемой среды и абсолютным показателем преломления:

$$n = \frac{C_{\text{вак}}}{C}, \tag{8.31}$$

где C – скорость света в исследуемой среде;

$C_{\text{вак}}$ – скорость света в вакууме.

В общем случае зависимость $\rho(n)$ дается формулой Лоренца:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \rho \frac{N}{M}, \tag{8.32}$$

где N – постоянная для данного вещества величина, называемая молекулярной рефракцией;

M – молекулярная масса (отношение массы данного вещества к 1/12 части массы изотопа углерода 12 с.

При $n \approx 1$ пользуются приближенным соотношением Гладстона-Дейла:

$$\frac{n-1}{\rho} = \frac{n_0 - 1}{\rho_0} = \text{const} = k, \tag{8.33}$$

где n_0 и ρ_0 – величины при фиксированных, обычно нормальных условиях.

В табл. 8.3 приведены значения n_0 для газов и паров при 0 °C и 0,101 МПа для длины световой волны 5893 Å (ангстрем).

Таблица 8.3

Значения n_0

Вещество	n_0	Вещество	n_0
Гелий	1,000035	Ацетилен	1,000606
Водород	1,000138	Этилен	1,000720
Водяной пар	1,000257	Хлор	1,000768
Кислород	1,000272	Этан	1,000770
Аргон	1,000284	Этиловый спирт	1,000874
Воздух	1,000292	Пропан	1,001081
Азот	1,000297	Ацетон	1,001100
Окись углерода	1,000334	Бутан	1,001300
Метан	1,000442	Хлороформ	1,001455
Двуокись углерода	1,000450	Эфир	1,001550
Метиловый спирт	1,000550	Четыреххлористый углерод	1,001768

Если известно давление в области течения газа, то пересчет плотности, определяемой с использованием зависимости (8.37) на температуру производят с использованием уравнения состояния.

При измерении температуры твердых тел погрешность будет уменьшаться, если спай термопары находится в хорошем тепловом контакте с телом. Для этого его приваривают, припаивают или зачеканивают в месте закладки спая. Заплавлять лучше серебром или медью.

Провода термопары желательно помещать в металлические капилляры, защищающие от воздействия внешних тепловых потоков. Если спай термопары помещается в гнездо внутри твердого тела, то обязательно необходимо учитывать искажение теплового поля в твердом теле из-за наличия в нем отверстия или выемки.

9. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Результаты, полученные в процессе научных исследований, становятся значимыми для общественности только тогда, когда они в той или иной форме представлены для ознакомления всем заинтересованным лицам. Форма представления материалов зависит от поставленной для исследования задачи, этапа исследований, полученных результатов, аудитории слушателей или читателей и т. д. В самом общем случае можно рассмотреть следующие виды информации о проведенных научных исследованиях: устные сообщения, письменные материалы, заявки на предполагаемые изобретения.

9.1. УСТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НАУЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Наиболее распространенной формой устного представления научных материалов является доклад на семинарах, совещаниях, симпозиумах, конференциях. Доклад по еще продолжающимся исследованиям, охватывающий какой-то отдельный их фрагмент, как правило, называют научным сообщением.

Семинары организуются отдельными подразделениями научной организации, например, кафедрой, факультетом, отделом. Известны также семинары, организуемые крупными учеными, авторитетными специалистами в науке или технике. Так, всему миру был известен теоретический семинар, организованный и в течение тридцати лет проводившийся выдающимся физиком-теоретиком Л. Д. Ландау, выступить на котором считалось святым долгом всех учеников и сотрудников великого физика [39]. Хорошую организацию любого семинара характеризуют факторы: серьезный отбор проблем для обсуждения, регулярность работы семинара, умение участников докладывать о результатах своих исследований.

Симпозиумы являются обычно полуофициальными беседами, на которых заслушиваются как заранее подготовленные доклады, так и выступления участников, сделанные экспромтом. Полуофициальность симпозиумов подчеркивается большим весом бесед в кулуарах, которые позволяют иногда почерпнуть больше сведений о научных достижениях коллег, чем это отражено в официальных докладах.

Конференции – самая распространенная форма обмена информацией – обычно отличаются привлечением к их участию большого числа научной общественности. Конференции могут быть как тематическими, посвященными обсуждению группы родственных научных или технических проблем, так и регулярными, периодическими (например, ежегодными), посвященными итогам работы научной организации в целом. Как правило, конференции открываются пленарными заседаниями с привлечением на них всех участников. На пленарных заседаниях заслушивается два-пять проблемных докладов ведущих ученых. Дальнейшая работа проводится по узконаправленным секциям, вырабатывающим свои предложения в решения и рекомендации конференции, которые затем обсуждаются и принимаются на заключительном пленарном заседании. Часто на конференциях встречается специфичная форма докладов – стендовые доклады. Для этого в определенных местах вывешиваются иллюстрированные материалы к докладам, и докладчики отвечают на вопросы участников конференции, проявивших интерес к представленной теме. Непосредственное обсуждение таких докладов наиболее целесообразно, если к началу конференции каждый участник получит сборник тезисов представленных на конференцию докладов.

Выступления с докладами – это не только возможность апробирования результатов научных исследований, но и воспитание умения вести научную дискуссию, быстро и аргументировано отвечать на вопросы коллег. Как в вопросах, так и в ответах особенно необходимо соблюдать корректность и выдержанность. Докладчик не должен делить вопросы на правильные и неправильные, второстепенные. Если он будет считать какой-либо вопрос не относящимся к представленному им докладу, то это, скорее всего, будет результатом его ошибки: он нечетко и неаргументированно изложил результаты своих исследований, ему необходимо тщательнее готовиться к докладу.

При подготовке доклада необходимо составить краткий план речи, выделить основные вопросы. Можно составить подробный конспект доклада. Зачитывать конспект нежелательно, однако его наличие придает уверенность докладчику в том, что он ясно и кратко изложит весь материал и не пропустит что-то важное из-за возможного волнения перед аудиторией. Конспект не должен быть слишком подробным. Если в нем приводятся какие-то числа, то их порядок лучше записывать словами (например, "миллион"), чтобы во время доклада не подсчитывать количество нулей. Целесообразно при изложении материала пользоваться заранее подготовленными иллюстрированными материалами. Мелом и доской лучше пользоваться только в исключительных случаях.

Основными видами иллюстрированного материала являются чертежи, рисунки, схемы, диаграммы, графики и письменные тексты.

Чертежи используют, когда надо максимально точно показать конструкцию машины, агрегата или отдельного узла. Выполнение чертежа должно подчиняться правилам черчения и соответствующим стандартам, при этом чертеж не должен содержать излишних элементов, затемняющих основную конструкцию. Надо помнить, что это все-таки иллюстрация, а не рабочий чертеж сборки или изготовления узлов.

Рисунки выполняются, как правило, в аксонометрической проекции. На рисунках проще всего устранить лишние детали, они позволяют показать объект в нужном для докладчика ракурсе с возможными разрезами, поясняющими суть устройства или работы механизма. В некоторых рисунках удобно показывать процесс сборки сложных узлов, сдвигая изображения отдельных деталей по необходимым осям координат.

Схема – это изображение, передающее основную идею машины, узла или процесса с помощью условных обозначений. Схемы показывают взаимосвязи отдельных элементов и устройств. Связи могут быть кинематическими, гидравлическими, тепловыми, электрическими, информационными и т. п. Изображать их следует с соблюдением соответствующих стандартов, при этом масштабы отдельных элементов могут не соблюдаться.

Диаграмма – весьма наглядный способ графического изображения зависимости между исследуемыми величинами. На рис. 9.1. показаны примеры наиболее распространенных типов диаграмм (столбиковых, секторных).

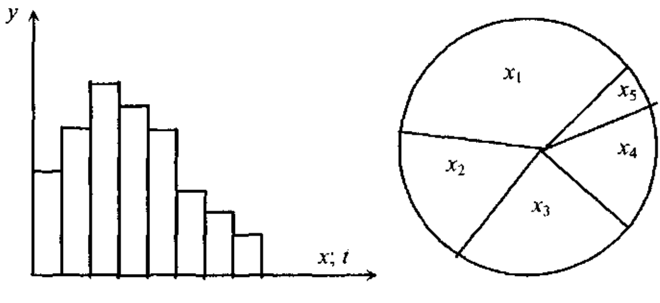


Рис. 9.1. Типовые диаграммы:
а – столбиковая диаграмма; *б* – секторная диаграмма

17 Зак. 22

Линейные диаграммы, на которых изображаются соединенные ломаной линией вершины ординат (это могут быть какие-либо показатели или размеры результативного признака на какой-то момент или период времени) целесообразнее заменять графиками.

На рис. 9.2 приведены типичные графики, иллюстрирующие изменения перемещения и скорости некоторого тела в зависимости от времени.

Вместо рисок, показывающих масштабы величин, можно наносить координатную сетку. В большинстве случаев усредняющие линии (на рис. 9.2 они обозначены цифрами *1* и *2*) точнее отражают действительные зависимости, нежели ломаные, проведенные через экспериментальные точки. Как видно из примера, график должен содержать общий заголовок, пояснения условных знаков и смысла графических образов, оси координат с масштабной шкалой или числовой сеткой. На нем могут быть и другие данные, уточняющие смысл графика (например, можно указать: "при массе $m = 1$ кг"). Числовые деления на осях координат не обязательно начинать с нуля, в то же время нельзя искусственно (за счет масштаба и смещения начала отсчета) искажать смысл полученных зависимостей.

Многие научные доклады иллюстрируются письменными текстами. Чаще всего это математические зависимости, полученные в процессе проведения исследований. Эти тексты должны быть краткими, ясно изложенными. Обычно приводятся исходные положения, принятые допущения и полученные результаты, промежуточные преобразования при этом опускаются. Необходима расшифровка всех буквенных обозначений, используемых величин за исключением общепринятых. Если на приведенные формулы делаются ссылки в процессе доклада, то их следует пронумеровать.

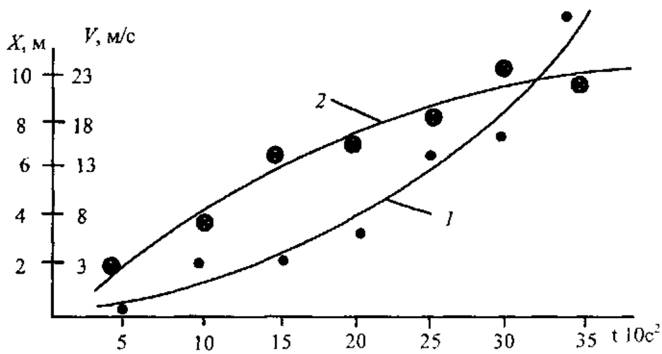


Рис. 9.2. Результаты экспериментов:
1 - перемещения, *2* - скорости

Все иллюстративные материалы должны быть выполнены в соответствии с действующими стандартами, при выборе их размеров следует учитывать ту аудиторию, где они будут докладываться. Все представленное слушателям доклада должно быть им хорошо видно. С этой целью широко используются технические средства: диапроекторы, кинопроекторы и т. п. В этом случае слайды, на которых изображен иллюстративный материал, целесообразно пронумеровать для легкости возврата к нему, если это понадобится по просьбе слушателей или при ответах на вопросы к докладчику.

9.2. ОФОРМЛЕНИЕ ПИСЬМЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

При написании *научного отчета* целесообразно придерживаться рекомендуемого [6] общего плана изложения: название, оглавление, вступление, обзор литературы, основное содержание, выводы, заключение, перечень литературных источников, приложение.

Название работы должно быть кратким и в то же время наиболее полно отражающим содержание работы. Оно выносится на титульную страницу, форма которой приведена на рис. 9.3.

На полях, указанных на рисунке, размещают следующее:

1 – наименование министерства (ведомства) и организации (перечисляется не более трех уровней организационной структуры: министерство, объединение, институт);

2 – в левой части индекс УДК, номер государственной регистрации и инвентарный номер отчета; в правой части специальные отметки государственной службы стандартных справочных данных;

3 – в левой части гриф согласования: "Согласовано", а также фамилия, должность, ученая степень и звание лица, с которым согласовывается отчет, его подпись и дата согласования; в правой части гриф "утверждаю" с теми же данными на лицо, утверждающее отчет, что и для согласовывающего лица;

4 – указание о виде документа (например, "Отчет") и наименование зарегистрированной НИР, ниже прописными буквами наименование отчета, а под ним строчными буквами указание о виде отчета (промежуточный или заключительный);

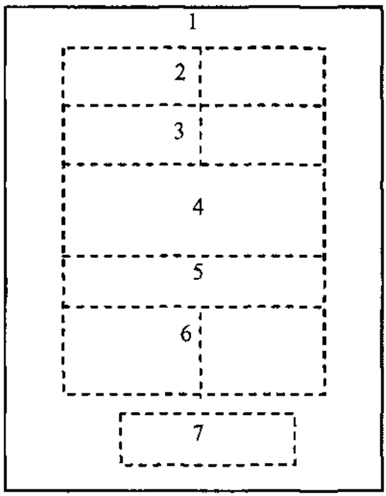


Рис. 9 3 Форма титульного листа

5 – шифр этапа в соответствии с программой работ;

6 – должности, ученые степени и звания руководителей подразделения и НИР; справа от каждой подписи проставляют инициалы и фамилию подписавших отчет лиц, а также дату подписания;

7 – город и год выпуска отчета.

Список исполнителей отчета размещается на отдельной странице (если исполнитель один, то указание о нем и его подпись делаются на титульном листе). Должности, степени и звания исполнителей располагаются слева от фамилии с инициалами. Возле каждой фамилии в скобках указывается номер раздела, выполненного и подготовленного данным исполнителем.

Оглавление (содержание) может располагаться либо в начале, либо в конце рукописи. Дабы не загромождать оглавление, наименование подразделов третьего порядка можно не приводить, указывая, например, только главы и параграфы.

Вступление должно быть кратким. Оно должно вводить читателя в круг рассматриваемых проблем и основных вопросов исследования. В вступлении обосновывается актуальность проблемы, определяются цели и задачи исследования.

Обзор литературы должен быть кратким, но полным, при этом необходимо суметь отделить наиболее важную литературу от менее существенной. Это позволит определить положение данной работы в общем массиве работ по данной теме.

Основное содержание работы включает в себя обзор методов проведенного исследования; описание оборудования и стендов, использованных при работе; результаты экспериментов, их обобщение и интерпретацию; оценку согласованности экспериментальных и теоретических результатов; выводы по каждому этапу работы.

При изложении основного содержания особое внимание следует обращать на точность используемых терминов и основных понятий, присущих проблеме. Задачей изложения является доказательство истин, выявленных в результате исследования. В связи с этим тексту изложения должны быть присущи смысловая законченность и целостность фраз, их связность. Каждый абзац должен содержать какую-то одну мысль, идею. Построение фраз не должно быть громоздким. Спецификой их в научных отчетах является частое использование специальных вводных слов и словосочетаний типа "по данным", "по нашему мнению", "по мнению таких-то авторов" и др. Подбирая слова для анализа результатов исследований, необходимо избегать чрезмерного употребления новых понятий, особенно образованных от иностранных слов. Стремление авторов придать своему труду видимость научности во многих случаях приводят к нарушению ясности изложения, к наукообразию. Образный пример такого наукообразия приводит Ф. А. Кузин [40]: " ..можно прочесть: "Дымовая труба – неотъемлемая принадлежность каждого огневого очага", где под огневым очагом понимается обычная печь".

Если в тексте научного отчета принята специфическая терминология, а также употребляются новые символы, обозначения или малораспространенные сокращения, встречающиеся в тексте более трех раз, то их перечень должен быть представлен в виде отдельного списка. Перечень должен располагаться столбцом, в котором в алфавитном порядке приводят эти термины или сокращения, а рядом дается их детальная расшифровка. Если же они встречаются менее трех раз, то расшифровку делают в тексте при первом упоминании. Особое внимание следует уделять цифровому материалу, так как ошибки в цифровом материале могут существенно исказить смысл текста и привести к неверным выводам. Цифровой материал удобно представлять в виде таблиц. По содержанию таблицы делятся на аналитические и неаналитические. В аналитических таблицах цифровые показатели являются результатом обработки и анализа, что дает возможность выявить и сформулировать какие-либо закономерности. После таких таблиц обычно делаются выводы. В неаналитических таблицах помещаются некоторые статистические данные, позволяющие лишь дать информацию о результатах, например, экспериментов.

На рис. 9.4 приведен пример построения таблицы.

Таблицы нумеруют арабскими цифрами в пределах всего текста или по разделам. Заголовок и слово "Таблица" начинают с прописной буквы. Заголовок не подчеркивают. Заголовки граф таблиц

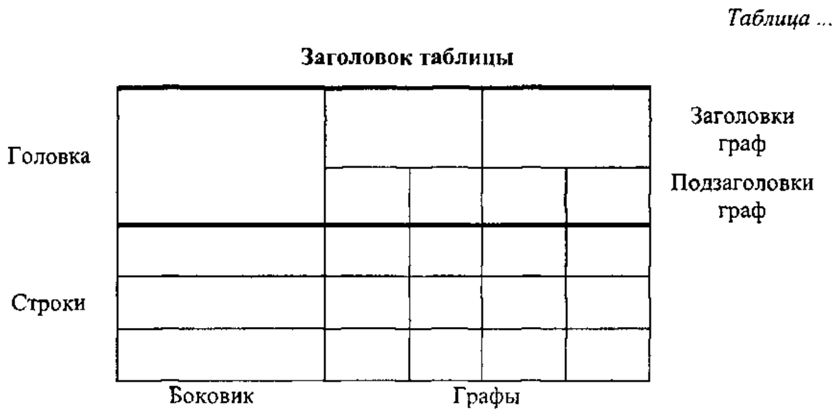


Рис. 9.4. Пример построения таблицы

должны начинаться с прописных букв, подзаголовки – со строчных, если они составляют одно предложение с заголовком, и с прописных, если они самостоятельные. Высота строк должна быть не менее 8 мм.

Таблицу размещают таким образом, чтобы ее можно было читать без поворота отчета или с поворотом по часовой стрелке. Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другой лист, при этом заголовок помещают только над ее первой частью. При громоздкой головке таблицы нумеруют графы и на следующих страницах приводят только нумерацию, а над нею помещают слова "Продолжение таблицы ...". Таблицу с большим количеством граф допускается делить на части и помещать одну часть под другой в пределах одной страницы. Если делается перенос на другую страницу, необходимо повторить боковик.

В таблицах не допускается ставить кавычки вместо повторяющихся цифр, знаков, математических или химических символов. Кавычки допускаются, если в графах повторяется какое-либо слово. Если повторяется два или более слов, то при первом повторении их заменяют словами "То же", а далее – кавычками. При отсутствии цифр или других знаков в какой-либо строке ставится прочерк.

В случае приведения в тексте математических или химических формул необходимо иметь в виду, что они являются равноправными членами предложения, на них распространяются обычные правила пунктуации. Пояснение значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой в той же последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента следует давать с новой строки, начиная объяснение словом "где" без двоеточия. Если в тексте на формулы имеются ссылки, то формулы нумеруют арабскими цифрами в скобках справа от формулы. При сложной формуле, имеющей несколько строк, номер ставится на уровне последней строки.

Формулы, объединенные фигурной скобкой, получают один номер, который ставится в правом краю страницы напротив острия фигурной скобки. Промежуточные формулы, не имеющие самостоятельного значения и записываемые лишь для вывода основных формул, нумеруют строчными буквами русского алфавита или звездочками, например: (а), (б), (*), (**). В больших по объему работах нумерацию формул целесообразно давать не сквозную, а по главам. Например, (4.3), (4.4), что означает: третья и четвертая формулы главы четвертой.

Качество иллюстраций в отчете должно обеспечивать их четкое воспроизведение при электрографическом копировании, микрофильмировании и т. п. Это должны быть штриховые рисунки или подлинные фотографии. Иллюстрации должны быть расположены так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота отчета или с поворотом по часовой стрелке. Располагают их после первой ссылки на них.

Выводы в отчете могут излагаться в конце каждого раздела или в конце всей работы. Они должны соответствовать только тому материалу, который анализировался в данном отчете. В выводах в тезисном изложении приводятся основные доказанные данным исследованием положения. Выводы следует пронумеровать.

Заключение позволяют обобщить наиболее существенные положения данного исследования, подвести его итоги и поставить те вопросы, которые следовало бы изучить в дальнейшей работе. Оно должно дать возможность читателю ясно представить сущность данной работы, оценить достигнутые результаты и сделать выводы о возможных путях дальнейших исследований.

Перечень литературных источников приводится обычно в конце отчета. Если цитируемых литературных источников было мало, и используются они по одному разу, то допускается этот раздел отчета не приводить. В этом случае сведения о них приводятся в сносках внизу той страницы, где имеется упоминание о них. Если же в работе цитируемых литературных источников много, и они неоднократно повторяются, то в тексте следует указать порядковый номер данного источника, соответствующий приведенному в конце отчета перечню. Номер источника заключается в квадратные скобки.

Перечень литературных источников составляется либо по порядку ссылок на них в тексте отчета, либо по алфавиту фамилий авторов (или заглавий). При расположении сведений о литературных источниках по алфавиту вначале приводятся материалы на языке текста издания, а потом – на других языках.

В соответствии с ГОСТ 7.1–84 "Библиографическое описание документа. Общие требования и правила составления" [41] в каждой позиции перечня литературных источников обязательны следующие описания:

область заглавия и сведений об авторстве;
область издания;
область выходных данных;
область количественной характеристики;
область серии;
область примечаний.

В перечне области отделяются друг от друга разделительным знаком "точка и тире" (. –).

При наличии одного-двух авторов их фамилии и инициалы пишутся сразу после порядкового номера в перечне до заглавия работы. Если имеется три автора, то первый из них с добавлением слов "и др."; все три автора указываются после заглавия работы. Если авторов четыре, то их фамилии и инициалы указываются после заглавия работы. Если авторов более четырех, то после заглавия работы указываются фамилии и инициалы первых трех с добавлением слов "и др.".

В заглавие вносятся сведения, уточняющие или поясняющие его содержание, например, "Учеб. пособие", "Метод. указания", "В 2-х ч. Ч.1", "Дис....канд. техн. наук", а также указания на сведения о журналах, сборниках тезисов или сборниках статей, материалы которых приведены в перечне. В случае цитирования патентных документов их регистрационные номера и классы записываются перед заглавием.

В пределах области применяют следующие разделительные знаки:

= (знак равенства) – перед каждым параллельным заглавием;

: (двоеточие) – перед другим заглавием или перед сведениями, относящимся к заглавию;

/ (косая черта) – перед сведениями об авторстве;

; (точка с запятой) – для отделения друг от друга групп авторов;

, (запятая) – для отделения друг от друга фамилий авторов;

// (две косые черты) – перед наименованием журнала или сборника статей, тезисов.

Область издания. В данной области приводятся сведения о повторности издания (2-е изд., 3-е изд.) и о его характеристике (исправленное, дополненное, стереотипное и т. д.). Здесь же могут быть сведения об авторстве, относящиеся только к данному повторному изданию (2-е изд., доп. А. А. Антоновым).

В пределах области применяют знаки препинания, принятые в грамматике.

Область выходных данных. Обязательными сведениями в этой области являются место издания, издательство (или издающая организация) и год издания. Название места издания приводится полностью, за исключение названий городов: Москва – М. и Санкт-Петербург – С-Пб. Год издания обозначается арабскими цифрами. Внутри области в качестве разделительного знака применяется запятая (,), ставящаяся перед годом издания; перед наименованием издательства ставится двоеточие (:).

Область количественной характеристики. Для книг указывается общее количество страниц (326 с., 112 с. и т. д.). Для статей указываются номера страниц, на которых она размещена, например, с. 78–83.

Область серии. В перечнях литературных источников к этой области относятся номера журналов для статей, цитируемых из них.

Область примечаний. В этой области приводятся примечания, относящиеся как к работе в целом, так и к отдельным областям и элементам библиографического описания работы. Примечания не являются обязательными при составлении перечня литературных источников.

Особенностью описания *патентной документации* является наличие области специфических сведений о документе, которая включает в себя дату регистрации заявки, дату публикации и номер бюллетеня. Пример ссылки на авторское свидетельство: "А. С. 1681805, МКИ А 01 № 1/00. Раствор для фиксации биологических объектов / Брель А. К., Краюшкин А. И., Складановская Н. Н. и др. (СССР). – № 4704448; Заявлено 14.06.89; Опубл. 30.03.90. Бюл. № 12. – 2 с."

При ссылках на *депонированную* статью появляется область указания на депонирование. Например, ".–Деп. в ВИНИТИ 30.01.96. № 1381".

При ссылках на отчеты о научно-исследовательских работах необходимо указывать их номер государственной регистрации и инвентарный номер отчета. Например, "Разработка контролирующих устройств: Отчет о НИР/ТИАСУиРЭ; Научный руководитель Ю. П. Шевелев.– Тема 14/88; № ГР01880062824; инв. № 0286238. – Томск, 1989. – 26 с."

9.3. ОФОРМЛЕНИЕ ЗАЯВКИ НА ПРЕДПОЛАГАЕМОЕ ИЗОБРЕТЕНИЕ

Результаты научных исследований, особенно в области технических наук, могут содержать решения, соответствующие требованиям, предъявляемым к изобретениям или полезным моделям. Для обеспечения охраны приоритета таких разработок необходимо оформлять заявки на изобретения или полезные модели.

Объектами изобретений могут быть [42] *устройство* (конструкции и изделия), *способ* (процесс выполнения действий над материальным объектом с помощью материальных объектов), *вещество* (индивидуальные химические соединения, в том числе высокомолекулярные соединения и продукты генной инженерии; составы и смеси; продукты ядерного превращения), *штаммы* микроорганизмов, культуры клеток растений и животных (как индивидуальных, так и консорциумов), а также *применение известных* ранее устройств, способов, веществ и штаммов по новому назначению.

Не признаются патентоспособными изобретениями научные теории и математические методы; методы организации и управления хозяйством; условные обозначения, расписания и правила; методы выполнения умственных операций; алгоритмы и программы для вычислительных машин; проекты и схемы планировки сооружений, зданий и территорий; решения, касающиеся только внешнего вида изделий, направленные на удовлетворение эстетических потребностей; топологии интегральных микросхем; сорта растений и породы животных; решения, противоречащие общественным интересам, принципам гуманности и морали.

Специфической формой охранных документов является свидетельство на *полезную модель*. К полезным моделям относится [43] конструктивное выполнение средств производства и предметов потребления, а также их составных частей. Признаки непризнания патентоспособными полезными моделями те же, что и для изобретений, расширенные еще одним: "– способы, вещества, штаммы микроорганизмов, культур клеток растений и животных, их применение по новому назначению".

В дальнейшем под термином "изобретение" будем понимать также и полезную модель. Отдельные отличительные требования будем оговаривать особо.

Заявка на выдачу патента на изобретение подается в Федеральный институт промышленной собственности Российского агентства по патентам и товарным знакам (ФИПС). Автором изобретения является физическое лицо, творческим трудом которого оно создано. Он имеет право на подачу заявки, если изобретение не является служебным, а также в случае, если оно является служебным, но договором между автором и работодателем предусмотрено право автора на получение патента или если работодатель в течение четырех месяцев с даты уведомления его автором о созданном служебном изобретении не подаст заявку, не переуступит право на подачу заявки другому лицу и не сообщит автору о сохранении изобретения в тайне.

Заявка должна содержать:

заявление о выдаче патента по форме, установленной правилами;

описание изобретения, раскрывающее его с полнотой, достаточной для осуществления;

чертежи и иные, необходимые для понимания сущности изобретения материалы;

реферат.

Описание изобретения начинается с его названия, которое должно характеризовать его назначение. В описание включаются следующие разделы:

область техники, к которой относится изобретение (если областей несколько, указываются преимущественные);

уровень техники;

сущность изобретения;

перечень фигур чертежей и иных необходимых материалов;

сведения, подтверждающие возможность осуществления изобретения.

В разделе "Уровень техники" приводятся сведения об известных заявителю аналогах изобретения. Наиболее близкий аналог принимается за прототип. При описании аналогов делаются ссылки на источники информации о них и указываются причины, препятствующие получению требуемого технического результата.

В разделе "Сущность изобретения" необходимо подробно раскрыть задачу, на решение которой направлено заявляемое изобретение, указать технический результат, который может быть получен при осуществлении изобретения. Изобретение должно обладать существенными (влияющими на технический результат) признаками, достаточными для достижения поставленной задачи. Технический результат может выражаться, в частности, в снижении (повышении) коэффициента трения, в снижении вибрации, в повышении производительности и т. п. Если изобретение обеспечивает получение нескольких технических результатов, рекомендуется их указать.

Для характеристики устройств используются следующие признаки: наличие конструктивных элементов, наличие связи между элементами, взаимное их расположение, форма элементов, связи между ними и т. п. Для характеристики способов можно использовать следующие признаки: наличие действия или совокупности действий во времени, условия осуществления действий и т. п.

В разделе описания, посвященном подтверждению возможности осуществления изобретения, необходимо показать, как достигается реализация указанного в заявке назначения. Так, для устройства сначала приводится описание его конструкции в статическом положении со ссылками на фигуры чертежей, а потом описывается его действие или работа. При необходимости желательно приводить поясняющий материал: диаграммы, циклограммы, эпюры и т. д., а также алгоритмы или математические выражения. Для изобретения, относящегося к способу, указывается последовательность действий над материальным объектом, а также условия проведения действий, конкретные их режимы (давление, температура и т. п.).

Каждый раздел описания выделяется отдельным абзацем, название его не пишется.

Формула изобретения определяет объем правовой охраны, предоставляемой патентом. Она должна полностью основываться на описании, то есть характеризовать изобретение понятиями, содержащимися в его описании. Признаки изобретения, выраженные в формуле, должны однозначно пониматься специалистом на основании известного уровня техники. Признак изобретения целесообразно характеризовать общим понятием, выражающим функцию или свойство, охватывающим разные частные формы его реализации. При этом в формуле целесообразно не ссылаться на источники информации и поясняющий материал к заявке.

Формула, как правило, состоит из ограничительной части, включающей признаки изобретения, совпадающие с признаками прототипа и обязательно отражающие назначение устройства или способа, и отличительной части, включающей признаки, которые отличают изобретение от прототипа. Обычно после ограничительной части вводится словосочетание "отличающийся тем, что", непосредственно после которого излагается отличительная часть.

По структуре формула изобретения может быть однозвенной и многозвенной. Однозвенная формула применяется для характеристики одного изобретения с совокупностью существенных признаков, не имеющей развития или уточнения применительно к частным случаям его выполнения. Если же возможны частные случаи выполнения или использования изобретения, применяется многозвенная формула с одной ограничительной частью и несколькими отличительными частями (зависимыми пунктами), нумеруемыми арабскими цифрами последовательно по мере их изложения.

Признаки устройства излагаются в формуле так, чтобы характеризовать его в статическом состоянии, допуская при этом указания на его подвижность, возможность реализации некоторых функций (например, словосочетаниями "с целью торможения", "с возможностью фиксации" и т. п.). Признаки способа, характеризующие действия (приемы, операции) излагают в третьем лице в изъявительном наклонении во множественном числе (например, нагревают, увлажняют, прокаливают и т. п.).

Материалы, поясняющие сущность изобретения, оформляется в виде графических изображений (чертежей, схем, рисунков, графиков, эпюр, осциллограмм и т. д.), фотографий и таблиц. Они представляются на отдельных листах (210×297 мм), в правом верхнем углу которых приводится название изобретения. Допускается на одном листе изображать несколько фигур, но при этом они должны четко отделяться друг от друга. Графические изображения выполняются черными нестираемыми линиями одинаковой толщины по всей длине, без растушевки и раскрашивания. Масштаб изображения принимается произвольный. Элементы чертежа обозначаются арабскими цифрами с единой нумерацией на всех фигурах в порядке упоминания их в тексте описания. Схемы выполняются с использованием стандартизованных условных обозначений. Форма представления математических выражений не регламентируется. Математические обозначения >, <, или = и другие при приведении их вне формул по тексту описания должны писаться словами (больше, меньше, равно и т. п.).

Следует иметь в виду, что при рассмотрении заявки на изобретение в патентном ведомстве по существу особое внимание обращается на формулу изобретения, а также на соответствие изобретения условиям промышленной применимости, новизны и изобретательского уровня. В связи с этим в описании изобретения до его формулы должны быть приведены соответствующие доказательства.

Отличительной особенностью заявки на выдачу свидетельства на полезную модель является отсутствие требования к наличию доказательства в материалах заявки соответствия ее изобретательскому уровню.

Изобретение является *промышленно-применимым*, если оно может быть использовано в промышленности, сельском хозяйстве, строительстве и других отраслях деятельности. В материалах заявки должны быть описаны средства и методы, с помощью которых возможно осуществление изобретения в том виде, как оно охарактеризовано в любом из пунктов формулы изобретения. Допустимо и отсутствие таких сведений в заявке, если указанные средства и методы были описаны в общедоступных источниках.

Изобретение является новым, если оно не известно из общедоступного уровня техники, в который включаются также все изобретения и полезные модели, запатентованные в Российской Федерации. Изобретение не признается соответствующим условию новизны, если в уровне техники выявлено средство, которому присущи признаки, идентичные всем признакам, содержащимся в формуле изобретения, включая характеристику назначения.

Изобретение имеет *изобретательский уровень* (как указано выше, этот раздел не обязателен при подаче заявки на полезную модель), если оно для специалиста явным образом не следует из уровня техники, то есть не выявлены решения, имеющие признаки, совпадающие с отличительными признаками предполагаемого изобретения. Возможно также, что такие признаки выявлены, но не подтверждена известность влияния отличительных признаков на указанный в заявке технический результат.

Не признаются соответствующими условию изобретательского уровня изобретения, основанные, в частности:

на дополнении известного средства какой-либо известной частью, присоединяемой к нему по известным правилам, для достижения технического результата, зависящего именно от этого дополнения;

на замене какой-либо части известного средства другой известной частью для достижения технического результата, в отношении которого установлено влияние именно такой замены;

на исключении какой-либо части средства с одновременным исключением некоторых функций устройства, обеспечиваемых именно этой частью, хотя при этом могут приобретаться некоторые положительные качества устройства (упрощение, уменьшение массы, повышение надежности и т. п.);

на увеличении количества однотипных элементов или действий для усиления технического результата;

на выполнении известного средства или его части из известного материала;

на создании средства, состоящего из известных частей, выбор которых и связь между которыми осуществлены на основании известных правил, а технический результат обусловлен только известными свойствами этих частей.

Реферат служит для целей информации об изобретении и представляет собой сокращенное изложение содержания описания изобретения. В него включаются название, характеристика области техники, характеристика сущности изобретения с указанием технического результата со свободным изложением формулы, но при обязательном упоминании всех существенных признаков. В нем могут содержаться и дополнительные сведения, указывающие, например, на наличие и количество зависимых пунктов формулы, графических изображений, таблиц. Реферат ограничивается в объеме до 1000 печатных знаков.

10. РЕЗУЛЬТАТЫ НАУЧНЫХ РАЗРАБОТОК КАК ТОВАР

10.1. ОСОБЕННОСТИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

В условиях развития рыночных отношений собственность является таковой в том случае, если каждый отдельно взятый хозяин собственности добросовестно признает право собственности за другим хозяином. Различные аспекты (юридический, экономический, имущественный) формирования собственности становятся тогда единой системой, когда в нее входит нравственный (этический) аспект. От степени развития нравственных аспектов зависит устойчивость прав собственности. Усиление моральной и этической сторон собственности, обусловливающее признание и уважение чужих прав наиболее тесно связано не с феноменом имущественного права, а с таким феноменом, как интеллектуальная собственность, возникновение и развитие которой зависит от общественного признания, развития конкуренции, наличия эффективной системы поддержки и защиты результатов интеллектуального труда его авторов.

Современный цивилизованный рынок [45] основан на признании и уважении чужой собственности, выгоды конкурента, партнера, кредитора, налогоплательщика. Никто не имеет никаких экономических привилегий. Поощряется стремление выйти на высшую ступень конкурентности, используя свои знания, умения, опыт, трудолюбие, организованность, личную мобильность.

Равноправие и свобода всех субъектов, доверие между ними, уважение права чужой собственности – есть объективное требование рынка, развивающегося при одновременной реализации права интеллектуальной собственности. Любой вид отчуждения интеллектуальной собственности не имеет здравого смысла, так как нельзя обманывать тех, кто несет огромные расходы (государственные или личные) ради увеличения доходов в будущем.

Интеллектуальную собственность нельзя принудительно взыскать, изъять, так же как и нельзя силой заставить изобретать, совершенствовать, старательно, добросовестно интеллектуально трудиться, так как нет критериев оценки этих качеств. Для творческого труда необходимы личные этические, моральные, нравственные мотивации, заложенные в творческую личность, ее самоорганизацию. Особенностью современного рынка является то, что он является кредитным, доверительным, базируется на взаимной нравственности всех рыночных субъектов: банков, общественных объединений, международных ассоциаций, являющихся инициаторами, гарантами, кредиторами, спонсорами важнейших программ, хозяйственных мероприятий.

По мере развития государства (рабовладельческое, феодальное, капиталистическое, социалистическое) наибольшее значение в качестве объекта присвоения приобретают результаты мозговой, творческой, управленческой деятельности людей. При этом главным составляющим элементом собственности являются такие ее функции, как использование, владение, управление, обновление. В соответствии с этим собственник может выступать в четырех ролях – пользователь, владелец, управитель или инноватор (обновитель, реформатор); либо в сочетании этих ролей. Этим сочетанием определяется самоорганизация отношений собственности, характеризуемая либо авторитаризмом, монополизирующим все собственнические функции, либо демократизмом, согласованно распределяющим функции собственности. Это, по сути, две конкурирующие формы собственности, между которыми с переменным успехом идет борьба. Успех в этой борьбе зависит от эффективности организации функции обновления.

В экономическом плане эта функция совпадает с возмещением и накоплением капитала; в управленческом – с подготовкой и переподготовкой кадров; в социальном – с наукой и образованием, усилением значимости которых в рыночном обмене происходит формирование интеллектуальной собственности. Собственность необходимо понимать не только как совокупность прав на пользование, владение, распоряжение имуществом, но и как совокупность риска и ответственности в процессе развития этих прав в условиях конкуренции. Для самоорганизации отношений собственности специфичен доверительный характер. При этом уважение чужих прав собственности, когда каждый охраняет чужое право от внешних посягательств, как свое собственное, обеспечивает стабильность системы.

Интеллектуальная собственность нуждается в особых формах защиты, так как она не может быть обеспечена силой. Практика показала, что лучшей формой защиты интеллектуальной собственности является правовое регулирование, основанное на справедливом распределении издержек и выгод, при добросовестном выполнении обязательств каждым из субъектов собственности.

К настоящему времени сложилось четыре вида собственности: кооперативная, акционерная, доверительная и смешанная. В условиях межнациональной экономической конкуренции активно развивается и постоянно совершенствуется система национальных прав собственности. При этом зрелость всех форм права собственности зависит от качественного уровня процесса создания, внедрения, масштабирования и реализации технологических, финансовых, социальных, благотворительных разработок. В России право интеллектуальной собственности формулируется двояко: или как юридически оформленная и финансово защищенная монополия на ту или иную новацию (изобретение, ноу-хау, научно-исследовательские, технические или технологические результаты, оригинальные продукты, услуги, процессы, методы, информация), или как система юридических норм и финансовой поддержки высокопрофессиональных работников, специалистов, работающих по найму.

Первым вариантом предусматривается система защиты научных приоритетов, авторских прав, патентов, лицензий, коммерческих тайн, торговой марки.

Вторым вариантом право интеллектуальной собственности формируется как смешанное право юридических и физических лиц, государственных организаций, учреждений, банков, корпораций, фирм, создающих и использующих фонды поддержки рисковых начинаний и инициатив, финансирующих научно-технические, инновационные, инвестиционные и социальные программы.

Для освоения финансовых ресурсов к выполнению программ привлекаются на основе конкретных договоров высокопрофессиональные специалисты в роли исследователей, разработчиков, испытателей, экспертов, консультантов, задачей которых является как получение новых знаний, так и оригинальная интерпретация имеющейся информации, а также обучение и переквалификация персонала. Поэтому понятие "интеллектуальная собственность" включает на законодательной основе право профессионалов на свободный доступ к необходимой информации, право на свободную публикацию в открытой печати с целью обмена результатами проведенных исследований, определения приоритетов конкретных лиц. Информация является питательной средой интеллектуальной деятельности. Широкая информация, публикации и т. д. – это основа дальнейшего развития, которая является формой реализации прав интеллектуальной собственности, без которой немыслим инновационный процесс. Он немыслим там, где господствует бюрократическое начальническое присвоение научных результатов. Дефицит научной и общественно-политической информации приводит к таким потерям для общества, которые сопоставимы со

18 Зак 22

стихийными бедствиями и экологическими катастрофами, а порою он является и причиной их.

Любая засекреченность информации порождает не только монополию на информацию со стороны должностных лиц, но и способствует появлению корыстолюбивых бюрократов, которые в таких условиях сохраняют видимость своей компетентности на фоне возрастающей некомпетентности профессионалов, обусловленной отсутствием информации. Информационный голод порождает неразвитое экономическое, политическое и техническое мышление. Глубина удовлетворения профессионалов деловой информацией определяет основу формирования системы прав интеллектуальной собственности и отражает полноту реализации этих прав. Право интеллектуальной собственности реализуется как удовлетворение потребностей в информации, развивается как право профессионалов и специалистов, занимающихся:

а) управлением организационными структурами в системе общественного производства, маркетинга некоммерческой деятельности и государственного обслуживания;

б) научно-исследовательской, проектно-конструкторской, экспериментальной деятельностью, обновлением фондов научной, аналитической, методической и т. д. информацией, генерацией новых изобретательских идей, созданием новых видов техники, технологий, продуктов, видов услуг, улучшением производимых изделий в университетах, вузах, НИИ и т. д.;

в) собиранием, хранением и классификацией разнообразной информации, проведением информационного обеспечения на базе информационных и вычислительных центров, фирм, институтов, библиотек, фондов;

г) педагогической, преподавательской, обучающей, консультационной деятельностью, направленной на подготовку и переподготовку специалистов.

С точки зрения экономической, право интеллектуальной собственности является индивидуальным и общественным капиталом в виде совокупного человеческого интеллекта и его прирост приносит увеличение дохода всем участникам инвестирования средств.

Государственная система монопольного права собственности с приоритетом прав материального производства по отношению к интеллектуальным сферам обратили их в жертву тяжелой и оборонной промышленности. Опыт социализма показывает, что такой однобокий подход оборачивается расточительством всех видов ресурсов. И когда потребовалась активизация научно-технических, социальных, инновационных факторов, проявилась губительная инерционность государственной системы монопольного права собственности.

Интеллектуальная и изобретательская собственность выражают сочетание предпосылок и результатов целесообразной деятельности людей, совершаемой ими в процессе жизни и смены поколений. Сущность процессов труда (производства) и познания (потребления) заключается в создании и реализации новаций, улучшающих качество жизни, повышающих производительность труда и эффективность познания.

Особую форму результатов человеческой деятельности представляют знания, определяющие содержание конкретной деятельности, являющиеся предшественником превращения интеллектуальной собственности в новацию. Знание есть преобразованная, аналитически интерпретированная информация, то есть всякое знание есть информация, но не всякая информация является знанием. На основе полученных знаний формируются мотивации, и в этом плане знание представляет собой четко обоснованную мотивацию, в то время как информация сама по себе является лишь раздражителем, действующим на органы чувств человека. Правовой защите, в свете сказанного, подлежит не информация и не знания, получившие общее признание и применение, а новации.

10.2. ХАРАКТЕРНЫЕ ЧЕРТЫ НОВАЦИИ

Новация – это качественно новый, специфический товар, рынок которого сформирован под влиянием современной НТР и идей маркетинга. В отличие от вещей (золота, нефти, газа, одежды) этот товар невозможно и неправомерно рассматривать в одной плоскости наряду с неодушевленными предметами. Стоимость этого товара нельзя трактовать как конкретное время производства. Наоборот, новация есть функция уменьшения этого времени, повышения производительности труда, улучшения качества товаров.

Новация – это результат деятельности врожденного или приобретенного аналитического интеллекта независимо от любой конкретной участи новатора в общем или частном разделении труда, владении (или не владении) имущественной собственностью, принадлежности к тому или иному классу или сословию. Новации невозможно потрогать руками, физически измерить. Ими невозможно воспользоваться при отсутствии минимума научных знаний, определенной информированности и технической компетенции.

Специфической чертой этого товара является его способность к неограниченной мультипликации доходов. Этот товар может быть продан владельцем столько раз, сколько найдется покупателей товара. В отличие от угля, нефти и золота интеллектуальным товаром могут пользоваться столько потребителей, сколько их нуждается в нем, если они способны заплатить за него.

С этими свойствами безграничной обмениваемости товара-новации и мультипликации доходов связано бурное развитие национальных и межнациональных рынков. Благодаря этим свойствам новаций сформировалась и современная система денежного обращения. Достижения устойчивости национальной валюты в инновационной экономике является ключевой экономической проблемой первоочередной важности, так как падающая валюта наносит возрастающий ущерб кредиторам, лишает их свободы выбора, стимулирует ущербный экономический образ мышления, характеризуемый усилением страха, неуверенности и агрессивности. Особенно болезненно бьет падающая валюта по интересам интеллектуальной и инновационной сфер, исключая инвестиции в рисковые новации.

С учетом этого существуют специфические формы защиты новаций: научный приоритет; авторское право, закрепленное за результатами прикладных исследований, доводимых до практического применения; патенты на изобретения; лицензии на технологию производства изделий, продуктов, оказание услуг; коммерческие тайны, торговые марки; укрепление статуса работников высокого уровня, повышение эффективности их социальной защиты.

При этом защита объектов научной и изобретательской интеллектуальной собственности предусматривает не засекречивание информации, а наоборот, основана на максимальной ее открытости, что обусловливает современный уровень, структуру, полноту профессиональных знаний, умений, навыков, опыта, способствующих превращению информации и знаний в новации.

Защите подлежат инновационные приоритеты, определяющие ожидаемые выгоды инноваторов, склонных к разумному обоснованному риску при проведении изменений в той или иной сфере производства, социальных отношений и т. д. Засекречивание инноваций наносит вред всему инновационному прогрессу, так как оно (засекречивание) лишает изобретателей необходимой информации, мешает превращению патентов в конкретные технологии, лишает возможных инвесторов стимулов к активной коммерческой деятельности из-за отсутствия конкурентов, ориентиров развития той или иной сферы деятельности. Все это в целом порождает беспечность производителей товаров в отношении сохранения производственных секретов, рецептур, составов и т. д. Из-за отсутствия конкуренции, обусловленной засекреченностью, отсутствия мотивации к перспективному планированию, из-за отсутствия системы законодательства по защите интеллектуальной собственности отсутствуют и условия для превращения интеллектуальной собственности в новации.

Интеллектуальная собственность не обладает предметностью, и поэтому одним и тем же знанием, информацией в любой взятый момент может беспрепятственно пользоваться неограниченное количество лиц (как физических, так и юридических). Поэтому разделение прав между субъектами носит не физический (материальный), а моральный, этический, временной характер.

Юридические лица и государство приобретают на тех или иных условиях у ученых и изобретателей выгоды от использования их знаний, обеспечивая при этом должную защиту прав лиц, обладающих уникальными способностями делать открытия и изобретения. Таким образом, частное право на интеллектуальную собственность первично, а институциональное (государственное) право – вторично, и оно не должно быть силой, подавляющей независимость частного права. Оно является взаимоприемлемой формой обоюдовыгодного компромисса между заинтересованными субъектами имущественного и финансового права.

Принудительный характер институционального права интеллектуальной собственности мешает превращению знаний в новации, так как принуждение в этой сфере приводит к росту фальсификаций, к росту количества квазиноваций. Это особенно опасно в инновационной сфере. Вероятность фальсификации новаций выше всего там, где процветает бесправие на интеллектуальную собственность. Оно создает условия к проталкиванию инновационной халтуры, ловкому использованию некомпетентности верхов в области решения технических проблем, что приводит к распаду общества на не доверяющие друг другу сословные прослойки, для которых характерны антагонистические противоречия, умерщвляющие эффективную инновационную деятельность и обеспечивающие загнивание экономики.

При продаже товаров происходит сделка типа Т–Д. При продаже новаций, учитывая возможное бесконечное множество таких продаж, схему сделки целесообразно представить так, как показано на рис. 10.1.

Д
Д Д
Д ТН Д
Д Д
Д

Рис. 10.1. Схема сделки при продаже товара-новации (ТН)

10.3. ОСОБЕННОСТИ ИННОВАЦИОННОГО РЫНКА

Продажа новаций как товара существенным образом отличается от продажи обычного товара. Сравнение особенностей этих процессов приведено в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Продажа имущественных прав собственности по схеме Т-Д как основа меновой экономики	Продажа интеллектуальных прав собственности по типу ТН как основы инновационной экономики
1. Продажа есть отчуждение продавцов реализуемого продукта (имущества), составляющего полезность для покупателя, но не для продавца, который, реализовав товар, лишается его.	1. Продажа не есть отчуждение, поскольку продавец продукции, реализуя последнюю покупателю, сам не лишается ее. Проданная новация с одинаковым успехом служит и ее продавцу, и покупателям одновременно. Новация не отчуждается продавцом, она заимствуется, покупается.
2. Продажа анонимна и практически безлична. Продавца не интересуют ни личность покупателя, ни то, что он собирается делать с покупкой, ни то, насколько эффективным будет использование.	2. Продажа адресна: продавец хорошо знает тех, кому он заимствует свой товар, поскольку ему принципиально важно, как эффективно и с какой пользой для всех его покупатели используют приобретенные новации, составляющие имидж продавца, судьба которого зависит от общественного признания его интеллектуальных прав собственности. Проявление лукавства со стороны продавца равносильно его краху, доверие же к нему со стороны покупателей – его капитал, исходная основа его прироста.
3. Наличие специального документального договора не является обязательным условием сделки в силу ее дискретности, случайности, произвольности и безликости, отрицающих какую-либо заинтересованность в фиксации финансовой или иной ответственности сторон, предпочитающих сокрытие информации ее контроля.	3. Специальный документальный договор, фиксирующий не только взаимные обязательства и ответственность сторон, но и принципы их совместных действий, усилий, согласований и консультаций, служит основой всех сделок, поскольку их доверительный характер требует четкого определения методов и форм совместной защиты своих и общих интересов, страхования рисков, обеспечения гарантий, согласительного распределения поощрений

Окончание табл. 10.1

Продажа имущественных прав собственности по схеме Т-Д как основа меновой экономики	Продажа интеллектуальных прав собственности по типу ТН как основы инновационной экономики
4. Деньги, вырученные за проданный продукт, выражают меновую стоимость, составляют денежный эквивалент ее величины. Стоимость выражается в меновой стоимости другого продукта, служащего деньгами. Та или иная ценность их есть случайность, обусловленная конкретными специфическими условиями момента продажи. Металлические деньги и знаки их стоимости являются средством спонтанного обмена одного частного имущественного права собственности, воплощенного в конкретном продукте, на другое частное имущественное право, которому спонтанно присвоено всеобщее признание. Превращение товара в деньги имеет автоматический характер. Формирование и изменение цен не связаны ни с каким научным анализом. Действие закона стоимости подобно кирпичу, периодически неожиданно падающему на головы и продавцов и покупателей.	4. Деньги, вырученные при продаже новаций, выражают кумулятивную цену, получаемую за право пользования интеллектуальным товаром. Они являются выражением стоимости интеллектуального кредита со стороны продавца в обмен на денежные кредиты со стороны покупателя новаций. Сумма этих денежных кредитов выражает ликвидационную цену частного права интеллектуальной собственности продавца в валюте, которая количественно фиксирует эту цену как всеобщее национальное и даже межнациональное право собственности. Это всеобщее право последовательно, систематически, непрерывно аналитично контролируется и регулируется соответствующей валютой. Цены, выраженные в валюте, уплаченной и полученной за товар-новацию, суть разумная, научная абстракция, основанная на учете конъюнктуры, оцениваемой посредством специальных методов математического анализа. Превращение товара-новации в деньги – контролируемый кредиторами процесс.

Коренным отличием инновационного обмена от меновых обменов является то, что продажи новаций основаны не на отчуждении прав собственности, а лишь на их заимствовании. Продавец новации уступал покупателю свои знания, умения, информацию, технологию, не лишаясь прав собственности на них, в противоположность тому, как это имеет место в случае продажи имущества и других материальных ценностей.

Рост объема продаж на инновационном рынке основан на превращении свежих идей, новых знаний, навыков, умений, технологических секретов в товары-новинки, в образе которых они находят общественное признание, прямо зависящее от отношения к ним со стороны различных категорий покупателей.

В связи с необходимостью эффективной защиты интересов продавцов и покупателей новаций быстро формируются и развиваются новые юридические и иные аспекты защиты экономических прав, патентно-лицензионной защиты, коммерческой тайны, торговой марки, контрактных систем найма персонала, прав потребителей, экологии окружающей среды и человека.

Развитие инновационного рынка – это процесс трансплантации новых идей, знаний, умений и квалификации, происходящих как в географическом, так и в социальном измерениях. Этот процесс формирования новых контингентов покупателей, для которых необходимость в новых знаниях, умениях, информациях превращается в первоочередную потребность, приравниваемую к потребности в пище, одежде, жилище. Это не только обновление ассортимента товаров, но и обновление людей и общественных отношений.

Инновационный рынок, сменяющий товарный, является качественно новой исторической ступенью развития экономического обмена, определяемой ростом потребности в новых знаниях. Отсюда невостребованные знания – бесполезный объект для его обладателей. Полезность знания проявляется с наибольшим эффектом в процессе обмена на другие знания. Эта полезность реализуется во взаимосогласованных действиях обменивающихся идеями субъектов. Благодаря такому заимствованию каждая из обменивающихся сторон выходит после обмена с большим багажом. По этой причине очень важно участие специалистов высокой квалификации в таких общепризнанных научных мероприятиях, как симпозиумы, конференции, школы и т. д.

Инновационный рынок и его состояние имеет еще одно интересное свойство – быть индикатором инфляции. Инфляционное переполнение стран, регионов платежными средствами, отражающее хронический и обостряющийся дефицит товаров и услуг, приводит, в конечном счете, к тому, что субъекты власти, на которых лежит право выпуска валюты, ценных бумаг и право регулирования финансовых отношений, превращаются в недобросовестных должников по отношению к своим кредиторам, результатом чего является рост массового недоверия населения, в конечном счете, к правительству. При этом главная вина его состоит в неспособности возбуждать устойчивые мотивы добросовестной маркетинговой конкуренции, ведущей к разрешению кризиса дефицита товаров и услуг.

В этих условиях инфляция отражает рыночную неэффективность оплаченных национальных программ, проявляющуюся в ускоряющемся росте и ухудшении структуры совокупной кредиторской задолженности, связанной с быстрым темпом роста задолженности государства собственным и иностранным кредиторам.

10.4. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

Главные отличия научных исследований, проводимых в промышленности, коренятся не в целях, а в методах организации. В этой связи исследования, проводимые в лабораториях промышленных предприятий, можно назвать [46] "промышленной наукой" в отличие от "академической науки", проводимой в вузах и институтах академии наук.

С точки зрения определения целей промышленной науки, главной является максимизация прибыли. Нужно чтобы промышленная деятельность создавала избыток средств, достаточных для обеспечения нормального уровня жизни всех слоев населения, для обеспечения функционирования системы образования, здравоохранения, культуры, армии и т. д.

Промышленность должна обслуживать общество, и это наиболее наглядно видно в химической промышленности. Химиками созданы новые лекарства, пластмассы, яркие ткани с устойчивой окраской, новые строительные материалы, новые виды пищевых продуктов. Все эти товары созданы на предприятиях различного профиля, и, как правило, предприятия действуют в условиях конкуренции между собой.

Чтобы иметь передовую, экономически обоснованную технологию, ее нужно или создать, или закупить у других фирм. Но чтобы закупить, нужно иметь необходимые компетентные кадры, способные дать оценку уровня предлагаемой технологии. Такие кадры могут появиться у фирмы лишь в том случае, если она обеспечит возможность проведения научных исследований. Отказ от проведения научных исследований (экономия на науке) ставит предприятие в коммерчески невыгодное положение, даже в случае закупки новых процессов.

Обеспечение закупок качественного сырья, необходимого для фирмы, также требует грамотного подхода: продукты могут быть получены по разным технологиям и поэтому иметь разное качество. Кроме того, можно добиться уступок в цене, если прибегнуть к угрозе использования другого вида сырья, которое может быть закуплено у сторонних фирм. Чтобы иметь такие возможности торговли, фирма должна располагать необходимым контингентом грамотных кадров.

Подразделения предприятий, занимающихся научными исследованиями, должны способствовать преуспеванию фирм так же эффективно, как это делается производственным отделом, отделом технического контроля и другими отделами.

Зачастую работники производственных отделов обвиняют научные отделы в якобы косвенных издержках, накладных расходах.

Этот факт объясним тем, что в научной деятельности нет возможности управлять расходами. Обычно, когда науку начинают упрекать в излишних накладных расходах, это становится причиной создания атмосферы недоверия, что, в свою очередь, мешает ученым выполнять свою главную роль – быть авангардом прогресса фирмы.

Формирование эффективного творческого коллектива на промышленном предприятии является непростой задачей, так как чаще талантливые молодые ученые – выпускники университетов, колледжей – стремятся закрепиться в родном или соседнем вузе, где и работа может показаться интереснее, и ее тема, организация исследований более приемлема, нет жесткого контроля исполнения. В промышленности же невозможно получать заработную плату сидя, сложив руки. Работа здесь не сулит легкой жизни. Поэтому фирмы, делающие серьезную ставку на науку, понимая, как можно привлечь талантливых работников, закупают современное оборудование, предоставляют возможность общения молодежи с опытными, давно работающими специалистами.

Профиль действующих фирм обычно ограничен выпуском сравнительно небольшой номенклатуры продуктов, и это не позволяет новому научному работнику выбрать самостоятельно тему для исследования, ибо "кто платит музыканту, тот и заказывает музыку". Но нужно иметь в виду, что полную свободу научной деятельности нужно заслужить.

Иногда в промышленности случается, что по коммерческим соображениям приходится прерывать исследования, не доведенные до логического завершения. Это порой вызывает огорчение у ученых, и здесь уже большую роль играет тактика руководителя научного подразделения: если была сформулирована технико-экономическая задача, то при изменении на промежуточном этапе даются исчерпывающие объяснения, что подход к ее решению несостоятелен, и это вызовет меньше огорчений.

Важен правильный подход к планированию, оценке проблемы и проектов работ. Объективность оценок, их беспристрастность, участие исследователей в принятии решения об отказе от направления исследования способствует установлению здоровой рабочей атмосферы в коллективе.

Обычно зрелые фирмы-лидеры предоставляют своим лидирующим научным работникам полную свободу выбора направлений исследований. Ученые же, в свою очередь, всеми силами способствуют достижениям целей фирмы. Жесткое планирование исследований себя не оправдывает.

Все научные работники должны иметь возможность часть своего рабочего времени уделять разработке внеплановых идей, которые на данный момент могут и не иметь отношения к направлению деятельности фирмы. Но для этого должно быть выполнено два условия: у исследователя должно быть желание заняться такой работой, которая для работодателя представляет практический интерес; работа должна иметь научную ценность. Эта сторона организации работы имеет и недостатки, так как не все ученые желают отвлекаться на другие темы: они стремятся завершить начатые работы. Поэтому на практике этот вопрос решается административно — по усмотрению руководителя подразделения.

Приоритеты вузовской и академической науки обычно лежат в возможности публикации результатов работ. Поэтому зачастую при переходе в лаборатории производственных фирм этот вопрос (возможность публикации) часто специально оговаривается контрактом.

Научным работникам фирм импонирует возможность создания патентов, их внедрения, с соответствующими гонорарами, так что иногда руководство фирм даже выказывает недовольство отсутствием публикаций как средства рекламы продукции фирмы.

В то же время сотрудник может столкнуться с такими проблемами, как личная необходимость, личное желание проведения дополнительных исследований, больших, чем это нужно для промышленности, проблемами режима секретности и другими, которые обычно не характерны для университетов и академических учреждений.

При проведении исследований, направленных на оказание помощи действующему производству, приходится сталкиваться с рядом специфичных проблем, важнейшей из которых является проблема потенциального конфликта, который может возникнуть из-за заинтересованности администрации в бесперебойной, эффективной работе производства и необходимостью в постановке эксперимента. Руководство, как это обычно бывает, не желает, чтобы его предприятие использовалось, для проведения экспериментов, так как при этом всегда есть угроза срыва выпуска продукции или снижения ее качества. Только критические ситуации с ухудшением качества продукции могут способствовать постановке производственного эксперимента.

Основной сутью задач производственного эксперимента является повышение рентабельности производства, которое может достигаться за счет улучшения качества продукции, снижения затрат на производство или повышения производительности труда.

Каким же образом может быть увеличен объем выпускаемой продукции? Важнейшими факторами, позволяющими решить эту проблему, могут быть:

повышение эффективности протекающих реакций за счет изменения конструкции реакторов, замены катализаторов и т. д. (для химических производств);

совершенствование оснастки, поднятие уровня механизации и автоматизации (в машиностроении);

устранение всякого вида потерь продукции на различных стадиях производства и в процессе реализации;

повышение уровня надежности используемого оборудования;

выявление наиболее узких мест в цепочке производства и их ликвидация.

Проведение экспериментальных исследований – трудоемкий процесс, так как не всегда с требуемой очевидностью можно диагностировать причину возникающих недостатков, и, кроме того, ясно, что в условиях действующего производства не всегда бывает возможность без потерь менять технологический режим, достигая при этом желаемой цели: с одной стороны, успеть провести диагностику проблем, а с другой – найти пути их решения.

В случае химических производств наиболее частым вариантом возникновения причин, ведущих к остановкам, является желание повысить производительность действующих установок. Однако нужно иметь в виду, что изменение технологических параметров действующего производства зачастую ведет к повышению процессов смолообразования, уноса целевых и побочных продуктов, что, в конечном счете, ведет к снижению эффективности производства.

Частыми неполадками на химических предприятиях являются разгерметизация реакторов, насосов, фланцевых соединений трубопроводов, сальниковых уплотнений перемешивающих устройств. Они, как правило, происходят неожиданно; требуют затраты большого количества времени на ликвидацию. В условиях производственного эксперимента такие неполадки запутывают картину его результатов.

Здесь очень важно обеспечение четкой записи в производственном журнале, налаживание регистрации неполадок, их длительности, установление причин неполадок, грамотное описание их причин. Только обладая всем комплексом перечисленной информации можно планировать мероприятия по постановке следующего лабораторного или производственного эксперимента.

Для повышения эффективности производств и снижения цены продукции необходимо налаживание контроля за эффективностью физических операций, обеспечение устранения физических потерь.

В этом плане важны знания специалистов о сущности протекающих процессов, представление о движущих силах протекающих процессов. С другой стороны, не менее важны специальные знания, характерные для конкретного производства – знание секретов производства, то, что делает из работников профессионалов. Важен конкретный управленческий опыт, опыт, накопленный в течение работы, практические знания, приобретенные на уровне оператора, начальника смены. О таких знаниях, о людях, ими владеющих, зачастую руководство забывает и вспоминает лишь тогда, когда из-за текучести кадров, из-за пресыщения производств неопытными людьми происходят катастрофы.

10.5. ПРОБЛЕМА РЕНТАБЕЛЬНОСТИ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рентабельность деятельности производства зависит от эффективной работоспособности всего производственного и управленческого комплекса. Она зависит не только от ученых, инженеров, математиков, которые проводят научные исследования. Если в фирме плохо организован сбыт или производство, то, как бы хорошо ни были организованы научные исследования, они не принесут успеха. И, наоборот, при хорошо отлаженном производстве и сбыте даже посредственные разработки обеспечивают успех.

С точки зрения экономической рентабельности научных исследований, следует иметь в виду, что всегда существует оптимальный размер затрат на научные исследования, который индивидуален для каждой фирмы, но определить его – задача не из простых. Ее можно понимать как искусство, требующее совместной работы опытных экономистов, работников сбыта, руководителей производства и научных исследований.

Оценить прибыль, получаемую от расходов на научные исследования, чрезвычайно сложно, так как при этом нужно определить, что из расходов следует отнести к статье "научные исследования и технические разработки". Один из возможных подходов оценки эффективности может быть следующим:

1. Достигаемая в результате исследований экономия на сырье, эксплуатационные расходы.

2. Размер дополнительных затрат на создание исследовательских пилотных, опытно-промышленных установок, испытательных стендов и т. д., необходимых для внедрения открытий, сделанных при выполнении научных исследований.

3. Доходы, получаемые в результате продажи лицензий на право пользования патентами, разработанными при проведении научных исследований.

Сопоставление сумм, образующихся по трем вышеприведенным статьям, и дает представление об экономической эффективности разработки.

Повышение производительности труда обычно пропорционально расходам на научные исследования. Существует корреляция между размером прибыли и затратами на научные исследования. Но в целом дать четкую количественную оценку рентабельности научных исследований до настоящего времени из-за возможных субъективных факторов в оценке расходов пока задача неопределенная. Причинами этого являются возможные противодействия фирм-соперников или какая-либо дискриминационная деятельность правительства или местных властей.

Важным является вопрос об объеме вложений в научные исследования. Обычно решение принимается на основе субъективных оценок. Здесь каких-то правил нет. Значительные средства требуются, например, на освоение выпуска новой продукции, которая может быть вытеснена другой подобной продукцией, но более совершенной. Например, это характерно для фармацевтических препаратов, бытовой техники, автомобилестроения.

Таким образом, руководство фирм всегда находится в состоянии неопределенности. С одной стороны, разработка основного процесса или машины должна соответствовать техническому уровню и современным требованиям; разработки должны гарантировать быстрое освоение технологии в производстве, выпуск продукции с показателями, соответствующими расчетным. С другой стороны, трудно гарантировать быстрый выход нового производства на проектные показатели в течение короткого срока.

В отличие от крупных компаний для небольших нередки случаи, когда в процессе реализации новых технологий приходится выбирать: или процветание или банкротство.

Финансирование научных исследований с крупными вложениями – рискованное предприятие. Зачастую причины, по которым принимается то или иное решение, не всегда рационально объяснимы. Риск возрастает в связи с тем, что выгоды от реализации обычно извлекаются в отдаленном будущем и оценить их, отделить от последствий других перемен, произошедших за это время, всегда бывает сложно.

Расходы на научные исследования, проводимые в различных отраслях или в различных фирмах, не всегда сопоставимы, так как они характеризуются различными расходными статьями, сопоставить которые бывает непросто. Сопоставимость стоимости новых разработок предлагается оценивать по проценту от чистой суммы продаж: как по выплаченным за разработку дивидендам, так и по выручке, полученной после выплаты налогов; по доле акционеров в средствах фирмы после выплаты долгосрочных ссуд.

В зависимости от категории работ (теоретические исследования, разработка новых процессов и устройств, модернизация) стоимость их будет различной. Но нужно иметь в виду, что в крупных фирмах все три вида исследований обычно проводятся.

Правильно оценить распределение средств можно на основе четких представлений о тенденциях мирового уровня в направлениях развития технологий, дизайна промышленных товаров, их качества, потребительского спроса.

Из возможных ограничивающих факторов наиболее редким является отсутствие проблем, требующих своего решения. Чаще бывает проблематичным найти достаточное количество ученых нужного профиля, способных быстро и качественно провести требуемые исследования. Редко возможен случай недостатка средств на реализацию всех разработок, сделанных учеными фирмы.

На начальных этапах расходование средств определяется интуитивно, "на глазок". Уже по ходу работ накапливаются необходимые данные о том, послужат ли проводимые исследования делу укрепления позиций фирмы на рынке, способна ли фирма обеспечить требуемый объем инвестиций.

Важно владеть методом оценки жизненного цикла осваиваемой продукции, который может состоять из следующих стадий после того, как завершится его разработка в лабораторных условиях:

1. Стадия технологической доработки, при которой объем продукции невелик, издержки превышают вложения в производство.

2. Стадия расширения проникновения на рынок, маркетинговых исследований: выпуск пока невелик, издержки и цены высоки, прибыль и вложения переменны, они зависят от свойств, преимуществ освоенной продукции, трудностей реализации.

3. Быстрый рост спроса на продукт, связанный с освоением сфер его применения. В этот период спрос превышает потребление, но, в связи с недостаточным выпуском, прибыль пока невелика. На этой стадии может быть отмечено появление новых фирм-производителей, купивших патент. Но конкуренции еще нет, так как патентовладелец сумел правильно оговорить условия продажи ноу-хау. Ощущается недостаток производства, чувствуется повышенный спрос.

4. Патентовладельцы утрачивают свое привилегированное положение (через двадцать лет после открытия). Выпуск налажен многими крупными фирмами и уже с освоением новых технологий. Выпуск продукции лавинообразно нарастает. Производство превышает спрос, конкуренция обостряется, цены падают.

5. Рост выпуска продукции с расширением сфер ее применения. Прибыль начинает падать. Начинаются вложения в расширение

мощностей с риском, сопряженным с определением срока освоения мощностей, выбранной технологии, места строительства.

В заключение можно отметить, что количество крупных открытий чрезвычайно мало. Обычно вознаграждение за промышленное освоение распределяется между многими фирмами, и установить закономерность между вложенными инвестициями и прибылью трудно. Нет правил, обеспечивающих получение наибольших прибылей, но ясно, что та фирма, которая не проводит исследований, не имеет никаких шансов на успех.

Современные разработчики новых технологий также должны иметь в виду, что существует ряд контролирующих органов, оценивающих уровень воздействия нового производства на окружающую среду. Ряд направлений исследовательских работ определяется требованиями экологической экспертизы проектов, в соответствии с которыми с целью предотвращения отрицательного влияния новых производств на окружающую среду исследовательская организация должна представить ряд материалов:

сведения на обоснование места строительства с учетом физико-географических и метеорологических факторов, а также исходных данных, полученных от органов Госкомгидромета, характеризующих уровень загрязнения выбранного региона;

характеристики выброса веществ в атмосферу в соответствии с выбранной технологией с указанием необходимого размера санитарно-защитной зоны;

планируемые мероприятия по очистке и утилизации загрязняющих веществ;

расчет загрязнений атмосферного воздуха;

характеристики возможных аварийных выбросов в атмосферу, канализацию;

нормативы предельно допустимых концентраций загрязняющих веществ, которые будут сбрасываться в атмосферу, характеристики токсичности сбрасываемых вод.

В соответствии с отечественными инструкциями о порядке разработки, согласования, утверждения проектной и строительной документации (СНИП – 11-01-95) проектирующая и исследовательская организации должны представить комплект материалов, обеспечивающих современный уровень технологии: обоснование способа производства того или иного продукта на основании анализа известных отечественных и зарубежных данных с изложением особенностей предлагаемого процесса и описанием предлагаемой схемы технологического процесса.

Такие данные с полным обоснованием могут представить только те фирмы, которые надежно обеспечивают работу своих научных подразделений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 *Герасимов И Г* Структура научного исследования – М Мысль, 1985

2 *Макаров И М* и др Теория выбора и принятия решений – М Наука, 1982 – 328 с

3 *Чуев Ю В*, *Михайлов Ю Б* Прогнозирование в военном деле – М Воениздат, 1975 – 280 с

4 *Половинкин А И* Законы строения и развития техники / ВолгПИ – Волгоград, 1985 – 202 с

5 *Добров Г М* Прогнозирование науки и техники – М Наука, 1977 – 208 с

6 Основы научных исследований / Под ред В И Крутова и В В Попова – М Высшая школа, 1989 – 400 с

7 *Налимов В В* Теория эксперимента – М Наука, 1971 – 208 с

8 *Архангельский С И* Лекции по научной организации учебного процесса в высшей школе – М Высшая школа, 1976 – 200 с

9 *Николаев В И*, *Брук В М* Системотехника Методы и приложения – Л Машиностроение, 1985 – 200 с

10 Надежность и эффективность в технике Т 1 – М Машиностроение, 1986 – 224 с

11 *Вентцель Е С* Теория вероятностей – 4-е изд, стереотип – М Наука, 1969 – 576 с

12 *Карасев А И* Теория вероятностей и математическая статистика –3-е изд, перераб и доп – М Статистика, 1977 – 280 с

13 *Митропольский А К* Техника статистических вычислений – М, Физматгиз, 1961 – 480 с

14 *Ивченко Г И*, *Медведев Ю И* Математическая статистика – М Высшая школа, 1984 – 248 с

15 *Четыркин Е М* Статистические методы прогнозирования – 2-е изд, перераб и доп – М Статистика, 1977 – 200 с

16 *Кассандрова О Н*, *Лебедев В В* Обработка результатов наблюдений – М Наука, 1970 – 102 с

17 *Ахназарова С Л*, *Кафаров В В* Методы оптимизации эксперимента в химической технологии Уч пособие – 2-е изд, перераб и доп – М Высшая школа, 1985 – 327 с

18 *Кучеров В Г* Основы научных исследований Учебное пособие / ВолгГТУ – Волгоград, 1995 – 128 с

19 *Длин А М* Факторный анализ в производстве – М Статистика, 1975 – 328 с

20 *Поморский Ю Л* Статистический анализ комплекса признаков – Л Изд ВИЗР, 1938 – 100 с

21 *Хартман К* и др Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов – М Мир, 1977 – 552 с

22 *Адлер Ю П*, *Маркова Е В*, *Грановский Ю В* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий – М Наука, 1976 – 280 с

23 *Клемм Л* и др Математические методы статистического контроля в текстильной промышленности – М Легкая индустрия, 1971 – 360 с

24 *Шеффе Г* Дисперсионный анализ – М Наука, 1980 – 512 с

25 *Алабужев П М* и др Теория подобия и размерностей Моделирование – М Высшая школа, 1968 – 208 с

26 *Налимов В В , Голикова Т И* Логические основания планирования эксперимента – М Металлургия, 1976 – 128 с

27 *Кучеров В Г* Комплексные испытания автоматических установок / ВолгПИ – Волгоград, 1985 – 104 с

28 *Плескунин В И , Воронина Е Д* Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте / ЛГУ – Л , 1979 – 232 с

29 *Горский В Г , Адлер Ю П* Планирование промышленных экспериментов – М Металлургия, 1974 – 264 с

30 *Маркова Е В , Лисенков А Н* Комбинаторные планы в задачах многофакторного эксперимента – М Наука, 1979 – 352 с

31 *Протодьяконов М М , Тедер Р И* Методика рационального планирования экспериментов – М Наука, 1970 – 76 с

32 *Хикс Ч* Основные принципы планирования эксперимента – М . Мир, 1967 – 406 с.

33 Надежность и эффективность в технике Т 6 – М Машиностроение, 1989 – 376 с

34 *Труханов В М* Надежность в технике – М Машиностроение, 1999 – 598 с

35 *Вальд А* Последовательный анализ – М Физматгиз, 1960 – 370 с

36 *Левшина Е С , Новицкий П В* Электрические измерения физических величин – Л Энергоатомиздат, 1983 – 320 с

37 *Райков И Я* Испытания двигателей внутреннего сгорания – М Высшая школа, 1975 – 320 с

38 *Алиев Т М , Тер-Хачатуров А А* Измерительная техника – М Высшая школа, 1991 – 384 с

39 *Ливанова А М* Л Д Ландау – М Знание, 1978 – 192 с

40 *Кузин Ф А* Кандидатская диссертация Методика написания, правила оформления и порядок защиты Практич пособие – М Ось-89, 1997 – 208 с

41 Нормативные материалы по издательскому делу Справочник / Составитель В А Маркус – М Книга, 1987 – 480 с

42 Правила составления, подачи и рассмотрения заявки на выдачу патента на изобретение Приложение к приказу Роспатента от 17 04 1998 № 82 // Интеллектуальная собственность – 1999 – № 1 – С 108–142

43 Правила составления, подачи и рассмотрения заявки на выдачу свидетельства на полезную модель Приложение к приказу Роспатента от 17.04 1998 № 83 // Интеллектуальная собственность – 1999 – № 1 – С 143–166

44 *Тужиков О И , Тужиков О О* Основы научных исследований Учебное пособие / ВолгГТУ – Волгоград, 1998. – 80 с

45 *Бабак В Ф* и др НИИ и КБ путь к рынку – М Финансы и статистика, 1993

46 *Бейнз А , Бредбери Ф , Сонлинг С* Организация исследований в химической промышленности – М Химия, 1984 – 336 с

47 *Тюрин Ю Н , Макаров А А* Анализ данных на компьютере / Под ред В Э Фигурного – М ИНФРА-М, Финансы и статистика, 1995 – 384 с

48 *Пасько В* Microsoft Office 2000 – Киев Издательская группа BHV, 2000 – 784 с

49 *Символоков Л В* Решение бизнес-задач в Microsoft Office – М ЗАО "Издательство БИНОМ", 2001 – 512 с

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Случайные числа

1534	7106	2836	7873	5574	7545	7590	5574	1202	7712	6128	8993	4102	2551	0330	2358
6427	6017	9297	7172	2882	1178	0820	4388	8214	8410	1253	8026	2103	6187	3402	3364
7076	8566	1448	6988	7158	5786	5067	9760	8813	9836	1683	6751	4326	7221	8162	7871
9325	8644	5752	0227	4341	1173	9213	6691	0611	3899	6988	9974	3825	1489	8226	4500
2454	9343	9630	4264	3463	0607	1223	6861	3131	3683	9978	2362	9079	4216	0782	5598
9421	2139	0241	7483	2364	5899	4205	6467	4177	8266	0678	0372	2124	1856	6913	1790
3816	8823	3834	9155	2555	3309	8257	0231	9219	8864	3714	8151	0016	2028	6396	4433
8188	6878	3825	4919	9801	0807	5603	3565	0714	1374	4617	3668	6789	9043	6705	6298
6596	0613	7020	3209	8788	0968	1951	2569	3757	6687	5652	1994	6279	7161	4978	0854
1492	7161	1124	5959	6338	0539	6352	9446	0378	1221	7627	4402	7306	7526	8621	9127
6751	0906	9562	9915	1111	9297	2436	0551	8629	7122	2947	2936	8648	1914	8984	2977
3500	5201	7514	8274	3840	4239	7662	1645	7639	7325	3237	0065	3917	8653	9138	1873
8754	5705	9205	4525	1086	1739	3939	8477	2868	9727	7203	4146	6271	0387	9395	7103
2913	7355	0402	5695	0774	7734	2965	1877	4391	0080	4246	0866	1721	2756	6005	4267
1258	0448	2427	3445	9241	0119	3278	5327	2950	7464	7329	4919	5469	6073	6423	9316
7206	5040	1563	2018	0300	7822	1659	1361	3881	1542	5203	7267	3860	7437	8084	0950
8359	8509	1030	7340	6606	7142	4533	6692	4258	4760	5224	0116	6872	1526	8638	7753
5896	2941	5091	6547	6305	6564	8841	1633	2012	0392	5128	1472	7492	3516	8407	5144
6286	3913	1745	0207	1561	1659	4922	6764	0992	4057	8949	2009	7962	9129	7198	3914
9242	3028	2975	5587	6668	5369	9365	0747	0106	0092	7928	1772	1867	4153	0956	5596
6104	6701	6147	3584	6437	0487	5197	6298	1257	9109	2542	6928	1354	2060	6033	4623
0958	7559	0256	9702	8987	2939	5552	6021	0994	0182	4461	6011	9257	6277	3588	1994
7172	4985	3086	1665	5441	3905	3529	7699	9903	6121	6530	1832	8629	1773	6705	2721
5822	4856	2996	0446	7878	7172	9627	8939	4059	9163	5070	9307	8953	7979	1086	0241
4224	4461	0690	9117	9404	7887	9362	9972	0332	9008	7589	5107	8310	6741	4246	5327

Таблица 2

Значения $P_m = \dfrac{\alpha^m}{m!} e^{-\alpha}$ (распределение Пуассона)

m									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0 758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647
3	0,0002	0,0019	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494
4		0,0001	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111
5				0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020
6							0, 0001	0,0002	0,0003

m	a									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0, 0000
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,00 64	0,0027	0,0011	0, 0005
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,0613	0,1804	0, 2240	0,1954	0,1404	0,0892.	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0001	0,0037	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8		0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9		0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10			0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11			0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12			0,0001	0,0006	0,0034	0,0126	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13				0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14				0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15					0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16						0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17						0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18							0,0002	0,0009	0,0029	0,0071

Значения функции $f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0388	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица 4

Вероятности *P* для критерия Пирсона χ^2

$\chi^2_{расч}$	*к*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
1	0,3173	0,6065	0,8013	0,9098	0,9626	0,9856	0,9948	0,9982	0,9998	1,0000
2	1574	3679	5724	7358	8491	9197	9598	9810	9963	0,9994
3	0833	2231	3916	5578	7000	8088	8850	9344	9814	9955
4	0455	1353	2615	4060	5494	6767	7798	8571	9473	9834
5	0254	0821	1718	2873	4159	5438	6600	7576	8912	9580
6	0143	0498	1116	1991	3062	4232	5398	6472	8153	9161
7	0081	0302	1719	1359	2206	3208	4289	5366	7254	8576
8	0047	0183	0460	0916	1562	2381	3326	4335	6288	7851
9	0027	0111	0293	0611	1091	1736	2527	3423	5321	7029
10	0016	0067	0186	0404	0752	1247	1886	2650	4405	6160
11	0009	0041	0117	0266	0514	0884	1386	2017	3575	5289
12	0005	0025	0074	0174	0348	0620	1006	1512	2851	4457
13	0003	0015	0046	0113	0234	0430	0721	1119	2237	3690
14	0002	0009	0029	0073	0156	0296	0512	0818	1730	3007
15	0001	0006	0018	0047	0104	0203	0360	0591	1321	2414
16	0001	0003	0011	0030	0068	0138	0251	0424	0996	1912
17	0000	0002	0007	0019	0045	0093	0174	0301	0744	1496
18	0000	0001	0004	0012	0029	0062	0120	0212	0550	1157
19	0000	0001	0003	0008	0019	0042	0082	0149	0403	0885
20	0000	0000	0002	0005	0013	0028	0056	0103	0293	0671
22	0000	0000	0001	0002	0005	0012	0025	0049	0151	0375
24	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0011	0023	0076	0203
26	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0010	0037	0107
28	0000	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0018	0055
30	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0009	0028

Таблица 5

Вероятности $P(\lambda)$ для вычисления критерия Колмогорова

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,30	1,0000	0,55	0,9228	0,85	0,4653	1,20	0,1122	1,70	0,0062	2,20	0,0001
0,35	0,9997	0,60	0,8643	0,90	0,3927	1,30	0,0681	1,80	0,0030	2,30	0,0001
0,40	0,9972	0,70	0,7112	0,95	0,3275	1,40	0,0397	1,90	0,0015	2,40	0,0000
0,45	0,9874	0,75	0,6272	1,00	0,2700	1,50	0,0222	2,00	0,0007	2,50	0,0000
0,50	0,9639	0,80	0,5441	1,10	0,1777	1,60	0,0120	2,10	0,0003		

Таблица 6

Значения функции Лапласа $\phi(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^y e^{-\frac{y^2}{2}}dy$

y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$
0,00	0,0000	0,36	0,1406	0,86	0,3051	1,72	0,4573
0,01	0,0040	0,38	0,1480	0,88	0,3106	1,76	0,4608
0,02	0,0080	0,40	0,1554	0,90	0,3159	1,80	0,4641
0,03	0,0120	0,42	0,1628	0,92	0,3212	1,84	0,4671
0,04	0,0160	0,44	0,1700	0,94	0,3264	1,88	0,4699
0,05	0,0199	0,46	0,1772	0,96	0,3315	1,92	0,4726
0,06	0,0239	0,48	0,1844	0,98	0,3365	1,96	0,4750
0,07	0,0279	0,50	0,1915	1,00	0,3413	2,00	0,4772
0,08	0,0319	0,52	0,1985	1,04	0,3508	2,08	0,4812
0,09	0,0359	0,54	0,2054	1,08	0,3599	2,16	0,4846
0,10	0,0398	0,56	0,2123	1,12	0,3686	2,24	0,4875
0,11	0,0438	0,58	0,2190	1,16	0,3770	2,32	0,4898
0,12	0,0478	0,60	0,2257	1,20	0,3849	2,40	0,4918
0,13	0,0517	0,62	0,2324	1,24	0,3925	2,48	0,4934
0,14	0,0557	0,64	0,2389	1,28	0,3997	2,56	0,4948
0,16	0,0636	0,66	0,2454	1,32	0,4066	2,64	0,4959
0,18	0,0714	0,68	0,2517	1,36	0,4131	2,72	0,4967
0,20	0,0793	0,70	0,2580	1,40	0,4192	2,80	0,4974
0,22	0,0871	0,72	0,2642	1,44	0,4251	2,90	0,4981
0,24	0,0948	0,74	0,2703	1,48	0,4306	3,00	0,4986
0,26	0,1026	0,76	0,2764	1,52	0,4357	3,20	0,4993
0,28	0,1103	0,78	0,2823	1,56	0,4406	3,40	0,4997
0,30	0,1179	0,80	0,2881	1,60	0,4452	3,60	0,4998
0,32	0,1255	0,82	0,2939	1,64	0,4495	4,00	0,49997
0,34	0,1331	0,84	0,2995	1,68	0,4535	5,00	0,499997

Таблица 7

Квантили нормального распределения

P	$1-\frac{P}{2}$	$U_{1-\frac{P}{2}}$	P	$1-\frac{P}{2}$	$U_{1-\frac{P}{2}}$
0,80	0,60	0,253	0,10	0,95	1,645
0,70	0,65	0,385	0,05	0,975	1,960
0,60	0,70	0,524	0,04	0,980	2,054
0,50	0,75	0,674	0,02	0,990	2,326
0,40	0,80	0,842	0,01	0,995	2,576
0,30	0,85	1,036	0,005	0,9975	2,813
0,25	0,875	1,151	0,002	0,999	3,090
0,20	0,90	1,282	0,001	0,9995	3,290
0,15	0,925	1,440	0,0001	0,99995	3,890

Таблица 8

Квантили распределения Стьюдента

Число степеней свободы f	Уровни значимости α				
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,31	12,71	31,82	63,7	636,6
2	2,92	4,30	6,97	9,92	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
25	1,71	2,06	2,48	2,79	3,73
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
40	1,69	2,02	2,42	2,70	3,55
50	1,68	2,01	2,40	2,68	3,50
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,46
100	1,66	1,98	2,37	2,63	3,39
200	1,66	1,97	2,35	2,60	3,34
1000	1,65	1,96	2,34	2,58	3,30
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29

Таблица 9

Квантили χ^2-распределения

f	Уровни значимости α											
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,50	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,064	0,455	1,64	2,71	3,84	5,41	6,64	10,8
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	1,39	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21	13,8
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,000	2,37	4,64	6,25	7,82	9,84	11,3	16,3
4	0,297	0,429	0,711	1,06	1,65	3,36	5,99	7,78	9,49	11,7	13,3	18,5
5	0,554	0,752	1,14	1,61	2,34	4,35	7,29	9,24	11,1	13,4	15,1	20,5
6	0,872	1,13	1,64	2,20	3,07	5,35	8,56	10,6	12,6	15,0	16,8	22,5
7	1,24	1,56	2,17	2,83	3,82	6,35	9,80	12,0	14,1	16,6	18,5	24,3
8	1,65	2,03	2,73	3,49	4,59	7,34	11,0	13,4	15,5	18,2	20,1	26,1
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,38	8,34	12,2	14,7	16,9	19,7	21,7	27,9
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	9,34	13,4	16,0	18,3	21,2	23,2	29,6
11	3,05	3,61	4,58	5,58	6,99	10,3	14,6	17,3	19,7	22,6	24,7	31,3
12	3,57	4,18	5,23	6,30	7,81	11,3	15,8	18,6	21,0	24,1	26,2	32,9
13	4,11	4,76	5,89	7,04	8,63	12,3	17,0	19,8	22,4	25,5	27,7	34,6
14	4,66	5,37	6,57	7,79	9,47	13,3	18,2	21,1	23,7	26,9	29,1	36,1
15	5,23	5,98	7,26	8,55	10,3	14,3	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6	37,7
16	5,81	6,61	7,96	9,31	11,2	15,3	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	39,3
17	6,41	7,26	8,67	10,1	12,0	16,3	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	40,8
18	7,02	7,91	9,39	10,9	12,9	17,3	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	42,3
19	7,63	8,57	10,1	11,6	13,7	18,3	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	43,8
20	8,26	9,24	10,8	12,4	14,6	19,3	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	45,3
21	8,90	9,92	11,6	13,2	15,4	20,3	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9	46,8
22	9,54	10,6	12,3	14,0	16,3	21,3	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	48,3
23	10,2	11,3	13,1	14,8	17,2	22,3	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6	49,7
24	10,9	12,0	13,8	15,7	18,1	23,3	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	51,2
25	11,5	12,7	14,6	16,5	18,9	24,3	30,7	34,4	37,7	41,7	44,3	52,6
26	12,2	13,4	15,4	17,3	19,8	25,3	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	54,1
27	12,9	14,1	16,2	18,1	20,7	26,3	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0	55,5
28	13,6	14,8	16,9	18,9	21,6	27,3	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	56,9
29	14,3	15,6	17,7	19,8	22,5	28,3	35,1	39,1	42,6	46,7	49,6	58,3
30	15,0	16,3	18,5	20,6	23,4	29,3	36,2	40,3	43,8	48,0	50,9	59,7

F-распределение (критерий Фишера) при степенях свободы f_1 и f_2 (в числителе – при $p=0{,}95$; в знаменателе – при $p=0{,}99$)

f_2 \ f_1	1	2	4	6	10	20	50	100
1	$\frac{161}{4050}$	$\frac{200}{5000}$	$\frac{225}{5620}$	$\frac{234}{5860}$	$\frac{242}{6060}$	$\frac{248}{6210}$	$\frac{252}{6300}$	$\frac{253}{6330}$
2	$\frac{18{,}5}{98{,}5}$	$\frac{19{,}0}{99{,}0}$	$\frac{19{,}2}{99{,}2}$	$\frac{19{,}3}{99{,}3}$	$\frac{19{,}4}{99{,}4}$	$\frac{19{,}4}{99{,}5}$	$\frac{19{,}5}{99{,}5}$	$\frac{19{,}5}{99{,}5}$
4	$\frac{7{,}71}{21{,}2}$	$\frac{6{,}94}{18{,}0}$	$\frac{6{,}39}{16{,}0}$	$\frac{6{,}16}{15{,}2}$	$\frac{5{,}96}{14{,}6}$	$\frac{5{,}80}{14{,}0}$	$\frac{5{,}70}{13{,}7}$	$\frac{5{,}66}{13{,}6}$
6	$\frac{5{,}99}{13{,}7}$	$\frac{5{,}14}{10{,}9}$	$\frac{4{,}53}{9{,}15}$	$\frac{4{,}28}{8{,}47}$	$\frac{4{,}06}{7{,}87}$	$\frac{3{,}87}{7{,}39}$	$\frac{3{,}75}{7{,}09}$	$\frac{3{,}71}{6{,}99}$
8	$\frac{5{,}32}{11{,}3}$	$\frac{4{,}46}{8{,}65}$	$\frac{3{,}84}{7{,}01}$	$\frac{3{,}58}{6{,}37}$	$\frac{3{,}35}{5{,}81}$	$\frac{3{,}15}{5{,}36}$	$\frac{3{,}02}{5{,}07}$	$\frac{2{,}97}{4{,}96}$
10	$\frac{4{,}96}{10{,}0}$	$\frac{4{,}10}{7{,}56}$	$\frac{3{,}48}{5{,}99}$	$\frac{3{,}22}{5{,}39}$	$\frac{2{,}98}{4{,}85}$	$\frac{2{,}77}{4{,}41}$	$\frac{2{,}64}{4{,}12}$	$\frac{2{,}59}{4{,}01}$
15	$\frac{4{,}54}{8{,}68}$	$\frac{3{,}68}{6{,}36}$	$\frac{3{,}06}{4{,}89}$	$\frac{2{,}79}{4{,}32}$	$\frac{2{,}54}{3{,}80}$	$\frac{2{,}33}{3{,}37}$	$\frac{2{,}18}{3{,}08}$	$\frac{2{,}12}{2{,}98}$
20	$\frac{4{,}35}{8{,}10}$	$\frac{3{,}49}{5{,}85}$	$\frac{2{,}87}{4{,}43}$	$\frac{2{,}60}{3{,}87}$	$\frac{2{,}35}{3{,}37}$	$\frac{2{,}12}{2{,}94}$	$\frac{1{,}97}{2{,}64}$	$\frac{1{,}91}{2{,}54}$
40	$\frac{4{,}08}{7{,}31}$	$\frac{3{,}23}{5{,}18}$	$\frac{2{,}61}{3{,}83}$	$\frac{2{,}34}{3{,}29}$	$\frac{2{,}08}{2{,}80}$	$\frac{1{,}84}{237}$	$\frac{1{,}66}{2{,}06}$	$\frac{1{,}59}{1{,}94}$
100	$\frac{3{,}94}{6{,}90}$	$\frac{3{,}09}{4{,}82}$	$\frac{2{,}46}{3{,}51}$	$\frac{2{,}19}{2{,}99}$	$\frac{1{,}93}{2{,}50}$	$\frac{1{,}68}{2{,}06}$	$\frac{1{,}48}{1{,}73}$	$\frac{1{,}39}{1{,}60}$

Таблица 11

Распределение Кохрена
(в числителе – при $P = 0,95$; в знаменателе – при $P = 0,99$)

K_1 \ K_2	1	2	3	4	6	8	10	16
2	0,998 / ≈1	0,975 / 0,995	0,939 / 0,979	0,906 / 0,959	0,853 / 0,917	0,816 / 0,882	0,788 / 0,854	0,734 / 0,795
3	0,967 / 0,999	0,871 / 0,942	0,798 / 0,883	0,746 / 0,833	0,677 / 0,761	0,633 / 0,711	0,602 / 0,674	0,547 / 0,606
4	0,906 / 0,968	0,768 / 0,864	0,684 / 0,781	0,629 / 0,721	0,560 / 0,641	0,518 / 0,590	0,488 / 0,554	0,437 / 0,488
5	0,841 / 0,928	0,684 / 0,788	0,598 / 0,696	0,544 / 0,633	0,478 / 0,553	0,439 / 0,504	0,412 / 0,470	0,364 / 0,409
6	0,781 / 0,883	0,616 / 0,722	0,532 / 0,626	0,480 / 0,564	0,418 / 0,487	0,382 / 0,440	0,357 / 0,408	0,314 / 0,353
8	0,680 / 0,794	0,516 / 0,616	0,438 / 0,521	0,391 / 0,463	0,336 / 0,393	0,304 / 0,352	0,283 / 0,325	0,246 / 0,278
10	0,602 / 0,718	0,445 / 0,536	0,373 / 0,417	0,331 / 0,393	0,282 / 0,339	0,254 / 0,294	0,235 / 0,270	0,203 / 0,230
15	0,471 / 0,575	0,335 / 0,407	0,276 / 0,332	0,242 / 0,288	0,203 / 0,239	0,182 / 0,210	0,167 / 0,192	0,143 / 0,161
20	0,389 / 0,480	0,270 / 0,330	0,220 / 0,265	0,192 / 0,229	0,160 / 0,188	0,142 / 0,165	0,130 / 0,150	0,111 / 0,125
30	0,293 / 0,363	0,198 / 0,241	0,159 / 0,191	0,138 / 0,164	0,114 / 0,133	0,100 / 0,116	0,092 / 0,105	0,077 / 0,087
60	0,174 / 0,215	0,113 / 0,137	0,090 / 0,107	0,077 / 0,090	0,062 / 0,072	0,055 / 0,062	0,050 / 0,057	0,041 / 0,046

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Виктор Григорьевич **Кучеров**
Олег Иванович **Тужиков**
Олег Олегович **Тужиков**
Геннадий Валентинович **Ханов**

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Редактор *Е В Кравцова*
Техн. редактор *В И Фишер*
Компьютерная верстка *Т Е. Малютиной*

Темплан 2004 г Поз № 1
Лицензия ИД № 04790 от 18 05.2001.
Подписано в печать 18.10.2004 Формат 60×90 1/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Times Печать офсетная Усл печ л. 19,0. Уч -изд л. 18,24
Тираж 1000 экз Зак. 22.

Волгоградский государственный технический университет
400131 г Волгоград, просп им В И Ленина, 28.

Отпечатано во ФГУП "ИПК "Царицын"
400131, Волгоград, ул Коммунистическая, 11